Conf. dr. ing.
Dumitru Stanomir
Sisteme eiectroacustice Cîmpul radiația și transducția
M

SERIA PRACTICĂ
- Automatică
- Informatică
- Electronică
- Management

E. Samat. Tehnica reglării. Manual practic
S. Ba)ureanu, A. Bălăcescu, M. Epure, I. Burlacu, Elemente și sisteme pneumatice
I. Fioros. Practica programării calculatoarelor
F. G. Shinskey. Practica sistemelor de reglare automată
E. J. McCarty ș.a. Sisteme integrate de prelucrare a datelor în conducerea activității economice
M. Dumitrescu, P. Isac, P. Turcu, M. Ene (coordonatori). Organizarea activității economice
C. Simbotin, CI. Tanasiciuc. Comutația statică în automatică
M. K. Starr. Conducerea producției. Sisteme de execuție
V. Crăciunoiu ș.a. Elemente de execuție
A. Vlădescu ș.a. Radioreceptoare
M. Mayer. Tiristoare în practică. Mutatoare cu comutație forțată
G. Moîtgen. Tiristoare în practică. Mutatoare cu comutație de la rețea
L. Zamflrescu, I. Oprescu. Automatizarea cuptoarelor industriale
I. Papadache.
Auto:
atica aplicată, ediția l-a și a n-a
Șt. Alexandru. Automatizarea proceselor tehnologice in industria lemnului
V. H. Lisicikin. Prognoza tehnico-științifică în ramurile industriei G. Raymond. Tehnica televiziunii în culori
J. J. Samuelly, J. Pignaret, A. Sarazin- Instrumentația electronică în fizica nucleară
T. Homoș. Capacitatea de producție în construcții de mașini
S. Radu, D. Filoti. Centrale telefonice automate. Sisteme de comutație
R. Stere ș.a. Tranzistoare cu efect de cîmp
D. N. Sapiro. Proiectarea radioreceptoarelor
V. Antonescu, M. Popovici. Ghid pentru controlul statistic al cali-
N.
T.
P.
tății producției
Stanciu ș.a. Tehnica imaginii în cinematografie și televiziune Vezeanu, Șt. Pătrașcu. Măsurarea temperaturii în tehnică Penescu, V. Petrescu. Măsurarea presiunii în tehnică Popescu, P. Mihordea. Măsurarea debitului în tehnică Vezeanu. Măsurarea nivelului în tehnică
C. Hidoș, P. Isac (coordonatori). Sutdiul muncii, voi. I—VΠI
V. Baltac ș.a. Calculatorul FELIX C-256. Structură și programare G. Sonea, M. Silețchi. Creșterea planificată a productivității muncii R. L. Morris. Proiectarea cu circuite integrate TTL
I. Stăncioiu. Eficiența economică a asimilării de utilaje noi Ishikawa Kaoru. Controlul de calitate pentru maiștri Magnus Radke. 222 măsuri pentru reducerea costurilor A. M. Buhtiarov ș.a. Culegere de probleme de programare P. Constantinescu, C. V. Neg oiță. Sisteme informatice, modele ale conducerii și sistemelor conduse
E. S. Buf fa. Conducerea modernă a producției, voi. I și II
A. Vătășescu ș.a. Dispozitive semiconductoare. Manual de utilizare
A. Nadolo.
Măsurarea volu
ului și cantității lichidelor în industrie
Ch. Jones Design. Metode și aplicații
Gh. Pisău ș.a. Elaborarea și introducerea sistemelor informatice
C. Hidoș. Analiza și proiectarea circuitelor informaționale în uni-

tăţile economice
A. Vătăşescu ş.a. Circuite integrate liniare. Manual de utilizare voi. 1, 2, 3
M. Silişteanu ş.a. Scheme de televizoare, magnetofoane, picupuri
D. W. Davies. Reţele de interconectarea calculatoarelor
V. Pescaru ş.a. Fişiere, baze şl bănci de date
Gh. Baştlurca ş.a. Comanda numerică a maşlnilor-unelte
N. Sprinceană, R. Dobrescu, Th. Boranglu. Automatizări discrete în industrie. Culegere de probleme
M. Florescu. cibernetica, automatică, informatică în industria chimică S. Călin. Optimizări în automatizări industriale
S. Malcan. Sisteme numerice cu circuite integrate
J. Ristea ş.a. Manualul muncitorului electronist
M, Slmonescu. Proiectarea unitară a circuitelor electronice
C. Cluceru. Tehnica măsurărilor în telecomunicaţii
P. Nlţuleecu. Electroallmentarea Instalaţiilor de telecomunicaţii
R, Răpeanu ş.a. Circuite integrate analogice. Catalog
Şt. Lozneanu ş.a, Casetofoane. Depanare. Funcţionare
N. Drăgulănescu. Agenda radloelectronlstulul

PREFAŢA

Prezentăm cititorului o lucrare consacrată sistemelor eleclroacustice cu scopul de a oferi cunoştinţe fundamentale alll pentru înţelegerea acusticii tehnice de azi cit şi a celei de viitor. Este semnificativ faptul că în ultimii ani au apărut în lume lucrări cu caracter fundamental consacrate acestui domeniu ; ca exemplu este suficient să menţionăm ELEKTROAKUSTICA (traducere din limba japoneză în limba rusă,' Mir, 1982) de T. Haiasaka. FUNDAMENTÂLS OF ACOUSTICS (a treia ediţie. John Wiley & Sons. 1982) de L. E. Kinsler ed al., THEORY OF ELECTROACOUSTICS (McGraw-HW, 1981) de J. Mer-haul. Aceste lucrări nu cuprind însă descrieri amănunţite ale unor aparate electro-acustice ci explică acele fapte de bază cu uzură morală lentă. Deşi paradoxal la prima vedere, apare limpede faptul că progresul tehnic şi tehnologic implică o temeinică stăpinire a cunoştinţele r de bază. De aceea credem că lucrarea de faţă se înscrie pe deplin pe linia sarcinilor de azi şi mai ales ale. celor de mîine, puse în faţa oamenilor de ştiinţă de conducerea de Partid şi de Stat din (ara noastră. Lucrarea de faţă cuprinde patru capitole, împărţite în paragrafe şi sub-paragrafe. în primul capitol, Oscilaţii şi Unde Mecanice, este prezentată teoria oscilaţiilor şi a undelor mecanice într-o serie de corpuri solide (bare, membrane) care sini utilizate in mod obişnuit pentru realizarea de emiţătoare sau receptoare de unde acustice. Tratarea este făcută în domeniul frecvenţă obţinindu-se expresiile frecvenţelor de rezonanţă precum şi cele ale modurilor proprii de oscilaţie. Al doilea capitol, Unde Acustice, cuprinde teoria principalelor tipuri de unde în medii fluide: undele planeşi undele sferice. Sînt deduse proprietăţile ondulatorii de bază, reflexia, refracţia, precum şi caracteristicile de propagare. în al treilea capitol, Cîmpul şi Tmpedanţa Sistemelor Radiante, sînt prezentate metodele de bază pentru determinarea direclivităţii şi a impedanţei de radiaţie pentru principalele structuri radiante utilizate în mod cirenl (şiruri de radiatoare punctuale, pistoane în diferite montări acustice). Tot in acest capitol este. prezentată teoria pîlniilor acustice. Ultimul capitol, Sisteme Electro-Mecano-Acustice, cuprinde teoria completă şi sistematică a analogiilor electromecanice şi eleclroacustice precum şi teoria transductoarelor electromecanice. Acest ultim capitol realizează o sinteză între diferitele părţi ale lucrării oferind o imagine a modului in care trebuie să fie abordat un sistem clectroacustic.

Este cunoscut faptul că însuşirea temeinică a cunoştinţelor şi utilizarea acestora în mod creator necesită o stăpinire la nivel concret a teoriei, fapt care se
remizează prin îmbinarea dintre teorie, exemplu, ordin de mărime. Acceptăm ca evidentă formularea Un diclionaire sans exemples est un sguelelle, care slrăju* ieşte primele file din dicţionarul Larousse, dar în acelaşi timp acceptăm cu uşurinţă lucrări ştiinţifice lipsite de exemple. Impresionat chiar din primii ani de studiu de acest nwtto de esenţă, care este valabil inulatis mulandis în orice domeniu al cu-noaşterii, am conceput lucrarea de faţă astfel incit teoria şi exemplele să fie organic legale pentru ca cititorul să dobindească încredere în teorie, în conceptele de bază. Ca o ilustrare a celor afirmate menţionăm ultimele doua exemple din lucrare, Exemplul 4.4.1. Difuzorul cu radiaţie directă

montat într-un ecran infinit şi Exemplul 4,4,2 Microfonul condensator, Parcurglnd aceste două exemple cititorul se va convinge de necesitatea cunoaşterii tuturor etapelor teoretice din capitolele precedente, că este posibil să se realizeze încadrări cantitative corecte ale performanţelor aparaturii eiectroacustice. Dintre numeroasele exemple cuprinse tn lucrare (în număr de 61) enumerăm doar clteva : calculele frecvenţelor de rezonanţă ale barelor, membranelor şi plăcilor ; măsurarea impedanţelor acustice cu ajutorul interferometrului ; izolaţia sonoră a pereţilor ; radiaţia difuzoarelor ; direclivilalea diferitelor surse acustice ; calculul rezonatoarelor Helmholtz ; montarea di fuzoarelor în incintă Bassreflex ; filtre acustice. Deoarece am gîndit această carte şi ca un insirument de lucru, ce poate fi consultat şi pentru probleme concrete, lasfieşitul lucrării se află .Tabelul exemplelor cuprinse în cele patru capitole în vederea realizării unui acces direct la subiectul de interes.

In elaborarea acestei cărţi, care reprezintă o lucrare de maturitate şi este rodul unei activităţi în domeniu de peste două decenii, am folosit numeroase surse bibliografice, cele mai importante fiind cuprinse in Bibliografie. Menţionez în primul rînd lucrările clasice de excepţie ale lui P. M. Morse, lucrări care au constituit pentru mine un permanent îndrumar. Semnalez apoi cele trei lucrări recente, mai înainte citate, lucrări care reflectă stadiul actual al teoriei sistemelor eiectroacustice. în sfîrşit lucrarea este nemijlocit legată de alte lucrări, elaborate de autor, lucrări incluse în Bibliografie.

Dar cum orice fapt, orice acţiune, îşi are propria istorie, mai mare sau mai mică, se cuvine să amintim o serie de realizări şi realizatori în domeniul în care este elaborată prezenta lucrare : E. Bădărău şi M. Grumăzescu (Acustica fizică), M. Marinescu şi P. Apostol (Difuzoareşi transductoare), A. Necşulca (Sonorizări) şi încă alţii pe care autorul îi stimează pentru contribuţia la dezvoltarea electro-acusticii in România.

îmi face o deosebită plăcere să menţionez personalităţile vieţii ştiinţifice româneşti cu care am avui privilegiul şi cinstea de a colabora: academicianul M. Marinescu, tare mi-a călăuzit primii paşi in acustică.; academicianul Ii. Voinţa, preşedintele Comisiei de Acustică a Academiei R. S, România, profesor de excepţie şi dascăl entuziast, academicianul Gh. Cârti ana, care pi in exigenţa sa Ştiinţifică m-a îndemnat spre autoperfecţionare. continuă ; profesorul dr: docent Edm. Nicolau, pentru strălucitoarea sa gtndireşi spiritulsău umanist; profesorul dr. ing. G. Ruleai pentru anii de conlucrare. In domeniul fenomenelor ondulatorii:

Lucrarea de faţă, prin structurare şi prin, conţinut, se adresează unui cerc târg de cititori cu pregătire superioară : inginerilor de profil electric şi electronic, fizicienilor şi doctoranzilor in acustică, tuturor celor care utilizează sisteme cuprin-zind subsisteme acustice sau electroacustice.

Şi cum orice lucrare este realizata într-un cadru concret familial, închei prezentarea lucrării aducînd mulţumiri soţiei mele Mihaela şi fiului meu lonuţ, pentru răbdarea, îndemnurile şi încurajările lor de a duce la bun sfîrşit munca anevoioasă dar plină de satisfacţii : aceea de a comunica prin scrieri celor din jur tot ceea ceştii, întorci nd în afară, cu valenţe calitative noi, tot ce am primit de la înaintaşii noştri.

ALTORUL

Electroacoustic systems field radiation and transduction

by

D. Stanomir

The book presents basic facts for the modern approach to the treatment of electroacoustical systems. It includes three aspects : the acoustical field, the radiat ing systems and the transducers.

The book contains four chapters, appendices and an index.

The first chapter contains the descriplion of oscillations and wave phe-nomena ocurring in solids which are usually acoustic transmitters or receivers. The theory of waves in bars, membranes and plates is presented.

The second chapter deals with the foundations of the acoustic field. The wave equation is derived and the main acoustical field are treated : plane and spherical wave fields. The general forms of the field equations and of the radiation impedance are given.

The third chapter makes a detailed analysis of the methods used to derive

directivity and radiation impedance of complex acoustical structures : array of point sources, piston-like radiators, acoustical pipes and hOrns.
The last chapter tackles two problems of major engineering interest : electro-mechano-acoustical analogies and electromechanical transducers.
Throughout the book concepts from signal and electrica! circuit theory are widely used.
One of the most significant features of the book is the intimate bond between mathematical, physical and engineering aspects. Unlike other books, it contains a great many examples (over 60) which explains the physical mea-ning of the theory, give practicai formulae and show how theory underlies usual electroacoustical devices. From the examples one may quote : calculatîon of the resonant frequencies of bars, membranes and plates ; design of Helm-holtz resonators ; analogous electrica! circuit for loudspeakers in Bass-reflex mounting ; acoustical fillers.
The book provides the reader a general and practicai tool to tackle the electroacoustical systems. It will be useful both as a text-book and as a refe-rence one for those interested in such topics.
A boul the author
Dumitru Stanomir, D. Sci., is a professor al the Department of Elec-tronics, Polyteehnical Institute ol' Bucharost, 1 le is a specialist inelectroacous-tics, electrica! circuit theory and wave Iheury. Of late hv has worked in the domain of wave systems. He publishcd тоrо Ihan 80 scientific papers and books. He is a rnember of the Acoustical Comission of the Romanian Ăcademy and of the American Mathematical Sociely. Hc is also a reviewer at Zentralblatt fiir Mathematik and Mathematical Rc.views.

Lz.2хйх/л.__
CONTENTS
Chapter /. Mechanical osciilations and waves
1.1. Elementary mechanical systcm
1.2. Longitudinal waves in bars
1.3. Transverse wavcs in bars
1.4. Transvcrse waves in membrancs
1.5. Transversc waves in plates
Chapter 2. Acoustical waves
2.1. Acoustical waves equation
2.2. Plane waves
2.3. Spherical waves
2.4. Gylindrical waves
*
Chapter 3. Field and împedances of rad ia ting systems
3.1. Ghara eteriza ti on of radia ting systems
3.2. Directivity of some radiating systems
3.3. Axial field of a piston in an infinite bafflc
3.4. Piston impedances
3.5. Resonance in acoustical systems
3.6. Radiation of holes
3.7. Impedance of small sources couplcd acoustically
3.8. Acoustical horns
* 'ь
Chapter 4. Electro-mechano-aconstical systems
4.1. Analogies for lumped parameter mechanoacoustical systems
4.2. Analogies for distributed parameter mechanical ano acoustical systems
4.3. Acoustical filters
4.4. Elcctromechanical transduccrs
References
List of examples gtuen in ihe book
A ppendtces
Subjecf index
f

CUPRINS
Capitolul L Oscilații și unde
mecanice ..... , 15

ϕ л
1Л. Sistemul mecanic elementar.....
15
1.2. Unde longitudinale în bare .....
21
1.2.1. Ecuaţia de mişcare. Condicii la limită .....
21
1.2.2. Frecvenţele proprii şi Frecvenţele de rezonanţă.....
24
1.2.3. Frecvenţele de rezonantă ale barelor cu terminaţii reactive 25
1.3. Unde transversale în bare.....
32
1.3.1. Ecuaţia de mişcare. Soluţii. Condiţii la limită 32
1.3.2. Frecvenţele de rezonanţă ale unei bare încastrată la un capăt
şi liberă la celălalt. . , ... 35
1.3.3. Frecvenţele de rezonanţă ale Unei bare liberă lâ ambele capete '
38
• Ж te T L — Ж
• * * +
1.1. Unde transversale în membrane.....;.....
44
%
1.4.1. Ecuaţia de mişcare. Condiţii la limită .....
44
1.4.2. Frecvenţele proprii şi frecvenţele de rezonanţă.....
46
1.5. Unde transversale în plăci subţiri 54
1.5.1. Ecuaţia de mişcare. Soluţia generală .....
54
1.5.2. Frecvenţele proprii şi modurile de oscilaţie.....
55
Capitolul 2. Unde
acustice 59
2.1. Ecuaţia undelor acustice . . ..
59
2.1.1. Sunetul. Caracterizarea cîmpului acustic.....
59
2.1.2. Ecuaţiile cîmpului acustic. Potenţialul scalar . .....
62
2.1.3. Viteza de propagare a sunetului .....
64
2.1.4. Condiţii la limită şi relaţii energetice 66
22. Unde plane.....
72
2.2.1. Impedanţn caracteristică.....
72
2.2.2. Reflexia şi refracţia sunetului.....
76
2.2.3. Impedanţa de intrare în cîmp de unde plane .....
82
2/2.4. Absorbţia sunetului în cîmp de undo plane 86
22,5, Trecerea undelor acustice prin pereţi solizi. Incidenţa normală 89 2/2.6.
Reflexia şi refracţia sunetului. Incidenţa oblică 92
22 7, Reflexia si refracţia la suprafaţa unui corp solid. Incidenţa
oblică ..... , , 4..... 97
2.3. Unde sferice .....
93
2.3.1. Unde sferice izotrope, Soluţii în domeniul timp 98
2.3.2. Unde sferice Izotrope, Soluţii armonice..... 99
2.3.3. Importanţele In dmpul sferic Izotrop 101
234, Cimpul creat la distanţe mari do corpuri pulsante 106
2 3,5. Rezistenţele de radiaţie ale corpurilor pulsantc mici . .
108
2.3.6. Dipolul acustic..... . . . . Ш

2.37. Sfera oscilantă..... . 114
10
ir-.V
2.1. Unde
Impcdanțclc In ctnipul creat de sfera'oscilantă Gîmpul și impedanța corpurilor oscilante mici . cilindrice.....
116
120
122
Cimpoi si
3.1. Carne teri zarea sistemelor radiante.....
3.1 1. Integrala Raylelgh-Huygens.....
3.1.2. Parametrii sistemelor radiante.....
3.1.3. Legătura dintre dircctivitate și rezistența de radiație . . .
3.2. Funcțiile de dircctivitate ale unor radiatoare utilizate.....
3.2.1. Expresia integralei R —II în zona cîmpului îndepărtat . . .
3.2.2. Radiatoare discrete grupate.....
3.2.3. Grupul format din două radiatoare.....
Șir liniar de radiatoare.....
Sistem acustic ultra direcțional.....
Pistonul circular în ecran infinit.....
3.2.7. Pistonul dreptunghiular în ecran infinit.....
3.2.8. Radiatoare de tip bandă .....
3.2.9. Pistoane circulare cu viteză neuniformă.....
Gîmpul axial al pistonului în ecran infinit .....
Impedanța pistoanelor.....
3.4.1. Impedanța pistonului montat în ecran infinit.....
3.4.2. Impedanța pistonului liber.....
3.4.3. Impedanța pistonului capsulat.....
Rezonanța în sistemele acustice.....
3.5.1. Conductanța unei deschideri.....
3.5.2. Elasticitatea volumică.....
3.5.3. Transmisia sunetului prin tuburi uniforme.....
3.5.4. Impedanța tuburilor scurte .....
3.5.5. Sistemul acustic elementar. Rezonatorul Heliriholtz.....
3.5.6. Rezonanța tuburilor acustice.....
Radiația orificiilor .....
3.6.1. Radiația deschiderii terminale a unui tub.....
3.6.2. Radiația rezonatoarelor.....
3.6.3. Radiația unui orificiu practicat intr-un ecian infinit . . . .
3.6.4. Radiația unui orificiu mic practicat într un tub infinit . . .
Impedanța surselor pulsantc mici cuplate acustic .....
Două pistoane montate într-un ecran infinit.....
Două pistoane cuplate prin cîmpul radiat și prinlr-o incintă acustică.....
acustice .....
Ecuația pîlniilor acustice .....
Pîlnia conică.....
Plinii catenoidale.....
hnpeilanțn sistemelor radiante
123
123
124
131
133
139
142
149
152
155
159
162
163
185

187
189
196
201
202
205
208
209
218
218
3.8. Plinii
227
232
Sisteme electro-mecnno-acust lec.....
4.1. Analogii pentru sisteme mecanoacuslice cu parametrii concentrați
4.1.1. Corespondențele dintre structurile elementare.....
4.1.2. Sisteme mecanice eu deplasări paralele .....
4.1.3, Transformatorul mecanic .....
4.1.4, Sisteme mecanoacuslice.....
4.2. Analogii pentru sistemele mecanice și acustice cu i arametvii distribuiți
4.2.1, Sisteme mecanice uniforme . .....
4.2.2, Sisteme acustice uniforme.....
4,2,3» Sisteme acustice cu salt de secțiune transversală .....
4.3. Filtre acustice.....
4,34, Filtre In scară șl structuri elementare do filtrare.
4.3.2, Realizări ale unor filtre acustice.....
238
238
249
256
2G6
269
271
274
274
277
4.4. Transductoare electromecanice..... 282
1.4.1. Ecuațiile transducloarelor..... 283
4.4.2. Transductoare cu cimp magnetic..... 283
4.4.3. Transductoare cu cimp electric..... 387
4.4.4. Transductoare cu viteza neuniforn a 293
4.4.5. Raportul de reciprocitate al Iransductoareior..... t
Bibliografie.....
..... 303
Anexe.....
..... 305
1. Constantele fizice ale
materialelor 305
2. Funcțiile Bcssel și alte funcții
înrudite..... 307
3. Polinoamele Stokes-
Rayleigh 3Î2
4. Coordonate curbilinii
ortogonale..... 3J3
Indice de

materii..... 315

tabelul exemplelor cuprinse in luerai’fc
Ca pilotul 1
Ex. 1.1.1. Calculul parametrilor de oscilație pentru un difuzor cu radiație
directă . .

Ex. 1.2.1. Frecvența de rezonanță fundamentală a unei bare liberă la un capăt și sprijinită pe o masă la
celălalt ....
Ex. 1.2.2. Modurile de oscilație alo barelor cu capetele libero sau
blocate . . . .
Ex. 1.3.1. Frecvențele de rezonanță ale unei bare fixată la un capăt și liberă la celălalt Ex. 1.3.2. Frecvențele de rezonanță alo unei bare liberă la ambele capete . . . . Ex. 1.4.1. Membrana în modul de oscilație
fundamental .....
Ex. 1.4.2. Dependența frecvenței fundamentare do rezonanță a unoi membrane de parametrii
geometrici .....
Ex. 1.4.3. Membrana microfonului
condensator .....
Ex. 1.5.1. Diafragma receptorului
telefonic .....
Capitolul 2
Ex. 2.1.1. Forme particulare ale relației de conservare a
puterii.....
Ex. 2.2.1. Transmisia de energie prin unde plane în aer șl în
apă.....
Ex. 2.2.2. Transmisia de energie prin unde plane în
hldrolocațle .....
Ex, 2.2.3. Transmisia sunetului prin unde plane din aer în apă și din apă în aer . .
Ex. 2.2.4. Reflexia undelor plane pentru Incidență normală pe un perete cu impedanța specifică
complexă.....
Ex. 2.2.5. Măsurarea impedanțclor specifice cu ajutorul
interferometrului.....
Ex. 2.2.6. Calculul coeficientului de absorbție a unei structuri absorbante folosind cercurile de egală
absorbție.....
Ex. 2.2.7. Izolația sonoră introdusă de un perete de
beton .....
Ex. 2.2.8. Transmisia de energie prin unde plane din ulei în apă pentru incidență oblică
Ex. 2.3.1. Calculul razei de separare în cîmp sferic
izotrop.....
Ex. 2.3.2. Transmisia de putere în cîmp sferic
izotrop.....
Ex. 2.3.3. Radiația dlfuzoareior la frecvențe joase în diferite montări acustice . . . Ex. 2.3.4. Radiația pistoanclor în domeniul frecvențelor joase în diferite montări acus-
tice. Sursele sferice Izotrope echivalente.....
Ex. 2.3.5. Radiația difuzorului liber. Dipolul acustic
echivalent..... .
Ex, 2.3,6. Radiația unei sfere oscilante în
apă.....
Capitolul 3
Ex. 3.1,1, Parametrii de dlrcctlvllato al unei familii do
cardlolde..... . . .
Ex, 3,1.2, Calculul rezistențelor do radiație ale unor radiatoare la frecvențe joase . .
Ex. 3.2.1. Dlrectlvltatea unul grup do două microfoane în diferite
situații .....
Ex. 3.2,2. Dlrectlvltatea unul șir cu 10 radiatoare în diferite
situații.....
Ex. 3.2.3, Dlrectlvltatea unul microfon ultradlroețlonal.ln diferite
situații .....
Ex. 3,2.4. Dlrectlvltatea unul piston circular montat Intr-un ecran infinit in diferite
situații.....,.....
.....

Ex» 3.2.5. Dlrectlvltatea comparativă a radiatoarelor do tip bandă : cu viteză uniformă și cu viteză repartizată
parabolic.....
19
29
30
41
42
52
53
53
58
71
74
75
81
84
85
88
91
96
104
105
107
109
113
119
128
133
138
140
144
148
154
13
157
3.2.6. Directivitatca comparativă a pistonului circular in ecran infinit pentru diferite repartiții ale xitezei de
oscilație .....
3.3.1. Distanța de separare in cimpul unui piston circular montat intr-un ecran
infinit in diferite situații.....
3.4.1. Domeniul de valabilitate a aproximării de joasă frecvență pentru masa de
radiație a unui piston circular montat intr-un ecran infinit.....
3 12. Radiația in aer a unui piston circular in ecran infinit pentru situația Пr0
3.4.3. Radiația iu apă a unui piston circular montat intr-un infinit, domeniul de
radiație fiind în lungimi de undă scurte.....
3.4.4. Analiza in domeniul frecvențelor joase a cimpului creat de pistonul liber
folosind teoria cimpului creat de corpurile oscilante mici.....
3.4.5. Radiația difuzorului liber în situația pr0 = 1
.....
3.5.1. Transmisia sunetului prin tuburi uniforme cu salt de secțiune.....
3.5.2. Transmisia sunetului printr-un tub uniform avînd inserată o diafragmă .
3.5.3. Calculul performanțelor unui rezonator Helmholtz.....
3.5.4. Dimensionarea rezonatoarelor Helmholtz.....
3.5.5. Frecvențele de rezonanță ale unui tub

acustic . ...
3.6.1. Radiația unui tub de lungime
finită .....
3.6.2. Radiația unui piston printr-un tub
scurt .....
3.6.3. Radiația deschiderii unui tub
infinit .....
3.6.4. Absorbția realizată de un rezonator
Helmholtz .....
3.6.5. Trecerea undelor acustice printr-un
orificiu ..... .
3.6.6. Radiația unui orificiu practicat într-un tub
infinit .....
3.6.7. Rezonanța difuzorului în incintă
acustică.....
3.8.1. Calculul unei pПnii acustice
conice.....
3.8.2. Calculul pîlniilor
catenoidale.....
161
168
170
174
193
194
195
195
199
212
213
214
214
215
216
216
231
236
acționat de două forțe.....:.....
acționat de două forțe paralele egale și de sensuri opuse . situat pe o fundație
cu o viteză prescrisă .....
246
Capitolul 4
Ex. 4.1.1. Sistem mecanic
Ex. 4.1.2. Sistem mecanic
Ex. 4.1.3. Sistem mecanic
Ex. 4.1.4. Filtre mecanice
Ex. 4.1.5. Microfon combinat cu trei surse de presiune.....
Ex. 4.1.6. Circuitul electric echivalent al sistemului acustic de tip difuzor în
montare acustică Bass-
reflex.....
Ex. 4.1.7. Transformatorul acustic .....
. . . .
Ex. 4.2.1. Frecvențele proprii ale unui vibrator magnetostrictiv în
formă de H . .
Ex. 4.2.2. Circuitele echivalente discontinuităților de
secțiune..... . . ,
Ex. 4.2.3. Circuitul electric echivalent al unul tubinfinit avînd un
orificiu lateral mie
Ex. 4.3.1. Calculul unui filtru acustic de tip trece-jos
, ... <
Ex. 4.3.2. Calculul unul filtru acustic trece-
sus .....
Ex. 4,3,3 Calculul unui filtru acustic oprește-bandă.....% ,
Ex. 4 4.1. Difuzorul cu radiație directă montat in cernu infinit

Ex, 4.4 2. Microfonul condensator.....
253
260
261
262
268
281
289
297
Capitolul 1
OSCILAȚII ȘI UNDE MECANICE
în acest capitol sînt prezentate elementele de mecanică care intervin în structura sistemelor electroacustice. Sînt analizate atît structurile mecanice cu parametrii concentrați cît și cele cu parametrii distribuiți.
1.1. Sistemul mecanic elementar
Un sistem mecanic cu parametrii concentrați este constituit din structuri mecanice elementare, care materializează sub forma cea mai simplă (elementară) efectele fundamentale din mecanică : efectul inerțial, efectul elastic și efectul disipativ (fricțional). O structură mecanică elementară este caracterizată prin relația constitutivă asociată, care exprimă relația funcțională dintre o mărime cinematică (deplasarea, viteza sau accelerația) și forța aplicată structurii. Uneori, relația constitutivă este exprimată folosind forța de restabilire, care este egală și de semn contrar cu forța aplicată, conform principiului acțiunii și reacțiunii. în tabelul 1.1 sînt prezentate structurile mecanice ele-
mentare împreună cu relațiile lor constitutive, exprimate prin forța de restabilire. S-a adoptat convenția obișnuită conform căreia forța evaluată într-un punct sa aibă aceeași orientare ca și deplasarea punctului considerat.
Constantele care intervin în relațiile constitutive sînt : masa, notată cu Л/ și exprimată în kg ; coeficientul de elasticitate, notat cu Cm și exprimat în (uneori vom spune pe scurt elasticitate) ; rezistența mecanică, notată cu Rtn și ^exprimată în kg’S"1, Pentru structuri elementare liniare, invariante în timp și pasive, cele trei constante sînt mărimi reale și pozitive, [ST-9]. Remarcam faptul că ne ocupăm, dacă nu vom face o mențiune specială, de clasa particulară de sisteme mecanice cu deplasări, coliniare cu forțele aplicate, și paralele între ele.
Sistemul mecanic elementar este o structură mecanică constituită din interconectarea celor trei structuri elementare, Reprezentarea sa schematică este dată în figura 1,1, în care prin f a fost notată forța exterioară aplicată sistemului.
Tabelul 1.1
Structuri mecanice elementare
Structura elementară
Forța de restabilire
Masă — element inerțial
M
— Л M
a — acceIeraЦa
Resort — element elastic
x — deplasarea
Rezistență mecanică — element frlcțional, dlsipativ
x1^—^ x2*—*
’fn = - ".)
' fri = —•’l)
v — viteza
— x. = xri — deplasarea relativă raportată la punctul 1, x> — Xi = xri — deplasarea relativă raportată la punctul 2
Ecuația de mișcare a sistemului dat în figura 1.1 este
Mx + Rmx + —x — f, Cm
care prin aducere la forma canonică devine
Л/
Flg. 1.1. Sistemul inoeunlc elementar.
16
unde s-a nota

6Jo
|/Л/<
(L2)
Mărimea notata cu 8 se numește coeficient de amortizare și se măsoară în s~\
Mărimea notată eu co0 are dimensiuni de frecvență unghiulară și este o frecvență de referință.
în transmiterea semnalelor conceptul de rezonanță este esențial. Pentru a preciza acest concept vom analiza două cazuri particulare ale ecuației (1.1').
Regimul liber este caracterizat prin f=0 (forța exterioară este nulă). Dacă sînt prescrise condițiile inițiale : .r(0) = rr0, p(0) — vQ, atunci soluția ecuației (1.1'), pentru regimul liber oscilant, o)0 > 8, se scrie, [ST-5],
*(0 =
Xq COS COj/
sin 6)1/
(1.3)

în care coi = ^/coo — 32 iar cr(/) este treapta lui Heaviside.
Se observă că pentru co0 > 5, regimul este pseudoperiodic cu pseudo-frecvența unghiulară cov Pentru 3 co0 (amortizare relativă foarte mică), are loc în mod evident, coi ~ co0. Pentru exemplificarea procesului de descreștere a oscilațiilor într-un sistem disipativ, în (1.3) s-a luatx'o = O, cor = ^/îois iar forma x(f) raportată la p0/«>i a fost reprezentată în figura 1.2.
Regimul permanent armonic (sinusoidal) este caracterizat prin aceea că forța feste de forma f =] F | cos(cof + ?), în careF este un număr complex, de modul | F | și argument <p, numit amplitudinea complexa a forței excitatoare. Dacă 3 > O (rezistența mecanică strict pozitivă) atunci după un interval t > 8 în sistem subzistă numai regimul permanent (asimptotic) sinusoidal9 caracterizat prin aceea că toate mărimile cinematice din sistem sînt funcții
Of 0f5 Ifl W If

Flg. 1.2. Oscilație paoudoporlodlc* atenuată.
2 — SlMtfernf clectroacuBUce vd. un

sinusoidale de frecvența a, amplitudinile și fazele urmînd a fi determinate d!.n ecuații algebrice. Ținînd seama că sistemele considerate au parametrii reali vom scrie că
V
urmînd ca x (deplasarea), v (viteza) și a (accelerația) să fie căutate sub formele
: Re VeiйИ, a = ReXeJoU, (1.4)
.4 = jcoV = — co2X.
în vederea exprimării soluțiilor sub o formă sugestivă introducem mărimea complexă
m
j<oC„
care se numește impedanța mecanică și are aceleași dimensiuni fizice ca și [kg*s-1]. Folosind reprezentarea pentru f și pentru mărimile cinematice, obținem din ecuația (1.1) următoarele expresii pentru amplitudinile complexe
jco/<
Din (1.6) rezultă definiția impedanței mecanice ca fiind raportul complex dintre amplitudinea complexă a for(ei aplicate (rezultante)și cea a vitezei rezultante (imprimate), coliniară cu forța aplicată și asociată acel ui aș punct ca și forța. Definiția reflectă o mărime similară cu ceea ce în teoria circuitelor se numește impedanță de intrare. Dacă punctul de aplicare al forței și cel de evaluare a vitezei nu coincid atunci se obține în mod evident impedanța mecanică 'de transfer.
Fenomenul de rezonanță este, prin definiție, asociat regimului armonic permanent și constă în faptul ca, pentru o forță de modul și faza constante dar de frecvență variabilă, modulul uneia din amplitudinile complexe, X, V sau /1, ia valoare maximă pentru o anumită frecvență (diferită de zero sau infinit). Un

calcul direct arată că
| X [= max. pentru
< | V | = max. pentru [! A | = max. pentru
Se remarcă faptul că cele cinci frecvențe introduse, co0, coь coa,
au valori foarte apropiate dacă 3/co0 este foarte mic față de unitate, adică dacă pierderile în sistem sînt foarte mici. Se poate spune că în această ipoteză co0 este atît frecvența proprie a sistemului cît și frecvența de rezonanță (pentru cele trei mărimi cinematice).
O mărime adesea utilizată pentru aprecierea apropierea sistemului cu pierderi mici de un sistem nedisipativ este așa numitul factor de calitate mecanic, notat cu Qm și definit prin
Qm = AfcOo/
— yj —
COp 6)q,
“a =
(1-8)
13
Rezultă imediat că 6>0/2S — Qm care arată, ca și în sistemele electrice, că un sistem mecanic elementar cu pierderi mici are Qm mare față de 1 în aplicații prin frecvența de rezonanță se înțelege întotdeauna co0, ținînd seama că de cele mai multe ori sistemul mecanic are pierderi mici.
Ex. 1.1.1. Calculul parametrilor de oscilație pentru un difuzor cu radiație directă
Un difuzor cu radiație directă poate fi asimilat în domeniul frecvențelor joase cu un sistem mecanic elementat avînd următoarele date : M = 20-10-3 kg ; f0 == 60 Hz ; = 15. Să se
determine: Rm, 3, Cm, f\, fd, fa, precum și | X |, I V |, | A |, știind că forța aplicată este sinusoidală cu amplitudinea | F | = 0,2 N și frecvența este f = f0.
Obținem succesiv
= 20-10''-2--60 = 0i502 kg,s_1>
— = 12,56 s*1,
15
—— =--------------------= 3-51 -IO"* m-N"'.
<a’M 4r»-60’-20-10''
Pentru calculul frecvențelor derivate este mai sugestiv să determinăm abaterile relative față de f0. Obținem succesiv
- W/A = /1 - (3/coe)« - 1 =
Aj = ~ = 1/1- —= - 0,5-15-’- 1 = -1,1-10-’,
V 2
Ao = (Л — fâllft = — /. j = ~ — 1 = t——— = -------------= — Д4 = 1,1 -Ю”’.
fo \ fd I fd fd 1 + &d
' I â
; к * •
Pentru calculul modulelor amplitudinilor complexe obținem succesiv:
I A | = <oo | V | = 2~-60-0,398 = 150
•s
Avînd la dispoziție mărimile mai înainte introduse putem exprima diferitele puteri care intervin în regim armonic : puterea medie pe o perioadă, notată cu фa ; puterea aparentă, notată cu фap; puterea reactivă, notată cu 0r. Precizăm că în toate formulele deduse în continuare, eu excepția unor situații
19
care vor fi precizate, vom folosi valorile de virf. Pentru cele trei puteri obținem imediat următoarele expresii și relații de legătură
Mărimea Xm, definită în (1.9), se numește reactanță mecanică.
în numeroase aplicații evaluarea performanțelor dispozitivelor electro-acustice se face aproximînd. în condiții precizate, dispozitivul studiat prinț r-un sistem mecanic elementar echivalent. Unele exemplificări de echivalare vor fi date în capitolul 4. Notînd cu coj frecvența limită inferioară și cu frecvența limită superioară a domeniului de frecvență luat în considerare, are sens să fie evaluate expresiile aproximative ale amplitudinilor complexe | X 1 V ! și j A | în funcție de poziționarea relativă a frecvenței de rezonanță a sistemului mecanic echivalent în raport cu cele două frecvențe limită. Se disting patru cazuri prezentate sinoptic în tabelul 1.2, indieîndu-se dispozitivele

electroacustice tipice care se încadrează în cazurile considerate.
Tabelul 1.2
Proprietăţi legate de poziţionarea frecvenţelor de rezonanţă faţă de frecvenţele limită, G); şi COf
Sistem mecanic predominat de elasticitate
Sistem mecanic predominat de rezistenţă
Sistem mecanic predominat de masă
co0 = G)j = w,
kV,
wo
Relaţii în
bandă
Relaţii în
bandă
Relaţii în bandă
Relaţii în bandă
~ jcoAZ
jcoZ?
AZco*
~w'C„F
Ex. microfonul condensator
A = (10 4- 20) kllz
• m
. jcoF
A ~ ------
Ex. difuzorul cu pllnio
A -4300 4- 1 000) Hz
Ex. vibratorul mag' netostrietiv
f» == (20 r 80) к Uz
jwAZ
Af
c, difuzorul cu radiaţie directă
=* (30 4- 150) Hz

*0
и/,.pv<

Sistemele mecanice cu parametrii concentraţi cu o structură mai complexă (mai multe elemente cu diferite interconexiuni) vor fi studiate pe baza analogiilor electromecanice în capitolul 4.

1.2. Unde longitudinale în bare

Dintre sistemele mecanice cu parametrii distribui ţi care au aplicaţii în electroacustică se remarcă în primul rînd barele. O bară (subţire) este un corp elastic (capabil prin deformare să genereze forţe de restabilire) a cărui lungime este mult mai mare decît dimensiunea medie a secţiunii transversale. Teoria undelor elastice în bare reprezintă un capitol al teoriei elasticităţii, [MS-2], [MS-3]. Analizăm în acest paragraf undele longitudinale de amplitudine mică în bare.
* * •

1.2.1. Ecuaţia de mişcare. Condiţii la limită

Considerăm o bară rectilinie de secţiune 5, presupusă constantă. Prin deformarea de tip longitudinal (în lungul axei O.r) secţiunile normale axei considerate se deplasează paralel cu ele însele. Situaţia este arătată în iigura 1.3. Astfel, secţiunea care la momentul l -= 0 ocupă poziţia .rл trece în poziţia .Ti + £1. la momentul /. Poziţia instantanee a unei secţiuni este caracterizată de. funcţia £(t, /) care reprezintă deplasarea secţiunii de abscisă .r la momentul t.
Forţele de legătură sînt de tip elastic şi derivă din legea lui Hooĸe, conform căreia forţa de legătură este proporţională cu deformarea (modificarea poziţiilor relative a două secţiuni), adică
(1.10)
în care p se măsoară în N*m"2 = Pa şi se numeşte efortul unitar iar E, cu

aceleaşi dimensiuni fizice ca şi p, se numeşte modulul lui Young. Efortul p, considerat ca forţă de compresiune, reprezintă forţa pe unitatea de suprafaţă cu care mediul (restul barei) acţionează asupra unei porţiuni debara. Forţa de restabilire unitară, adică aceea cu care bara acţionează asupra exteriorului, este egală şi de semn contrar cu efortul unitar.
Fig. 1,3. Bare oscllln longitudinal. Deformările şl eforturile produse.
■> ■' *
f
21
Ecuaţia undelor longitudinale în bare se obţine scriind ecuaţia lui Newton (presupunînd că funcţia £ este suficient de neteda) pentru o porţiune de bară de grosime dx şi de masă specifică p [kg*m~3] :
care devine
(1.11)
Ecuaţia (1.11) reprezintă ecuaţia de mişcare a barei in absenţa pierderilor (disipatiei) şi a forţelor distribuite imprimate. Deoarece (1.11) este tocmai ecuaţia undelor cu o singură coordonată spaţială rezultă că în bare se pot propaga unde fără dispersie, cu viteza de fază c = [MS-2], [MS-3J.
Parametrii fizici pentru diferite materiale folosite în aplicaţii sînt date în anexa 1.
Este cunoscut faptul că soluţiile ecuaţiilor cu derivate parţiale se obţin sub formă concretă numai prin precizarea condiţiilor la limită, a căror structură va fi analizată în continuare. Vom folosi ca şi în paragraful precedent calculul cu amplitudini complexe ţinînd seama că sistemul este cu parametrii reali.
Vom căuta deci soluţia ecuaţiei (1.11) prin metoda separării variabilelor, [SB].
punînd
S(z, t) = Re X(x)e'\ s = a + jco, (1.12)
în care s este un număr (în general complex) iar X(x) este amplitudinea complexă spaţială. Din (1.11) şi (1.12) rezultă imediat că X(x) satisface ecuaţia diferenţială
d'X
dza
c
în care y se numeşte constanta de propagare. Partea reală a lui y se numeşte constanta de atenuare iar partea imaginară constanta de fază. Rezolvînd ecuaţia pentru X obţinem două forme echivalente pentru amplitudinea complexă spaţială
X(x) = C'e~Y* + 7)'cYT, sau
X(x) =» C eh yx + 7) sh yx,
în care constantele C şi])' (respectiv C şi /)) nu depind de punct (dar sînt în genera! funcţii de 5) şi sînt determinate prin condiţiile la limită.
Vom analiza condiţiile la limită pentru bare de lungime finită, x [O,/]. Admitem că : la capătul x - O bara este fixată pe un reazem de impedanţă Zml (fracţie real-raţională în 5) şi este acţionată de o forţă de forma Fi(s)e,t >' la capătul x — l bara este fixată pe un reazem de impedanţă Zw8 (fracţie real-
22
raţională îns) şi este acţionată de o forţă de forma F2(s)ea. Condiţia la limită (la capătul .r = 0 sau la x = /) exprimă următorul fapt : viteza reazemului, de impedanţă Zlnl sau Zma, este generata de for(a loială, constituită din forfa imprimată si din for ta exercitată de bară asupra reazemului (evaluată la x — 0 sau .r = /). Obţinem două ecuaţii
dx
= sZml(.s)X(x) x=0
dX dx
= 6-ZmS(s)X(.r)
(1.13)
în deducerea formei ecuaţiilor (1.13) este subînţeles faptul că forţele imprimate cu variaţie exponenţială est generează deplasări şi eforturi care au aceeaşi variaţie exponenţială. Această ipoteză este adevărată pentru sisteme pasive şi pentru Re s > 0, [ST-9]. Cele două condiţii la limită sînt prezentate în tabelul 1.3.
Tabelul 1.3
Condiţii la limită generale pentru bare în oscilaţii longitudinale
Condiţia la limită
Bară fixată la x = 0 pe un reazem de impedanţă Zml şi acţionată de forţa A

Schița situației
Ecuația asociată.
Bară fixată la x = l pe un reazem de impedanță Zm2 și acționată de forța fz
[i - z;1(s)z;„/s)]sh(Yz) + [z;,(S) + z;a(s)jch(Yo = o
Zw = — — , Zc = pc, y — — Zf c
Ecuația caracteristică
Pentru analiza sistemului de ecuații (1.13) este sugestiv să folosim nu amplitudinea complexă a deplasării ci amplitudinea complexă a vitezei, conform cu
V(x) ~ Л ch y.r + B sh y.r, V(.r) = $Л'(x).
Folosind reprezentarea pentru X prin intermediul lui V, (1.13) devine
1— B — Fi(s)/ SZV>
l [Z*2<*) ch Ч* 1 + 811 YZM H y/ I ch » F2(^/SZc,
(1.14)
ВИ
Мй i ,r^_.

■ ■

în care Ze, dat de Zc = pe, se numește impedanfa caracteristică a mediului (în cîmp de unde longitudinale), iar Z'ml (respectiv Z'm2) reprezintă impedanța Zml (respectiv Zn2) raportată la SZC. Remarcăm faptul că Zc are dimensiuni fizice de impedanță mecanică pe unitatea de suprafața, kg*s-1*m~2.

1.2.2. Frecvențele proprii și frecvențele de rezonanță

Considerăm sistemul de ecuații (1.14) în cazul Fr — F2 = 0, adică studiem regimul liber. Sistemul de ecuații fiind omogen, condiția de compatibilitate constă în anularea determinantului sistemului, adică
A(s) = [14- Zml(s)Zm2(s)]sh yZ + [Zml(s) + Zm2(s)] ch yZ = 0, (1.15)
care reprezintă ecuația caracteristică a sistemului fizic considerat.
Din ecuația (1.15) rezultă că s introdus prin (1.12) nu poate lua orice valoare complexă ci numai un șir de valori discrete. Cu alte cuvinte frecventele proprii complexe, introduse prin s/j, alcătuiesc un șir discret. Pentru a aduce (1.15) la o formă normalizată, notăm e = yZ, din care rezultă că s = = zcll iar ecuația caracteristică devine
în (1.15')
mari]
ile c și Z precum și funcțiile Zwl(«) și Zm2(*) sînt date,
înd a fi determinate soluțiile în g. Punînd z = za 4~ ecuația (1.15)
ur
se desface în două ecuații, care rezolvate simultan, oferă soluțiile
(1.16)
Mărimile ee se numesc numerele proprii ale problemei la limită considerate.
Privitor la structura șirului {sn} remarcăm că din condiția de pasivitate a mediului de propagare (bara) și a impedanțelor terminale rezultă. (ST-9J, că zau 0 iar dacă zan = 0 pentru un anumit n atunci acest zn este o rădăcină simplă. Dacă Zml și ZOT2 sînt funcții de reactanță pasive atunci zan = 0. es = iar rădăcinile sînt toate simple, deoarece întreg sistemul (bară 4- terminații) este nedisipativ. în acest ultim caz (1.15') se reduce la o singură ecuație trigonometrică reală în variabila zhn.
Cunoscînd șirul {ert} putem calcula șirul frecvențelor proprii complexe
(1.17)
Mărimile o)n se numesc frecventele proprii (reale) ale sistemului considerat iar mărimile amortismentele asociate frecvențelor proprii. Constantele .1 și /> nu sînt liniar independente deoarece pentru un anumit n avem:
Iin —
O soluție particulara, pentru un anumit /1, se scrie
L я
și se numește mod de oscilație de ordinul n. Soluția generala este o sumă de soluții particulare

p(T,/) = ^un(x, l). (1.19)
n
Constantele Дл care intervin în (1.19) pot fi determinate unic prin prescrierea condiţiilor iniţiale (profilele deplasării şi vitezei iniţiale), ceea ce reprezintă în esenţă o problemă la Umilă de lip Cauchij. Remarcăm faptul că dacă terminaţiile au caracter strict disipativ (Z?nl şi Zw2 au polii situaţi strict în semiplanul stîng) atunci toţi zan sînt strict pozitivi iar modurile de oscilaţie scad exponenţial în timp. Dacă însă Zml şi Zw2 sînt funcţii de reaclanlă (au toţi polii pe axa frecvenţelor reali iar polii sînt simpli cu reziduurile pozitive) atunci toţi ean sînt nuli iar rădăcinile ecuaţiei caracteristice sînt simple şi pur imaginare, sn = jcdw, co„ reale, adică frecventele proprii sînt reale. Se spune că modurile de oscilaţie sînt staţionare deoarece ele nu se atenuează o dată cu creşterea lui /.
Considerăm acum situaţia în care forţele imprimate sînt armonice, de frecvenţă co. Considerentele care urmează au sens numai dacă sistemul în ansamblu este strict disipativ, ran > 0, deoarece numai în acest caz regimul asimptotic sinusoidal este unic determinat de forţa imprimată. Sistemul de ecuaţii (1.14) devine în acest caz
ZUj«)/l — B = F1(jco)/.SZe,
[Z^(jco)ch(jpZ) + sh(jpZ)]A + [Z,;2(j<o)sh(j£/) + + ch(j[3Z)]B = F2(j«)/SZc
₽ = coZ/c
(1.201
în mod obişnuit sistemele sînt strict disipative dar au pierderi relativ mici, adică are loc ean < sbn, an < con, astfel că atunci cînd co ia valori apropiate de A(.jco) devine în modul foarte mic iar | X | si (V j devin foarte mari. Se produce fenomenul de rezonantă. Riguros vorbind nulurile ecuaţiei caracteristice A(.s) — 0 sînt situate strict în semiplanul stîng, Re(s') < 0, dar sînt foarte apropiate de axa s = jco. în aplicaţiile în care pierderile sînt foarte mici, se face o identificare între frecventele proprii, asociate regimului libersi frecvenţele de rezonanţă, asociate regimului asimptotic sinusoidal.
1.2.3, Frecvenţele de rezonanţă ale barelor cu terminaţii reactive
în aplicaţii, printre care tehnica ultrasunetului, prezintă interes determinarea frecvenţelor de rezonanţă pentru o serie de cazuri particulare pre-z e n ta t e î n e o n ti n nare,
Vom scrie mai iutii ecuaţia caracteristică (1.15) în două moduri, în funcţie de impedanle.le mecanice, terminale şi apoi în funcţie de ndmilanţe.lc mecanice terminale. Obţinem următoarele forme
[1 + z;nl(.s)z;n2(.s)].sh(Y/) + («s) -I- ^2(.v)lch(Y/) o,
(1.21, a)
[Y^v(s)YU(s) + l]sh(Yî) + [y;^) + y;a(.v)]eli(Y/) o,
(1.21, Z»)
pcS Zm(s)
Dacă terminaţiile sînt pur reactive atunci frecvenţele proprii sînt reale, adică are loc /
ecuaţia (1.21, d) devenind o ecuaţie transcendentă reală
1 - x;x(co)A1я(co)
xrM
pcS
(1.22)

m
Dacă unul de capete, fie acesta x = 0, este liber sau blocat, iar celălalt capăt, X = Z, este încărcat cu o masă sau cu un resort (sarcină elastică se obţin cu totul două ecuaţii caracteristice de formă canonică, ecuaţii care vor fi deduse din următoarele considerente, [ST-3],
Mai întîi observăm că pentru capătul x = 0 subzistă următoarele condiţii
bară liberă : P(0) = 0, Zml = 0, V == zl cos px,
bară blocată : X(0) = 0, Ywj = 0, V = /1 sin fix,
Pentru capătul x = l condiţiile corespunzătoare sînt
bară încărcată cu o masă : Xîn3 =
bară încărcată cu o elasticitate A’ , =----------—*
Se obţin cu totul două ecuaţii distincte :
pentru bara liberă la x — 0
pentru bara blocată la .r —- 0

ct$4 p/ — AM>»j((o)«
în vederea normării, adică n obținerii ecuației caracteristice în funcție d< un parametru tidimenslonal, observăm că ducă notăm cu
.Vfc - pSl inima bard tn rta/lin static și
bard in regim static,
Obținem că importanții mecanică do normare pcS se exprimă sub formele pc.S -»
Ze.S — Л/А/ l
I1' «Си»

Introduce parametrul adimensional y definit prin
p/ = — {/, y = — (1’24)
2 X
și un parametru m care depinde de sarcina terminala, masa sau elasticitatea, și de parametrii fizici ai barei.
în tabelul 1.4 sînt prezentate cele cinci cazuri posibile . cazul general în care ambele terminații sînt reactive și patru cazuri rezultînd din combinațiile
Tabelul 1.4
Bare cu terminații reactive. Ecuația caracteristica
Ecuația caracteristică
Amplitudinea complexă
Parametrul m
Structura
1 - X'ml(al)X'ml(a>)
Mb = plS
c _ '
^mb — ----
SE
condițiilor la limită la cele două capete. Sînt dale totodată expresiile corespunzătoare ale parametrului in. Se observă că se obțin două ecuații canonice
I'вiy, m)= У + in = 0.
(1.25)
Soluțiile celor două ecuații, pentru anumite valori ale parametrului /n, sînt date în tabelul 1.5. Totodată sînt date expresiile asimptotice ale rădăcinilor pentru m < 1 și pentru m > 1.
Tabelul 1.5
Primele rădăcini ale ecuațiilor
F.t({/, ”0 = У tg— y - m = 0, rădăcină //M,
rădăcina

m	Уіл	Увв
0,1	0,2460	1,0595
0,2	0,3393	1,1132
0,3	0,4055	1,1615
0,4 '	0,4576	1,2050
0,5	0,5000	1,2435
0,6	0,5360	1,2792
0,7	0,5667	1,3120
0,8	0,5935	1,3423
0,9	0,6175	1,3702
1,0	0,6385	1,3960

Valori asimptotice
Uib-

m	U1A	Уів
1,4	0,7035	1,4820
2	0,7670	1,5754
3	0,8285	1,6757
4	0,8645	1,7388
5	0,8881	1,7820
6	0,9048	1,8132
7	0,9171	1,8366
8	0,9266	1,8550
9	0,9342	1.8696
10	0,9404	1,8815

28
~ 14 2 3 4 56783' 2 3 4 5 6 78 9
W 1 —mdog)10
Fig. 1.4. Reprezentările grafice ale mărimilor y1A și y1B — 1 în funcție de parametrul ni. Mărimile y1A și y1B reprezintă primele rădăcini ale ecuațiilor
7"^ 77
F m) = ytg — y - m = 0, FB(y, m) = ij ctg — y + m = 0.
2 2
Pentru calcule practice în figura 1.4 sînt reprezentate grafic rădăcinile ecuațiilor (1.25) în funcție de parametrul m. Este vorba de prima rădăcină a fiecărei ecuații, y1A și respectiv y1B.
în aplicații prezintă interes determinarea punctului de abscisă t0, diferit de 0 și de /, în care deplasarea este nulă. Proprietatea remarcabilă a punctului rr0, este faptul că în acest punct bara poate fi sprijinită (fixată) fără ase modifica distribuția de deplasare, adică fără a perturba modul corespunzător de oscilație. Ținînd seama de condițiile la limită studiate cu implicațiile mai înainte arătate, rezultă că amplitudinile complexe corespunzătoare vitezei sînt cele date în tabelul 1.4. Se observă din tabel că nod de oscilație, nesituat la capete, poate să apară numai în cazul 2. Obținem în acest caz
Remarcăm faptul că raționamentul este valabil pentru modurile de oscilație fundamentale. Pentru modurile de oscilație superioare, pentru toate cazurile studiate apar puncte nodale, în care deplasarea este nulă.
Ex. 1.2.1. Frecventa de rezonanță fundamentală a unei bare liberă la un capăt și sprijinită pe o masă la celălalt,
Se consideră o bară liberă la un capăt șl încărcată cu o masă la celălalt. Să se calculeze frecvența de rezonanță fundamentală pentru următoarele date: Л/, — 0,15 kg, Z — 0,25 m. S == ni'* Iar bara este din oțel. Să se calculeze totodată punctul nodal șQ,
Situația analizată se încadrează în cazul 2 din tabelul 1.4, Iar ecuația caracteristică asociată este FB(yf m) ~ 0,
Calculăm parametrul m și obținem
2 7,7*108‘0»ай‘10‘< nD1„
m =— .....~ 0,817.
к 0,15
29

гч-

И А

* SSOSgb Ьй v .... \л< ta ■
л ** ***■*•»
Din tabelul 1.5 prin interpolare, sau din figura 1.4, rezultă Уш = 1,347.
De aici deducem frecvența de rezonanță fundamentală
— = 1,347 5,05 ‘103 = 6,802 kHz. 4Z 4 0,25
obține
Pentru abscisa punctului nodal se
t0 = — l =--------- Z = 0,7424Z = 0,1856 m
Уів 1,347
Ex. 1.2.2. Modurile de oscilație ale barelor eu capetele libere sau blocate.
Să se determine frecvențele proprii precum și modurile de oscilație л = 1, 2, 3, pentru o bară de lungime Z în trei situații: bară fixată rigid la ambele capete, bară liberă la ambele capete, bară fixată rigid la un capăt și liberă la celălalt.
a) Bară fixată rigid la ambele capete.
în acest caz punem în (1.21, b) Ymi = Ymi
rădăcinile toate imaginare, adică devine sin pZ = 0. Rezultă expresiile frecvențelor proprii, precum și relațiile de legătură
= 0 din care obținem sh(yZ) = 0, ecuație care are de aici ecuația caracteristică,
c n~Ţ'
Se observă că pentru modul de oscilație de ordinul л lungimea barei cuprinde n jumătăți de lungime de undă. Totodată rezultă că expresia modului de oscilație

de ordinul n pentru viteză este dată de
Л7ГС
nc
n
vn(x> t) = sin
Ш

b) Bară liberă Ia ambele capete, în acest caz punem în (1.21, a) Zm ca și la punctul a). Obținem deci
Sin pZ = 0, {3nZ = Л7Г,
Ч*. *“• v.* 1М Л - 2
" w " * ** * ' ' ț * *
m2 — 0, din care obținem aceeași ecuație caracteristică
• * • л r * • I l . * 4 C . i Y1 к • ; •
Л7СС
«n = -----
nc
- 1
' in
Ca și în cazul precedent, lungimea barei cuprinde л jumătăți de lungime de undă. Deși frecvențele proprii sînt aceleași ca în cazul a) modurile de oscilație sînt diferite, deoarece din ta-telul 1.4 rezultă că modul n de oscilație este dat de
11П i
----X cos
ivrcc
c) Bară fixată la x = 0 și liberă la x = Z.
Punlnd ca la punctul a) Ymx = 0 obținem ecuația caracteristică — jZ'ma sin pZ = cos p/.
Capătul liber implică condiția Z'mt 0, astfel că rezultă relațiile cos p/ — 0, p„Z « (2/
2л — 1 . (2n — Ik
Юд ----------7ГС, *
2/ 4/

(2/7 — 1) ——
N
fn
.30

Lungimea barei cuprinde un număr impar de sferturi de lungime de unda. Modul n de oscilație este caracterizat prin viteza nulă în punctul x = 0 și viteză maximă în punctul x — Rezultă că expresia sa este dată de
cos
2n - 1
7ГС/Н- (pJ-
Remarcăm două aspecte importante : In toate cele trei cazuri frecvențele proprii sint In rapoarte de numere întregi, fnlf\ N, sau cum se mai spune sini >n rapoarte armonice și modurile de oscilație reprezintă unde staționare rezultînd din suprapunerea undelor progresive. Reprezentarea modurilor de oscilație, mai exact a distribuției vitezelor instantanee, este dată în tabelul 1.6.
Tabelul 1.6
Modurile de oscilație ale barelor în oscilații longitudinale
Mod
Bară fixată la x = 0 și x — l
Bară liberă la Bară fixată la x = 0 și x = 0 si x = lliberă la x = l
9
în aplicații barele cu terminații ideale, nod sau maxim de oscilație la capete; sînt utilizate în modurile de oscilație impare, adică acelea în care mijlocul barei reprezintă un nod de osci-latle șl ca atare bara poate fi fixată la mi jloc fără a perturba modul de oscilație. Legat de excitația pe moduri impare subliniem următorul fapt important : dacă o bară liberă la ambele capete este excitată cu un semnal avînd mai multe componente armonice, atunci modurile de excitație pare nu sint excitate deoarece aceste moduri au mijlocul barei ca

punct de oscilaţie maximă.
1 t • ’b * I 1 r Л 1 • x Л t • > • . i < (U • Г ■ Ж 1
în încheierea acestui paragraf vom deduce ecuajia de conservare a puterii In bare. în acest scop vom scrie ecuaţia de evoluţie (1.11) sub forma
31
Multiplicăm ambii membri cu Sp dx, ' - №, şl integram in ambii meni-* - • ==
д Integrînd prin părţi obţinem urmaloateii
egalitate
o
i
în care am notat
o
i
(1*26)
o
în mod evident We reprezintă energia cinetică a barei iar energia potenţială a aceleeaşi bare. Dacă bara este fixată la capete pe leazime ax îud operatorii de impedanţă asociaţi ~wi(‘) şi respectiv £*$(•)» argumentele acestui doi operatori fiind vitezele la capete yo(0 = v(Q, l) şi “ t*(l, t)> şi este totodată acţionată de forţe la capete, fr(t) şi respectiv fJd). atunci condiţiile la limită (1-13) exprimate în domeniul timp devin
(1.28)
Folosind (1.28), (1.26) devine
c ~T lip] + l)l~m2(vi) + ^o’mi(^o) — /1^0 +
~
(1.29)
care reprezintă ecuaţia de conservare a puterii instantanee in bare osci tind longitudinal şi care se citeşte astfel : puterea debitată de forţele imprimate este egală cu suma dintre variaţia in raport cu timpul a energiei totale a barei = -p 4- Wp şi puterea preluată in impedanţele reazimelor (raţionamentul are sens pentru situaţia în care reazimele au impedanţele nule sau finite).
1.3. Unde transversale în bare.
1.3,1. Ecuaţia de mişcare. Soluţii. Condiţii la limită.
Considerăm în acest paragraf barele (subţiri) aşa cum au fost definite în paragraful 1,2. Ne ocupăm de oscilaţiile (undele) transversale în bare. Pentru a explica sugestiv esenţa oscilaţiei do tip transversal în bare, ne vom referi în cele ce urmează la schiţele dale în figura 1.5. Profilul unei bare în regim de echilibru static este reclliniu (orizontal) şi este arătat în figura 1.5 a. Pentru exemplificarea situaţiei am considerat că bara este fixată la un capăt şi liberă la celălalt, aşa cum se arată în figura menţionată. Daca acţionam asupra barei cu o forţă situată în planul ligurii (adieri transversal barei) bara se încovoaie aşa cum se arată în figura 1,5 ă. Dai otită acestei deformări o sene de. elemente liniare de bară se dilată, altele se comprimă. Jn figura 1.5 c este arătată o secţiune în lungul barei. Ли fost individualizate trai clemente liniare de bară, 1 —2, Г-2' şi 1"—2”. Prin deformarea de încovoiere, concavi-tatea fiind în josul figurii, elementul l'-2' se dilată, elementul 1”—2” se comprimă iar elementul 1 —2 nici nu se dilată nici nu se comprimă. Locul punctelor de pe bară astfel îneît prin deformarea de încovoiere elementele liniare de pe această varietate îşi păstrează lungimea se numeşte fibra mediană. Situaţia este arătată în figura 1.5 d. Este evident că fibra mediană reprezintă un plan de simetrie al barei. Remarcăm faptul că în acest proces de deformare elementele de bară sînt supuse şi la un efect de rotaţie. Se arată că momentul încovoietor este dat de, [MS-3],
^Z = - E SA2, (1.30)
dX*
în ipoteza deformărilor de amplitudine mică, ţ(x,f) fiind deplasarea transversală pe axul barei. în (1.30) E şi S reprezintă, ca şi în paragraful 1.2, modulul
mediană
lui Young şi respectiv aria secţiunii transversale. Mărimea k, exprimată în : reprezintă raza de giraţie a secţiunii transversale în raport cu fibra Se ştie că raza de giraţie este dată de expresia :
Flg, 1,5, Bare oscllînd transversal : c) profilul barei în regim aţa- ‘ tic ; b) profilul barei încovoiate ; c) poziţiile ocupate de trei elemente liniare cînd

bara este în echilibru ; d) poziţiile ocupate de cele trei elemente liniare cînd bara este deformată ; e) elementul de arie din secţiunea transversală caro Intervine în calculul razei do giraţie,
3 — Sisteme electroaeustice — cd, 110
33
—

-4*
Pe de altă parte, datorită
în care, notaţiile sînt indicate în figura 1.5 e. Un calcul direct arata ca
1- _ J.,/> - nentru secţiune dreptunghiulară şi /12 1
pentru secţiune circulară de raza r0.
variaţiei momentului încovoietor în lungul barei (axa Ox) este generală o forţă transversala, notată cu ft, denumită ? -K• M Л • • t _•_
f = _ 12^. = ESP —
• i)x ex*
Ecuaţia de mişcare exprimă faptul că masa elementară înmulţită cu acceleraţia este egală cu variaţia forţei tăietoare pe intervalul d.r :
forţă tăietoare şi definită prin :
dx= -c-lLds= —ESk dx
— dx. dx4
în oscilaţii transversale.
direct
Se obţine în final :
= _a-=c2 —, c2 =— 8t* 8x* P
care reprezintă ecuaţia de mişcare pentru barele
Ecuaţia descrie regimul liber, (nu există forţe aplicate distribuite) şi este valabilă pentru amplitudini mici de oscilaţie.
Remarcăm faptul că structura ecuaţiei (1.33) este complet diferită de structura ecuaţiei (1.11), ceea ce arată că pe o bară în oscilaţii transversale nu se pot propaga unde fără distorsionarea profilului. De altfel un calcul arată că funcţiile de tipul G(x ± c/) nu sînt soluţii ale ecuaţiei (1.33).
Pentru determinarea soluţiei ecuaţiei considerate, punem
£(#,/) =r Re X(.r)ejwf,
în care X(x) este amplitudinea complexă spaţială. Facînd notaţiile
o
CO kc obţinem că amplitudinea complexă spaţială satisface ecuaţia diferenţială
—-i-^x-o. ■■
dx4
Rezultă că soluţia generală este dată de
X(x) = 4ch p.r -ţ- Bah p.x’ -|- C cos Ş.r Dsin p.r
ITI’нп,’ У п sînt constante complexe care urmează a fi determinate din condiţiile la limită, Remarcăm faptul că bara este un mediu dispersia **№$№** de fază nu depinde liniar de frecvenţă

Condiţiile la limită liplco, care intervin în aplicaţii sint următoarele :
- tncrtsfrarefl hi punctul x ™ ,t0, condiţie care implică
<1X .f0
bară liberă în punctul x
condiţie care implică
= 0
(PX
dx»
<l»X
dx8
•To
bară articulată în punctul x = x0, condiţie care implică
M(x^) = 0 ->
dxa
*0
f • ' . ; • 1 ' 1 " J-

. 1
bară acţionată în punctul x = .r0 de o forţă concentrată (fără moment)
avînd frecvenţa ы şi fazorul F, condiţie care implică
л daX
= o
Xo
d3X
E Sk2 — -+
dx3 Xa
1.3.2. Frecvenţele de
rezonanţă ale unei
bare, iцeaзiг
tă la un capăt şi
liberă la celălalt
ЙГ'Ц '331 ■ *
/i I Еппхз'Кр;
; М-'Лvму? ТИ ЦЧпЬЧ xfţz 'Л' < фіЧ . i '* Й .
Considerăm o bară care oscilează transversal, liberă la capătul x ~ l
şi încastrată
la x 0. Obţinem în acest caz sistemul de
condiţii la limită
dX
I t
: i riEd
• X.(0) —- 0,
? iH*. > i■ i)‘ zr •;o j йnn ■ i
dx0
o
d3X
w *
dx8
dxa
daX

..^v,. j®i \ ** ,i • Г
care conduce la următorul sistem de ecuaţii omogene
(1.38)
Condiţia de compatibilitate a sistemul ui de ecuaţii omogene (1.38) consta în
anularea determinantului coeficienţilor ecuaţidor. Ecuaţia obţinută astfel
reprezintă ecuaţia caracteristică a sistemului fizic considerat (bară împreună
cu condiţiile la limită) şi este dată de
eh p/cos pZ == — 1
(1.39)
sau sub o altă formă
Nolînd
tot2
(1.40)
soluţiile ecuaţiei caracteristice (1.39) sînt următoarele
&1A = 1-194, cx>2a 2,988, c/i^a ~ ~ t
(1.41)
Folosind numerele proprii (1.41) obţinem următoarele expresii pentru frecvenţele
proprii
апЛ
r,2kc
nkc
„2
Sl2 a»л'
=
2
4/2 ”
care arată că frecvenţele proprii :
— sînt aproximativ în rapoarte de pătrate arată că nu sînt In rapoarte
armonice şi că sînt relaţii) rare in spectru ;
— sînt invers proporţionale cu pătratul lungimii barei, spre deosebire de

frecvențele proprii ale barelor în oscilații longitudinale, situație în care pro-porționalitatea este realizată numai cu inversul lungimii barei;
— sînt proporționale, prin intermediul razei de giratie, cu dimensiunea liniară a secțiunii transversale, dimensiune evaluată în planul mișcării.
Primele trei frecvențe proprii se calculează cu următoarele formule de numere impare, ceea ce
0,5598 —
y 2,088 V
e. 1Д94 J
«M J
«M V
«14)
1.Ш
6,2620 flA,
(1.13)
36
Frecvențele proprii, diferite de frecvența proprie fundamentala și care nu sint neapărat multipli întregi ai acesteia, se numesc supralonuri. Se observă că al doilea supraton are valoarea puțin mai mare decît armonica a 6-a a frecventei fundamentale iar al treilea supraton este mai marc decît a 17-a armonică. Deoarece amortismentul oscilații lor libere este de regulă o funcție crescătoare cu frecventa rezultă că regimul tranzitoriu pe supratonuri este sensibil mai scurt decît regimul liber pe tonul fundamental. Acest fapt fizic explică un fenomen cunoscut practic. Dacă se percutează o lamelă (bară) și se generează oscilații transversale atunci în primele momente se aude un sunet metalic deoarece prin percuție sînt generate pe lîngă modul de oscilație fundamental și modurile superioare. în scurt timp însă sunetul devine pur, melodios, deoarece modurile superioare se atenuează mult mai rapid. Pentru acest motiv barele în regim de oscilații transversale sînt folosite în acele aplicații în care este necesar să se obțină tonuri pure. Un exemplu îl constituie diapazonul. Un alt exemplu îl vom indica în paragraful următor.
Expresia modului n de oscilație mai exact amplitudinea complexă asociată se obține din următoarele considerente. Raportul Bn/An se obține din sistemul de ecuații (1.38), folosind una din ultimele două ecuații în care £/ este. înlocuit cu valoarea corespunzătoare modului n. Constantele An din primele două ecuații. Factorul de scară An se normează astfel îneît amplitudinea de oscilație la capătul liber să fie egală cu unitatea. Notăm amplitudinea An normată astfel cu An. Pe baza considerentelor arătate obținem forma generală a modului n de oscilație
in care dnA este dat de (1.41) iar ceilalți doi coeficienți sînt dați de expresiile
J МП 1; f I fi t I 1 ? O.G f rl; r*. 'flK jh JJ ț!
_ chp„Z + cos IV
An sh p„Z + sin ВЛ
' i 1 1 1 * f ț f f f r ’ ' . 1 ’ V f V *) , 1 ■ I
r > л z * z • • / / I I J /'Л J к/ 1 " < • I I x I 1
(1Л5)
sh pMZ -p sin pj
2(ch pM/ sin pм/ — sh p,,/ cos pj
(1.46)
Folosind numerele proprii dale in (1.41) se pot determina coeficienții numerici pentru primele trei moduri de oscilație, latăacești coeficienți
— a,.., «=» 1»«755. zîj - 0,5035, Л 0.7341 ;
2 ’I i
4,6935, /Iд r-;- ■" 0,u, —4 ; — 1,0185 j
2 Л»
u-ла
0,5,
l 229

37
• ♦ • »* • \ I л 4 i г 1 * * < Ж > 4 . > fr l I ;
Fig. 1.6. Profilele barei oscilînd transversal corespunzătoare primelor trei moduri de oscilație. Bara este liberă la un capăt și încastrată la celălalt.

în figura 1.6 sînt reprezentate profilele barei corespunzătoare pnmelor trei moduri de oscilaţie. Se observă că deplasarea maximă pentru orice mod are loc pentru x = l iar această valoare nu mai este obţinută în nici un punct de maxim din interiorul intervalului [0.1]. Punctele nodale, adică acele puncte în care deplasarea şi viteza sînt nule în orice moment, sînt următoarele (este exclus din considerare punctul x = 0) . <
• I
n = 1, nu există ;
. ” ■ *514 •• J ’ l ' . v 1. .s— 11.. хл Г.i

n = 3, 2'01 + 0,504 /,1*02 = 0,868 l.
Barele încastrate la un capăt şi libere la celălalt se folosesc fie lucrînd pe modul de oscilaţie fundamental (lamele de stabilizare a frecvenţei în anumite oscilatoare) fie lucrînd în domeniul de frecvenţă inferior primei frecvenţe de rezonanţă f < flA (elemente bimorfe în microfoanele piezoelectrîceh
Frecvenţele de rezonanţă alo unei bare liberă la ambele capete
să alegem în acest caz origina axelor
Considerăm că bara de. lungime / este liberă la ambele capete. Este natural 7?'*
 7 . . :v =-0,1a mijlocul barei. astfel că prin
această alegere cele doua capete sînt situate la .v « ± //2, Obţinem sistemul de condiţii la limită
38

■J ' * -• * V

да
care conduce la următorul sistem de ecuaţii omogene
Ia A -j- b B — cG — dl) x's 0, u/1 — bli — cC/ *p dl) 0, bA + aB + dC c i) - 0
—ЬA + uB — dC — cD — 0,
(1.47)
in
care s-a notat.

b -— sli [

^19-~

în
Prin operaţii algebrice elementare sistemul de ecuaţii (1,47) se desface două sisteme de ecuaţii independente r
(aA — cC = 0, , 4 [bB — dD = 0
\bA 4~' dC — 0, [ui? —cD == 0
celor două sisteme sînt respectiv
Ecuaţiile caracteristice asociate
sau trecînd
la variabila iniţială
ca în paragraful precedent.
coZ2
w F 1 f x - •- Vь « л.
obţinem pentru ecuaţia caracteristică (1.49 a)
^i.в ~ 3,0112, азд = /, a;,#
” л ■ в* A * ~ ж
(1.50 a)
impar,
iar pentru ecuaţia caracteristică (1.49 b)
a«/î --=
(1.50 b)
Din (1,50) deducem expresiile de calcul pentru frecvenţele proprii

71^0
4Z’
(1-51)
nkc
8/«
39
ж <мД-Ж

&
„eie proprii .« «« P™P'^ d" formulele (1.42).
Primele trei frecvențe proprii se
— 3,01122 8Z1
2 <5
calculează cu
= 3.5607 — ,
următoarele formule
«ед
0C1B
^гВ
2
Ав
3,0112 J
7 j2
3,0112)
t Г^1В
Pentru determinarea expresiilor modurilor de oscilație exprimăm raportul de
constante din sistemele de ecuații omogene și efectuam o normare pentni Z/2
valoarea 1 a amplitudinii complexe de oscilație.
_ pentru modurile de oscilație simetrice față de mijlocul barei
и i
a avea în punctul x
Prin structurări simple obținem
--------ch
ch pn —
COS I B
COS p„ —
— pentru modurile antisimetrice față de mijlocul barei
sh
n •
&пЬ
Folosind (1.50) expresiile concrete pentru primele trei moduri de oscilație sînt
următoarele -v ~ “ ’Ț’
Xi(x)= 0,0931 ch 4,73 - - 0,701 cos 4,73 — ,
—0,707 sin 2,5
în figura 1.7 sînt reprezentate profilele barei corespunzătoare primelor iei
mofluii de socilație. Ca și în cazurile analizate în paragraful precedent,
deplasarea maxima are loc la capetele barei. Punctele nodale corespunzătoare
celor trei moduri sînt următoarele 1
> '*01
oa
oₚ
40
Fig. 1.7. Profilele barei oscilînd transversal corespunzătoare primelor trei
moduri de oscilație. Bara este liberă la ambele capete.
I / 7 / r P î \ f r * •
Un exemplu de utilizare a barelor oscilînd transversal libere la ambele capete
este constituit de barele folosite în xilofon. Barele oscilează pe modul
fundamental și sînt fixate prin muchii de cuțit situate în cele două puncte
nodale ale modului fundamental. Deoarece în aceste puncte modurile superioare nu
au nod de oscilație, prin percutarea la mijloc a barei se obține un sunet care
devine într-un timp foarte scurt un sunet pur, de frecvență egală cu frecventa
fundamentală de rezonantă.
Ex. 1.3.1. Frecvențele de rezonanță ale unei bare fixată la un capăt și liberă

la celălalt
O bară de oțel are raza r0 = 0,004 m și lungimea 0,4 m. Bara este încastrată la un capăt, fie icesta x = 0, și liberă la celălalt, fie acesta x — l. a) Să se calculeze raportul dintre frecvența de rezonanță fundamentală în oscilații longitudinale Д și frecvența de rezonanță fundamentală în oscilații transversale f1A. Calculați cele două frecvențe, b) Să se calculeze raportul dintre deplasarea la mijlocul barei și deplasarea de la capătul liber în cazul oscilațiilor longitudinale și în cazul oscilațiilor transversale.
a) Din exemplul 1.2.2 și din (1.43) avem
-----— ’ Ли = 0,5599 ~ Z- - r /9
4/ i2 ' K ~ r°'2i
astfel că obținem
=------------- — = 0,4465 — = 0,4465 ------------ = 0,4165 --------- — 89,3.
f1A 4-0,5599 /c к r0 0,004
3. - ‘ I • 1 _■ I ^4. л ' l_ ! ■ »
Jj_ = .3 = 35,2 Hz,
89,3 89,3
5,03-10»
= 3,1137 kHz
41
■ 1 .....
Vom pune în evidență acum un fapt fundamental în teoria oscilațiilor și undelor in solide* Pentru aceasta scriem lungimea de undă în cele două situații din care obținem că pentru Xi == Xiл (acolaș traseu parcurs) arc loc
V
41

*•
relație care arată că viteza de fază pentru fază pentru undele longitudinale. Se spune
undele transversale este mult mai mică declt viteza de că undele transversale se propagă mai lent declt undele
longitudinale.
b) Din exemplul 1.2.2 avem
pentru modul fundamental longitudinal
Xi(x) = Ai sin —»
21
astfel că obținem

Y(Z/2)/ | Â! | = 0,707.
Din (1.44) avem pentru modul fundamental transversal normat
{ X X
chil,8755 — — cos 1,8755 ----- 0,7341 sh 1,8755 —-----sin 1,8755 —
l l 1 1
din care, obținem •:
[/1,8755
0,5035 Jch -------
— cos
1,8755
/1,8755
- 0,7341 sh---------

/1,8755
sin I-------
A 2
= 0,342.

Гi г * 1
Se observă
că în cazul modului de oscilaţie transversal deplasarea la centru este aproximativ de două ori mai mică (în raport cu deplasarea capătului liber) decit în cazul modului de osci-
laţie longitudinal.
Ex. 13 2. Frecventele de rezonantă ale unei bare liberă la ambele capete
O Bară de oţeLcu dimensiunile de la exemplul 1.2.3 este liberă la ambele capete şi oscilează -transversal pe modul fundamental, a) Şă se calculeze raportul dintre frecvenţa fundamentală
în. modul long'tudinal şi frecvenţa fundamentală în modul transversal. Să se calculeze cele două frecvenţe, b) Daca deplasarea la mijlocul barei în modul transversal este de 0,001 riv să se calculeze deplasarea la cele două capete.
a) Din exemplul 1.2.2 şi (1 52) avem
A ~ ----> fin =-3,5007 —- ,
21 p
astfel că obţinem
- — - * <. f > i I • I I I I f , 11, I
f, l I I 21
— 0,1404 — = 0,1404---------
Л» 2.3,5607 li к r.
—■ 0,1404------- == 28.08,
0,004
e Г 5,03-10»
21 2'0,1
» 0 287 Uz. fU! =_I!_ 223,0 Hz.
28,08
• ф * i i 4-
b) Din expresia modulul do oscilaţie transversal pentru
O,0031eli4,73 ----- 0,701 sin 4,73 —
obţinem deplasarea la centru
A t(0) 0,0041 — 0,701 —0,6070,
astfd cЛ deducem deplasarea la capete ncnormată, mărime notata cu Ăr,
- 0 001
.V,(/ 2) „ 1,645-10-3 in.
0.6079
Semnul minus arata că cele dona puncte, mijlocul barei şi oricare din cele doua capete, oscilează în anUf&zâ. fapt caro rezultă şi din figura 1.7. Observăm că modul transversal fundamental este un mod par in timp ce modul longitudinal fundamental este Impar (evident simetria fund evaluată în raport cu mijlocul barei).
- • 4 I j > * ' • • •
tn finalul acestui paragraf vom deduce ecuafia de conservare pentru bare Iii c^cilalii transversale. Vom face ipoteza că
la nici unul din capete şi nici nu se comunică energia înspre exterior. Aceasta înseamnă că la un anumit capăt, r = 0 sau x — 7, bara este sau încastrată sau liberă. în acest scop vom scrie ecuaţia de mişcare a barei sub forma
barei nu i se comunică energie
înmulţim
8Ь/81 si integrăm în ambii membri de la
(L33*) cu nd.r» p
— I. Conform cu ipotezele făcute cu privire Ia structura terminaţiilor
sau
sau
astfel că printr-o integrare prin părţi repetată obţinem
în care am notat
0. • '
| r t y л S < * n
Q [Г*)
l r 'V 1
2
p
* o
o

</r.
(1.56)

0

0
<

în mod evident Wc este energia cinetică a barei iar И p este energia potențială^ Comparînd ecuația de conservare a puterii instantanee pentru barele in oscilații longitudinale» formula (1.27) cu ecuația de conservare pentru barele in oscilații transversale, formula (1.56), constatăm că energia cinetică are aceeași елpiesie în uni bete cazuri, deoarece expresia energici cinetice nu depinde de stiuitura forțelor de restabilire. Energia potențială depinde însă de structura forțelor de restabilire. în cazul barelor oscii înd longitudinal iutegrandul diu Upeste pio-porțional cu pătratul deformării (derivata deplasării în raport cu spațiul) iar în cazul barelor osciiînd transversal iutegrandul din este proporțional cu pătratul momentului încovoiaton

1.4. Unde transversale în membrane

1.4.1. Ecuația de Ir ișcare. Condiții la limită

Membranele sînt corpuri perfect elastice (nu generează prin deformare forțe de restabilire) caracterizate prin faptul că o dimensiune (grosimea) este mult mai mică decît dimensiunea medie a suprafeței (întinderii). Pentru a deveni corpuri elastice (apte să genereze prin deformare forte de restabilire) membranele sînt întinse (tensionate). în mod obișnuit membranele sînt întinse și sprijinite pe un anumit contur plan (dreptunghiular, circular). Caracterizarea forțelor do restabilire se face în modul următor. Considerăm o porțiune de membrană, fig. 1.8 a, delimitată de un anumit contur Г. Pe fiecare element de arc ds al conturului Г se exercită, din partea exteriorului asupra porțiunii considerate, o forță de tracțiune normală pe rfs, dată de F\ ds (F\ se numește tensiunea în membrană) și cuprinsă în planul tangent în punctul, considerat (mijlocul arcului ds). In mod evident mărimea I<\ are dimensiuni fizice de forță pe unitatea de lungime, N-m-1. Forța totală exercitată asupra porțiunii considerate este suma vectorială a tuturor forțelor de tracțiune exercitate în lungul conturului Г. Remarcăm faptul că mărimea Fi ar putea fi corect denumită ca forță pe unitatea de lățime, deoarece este normală arcului ds în fiecare punct al conturului Г. Deoarece membranele sint caracterizate prin întindere, caracterizarea masică a acestora se face prin masa superficială, notată cu a și avînd dimensiuni fizice de kg«m-2. Dacă membrana are grosime uniformă (fapt presupus în continuare ea îndeplinit) notată cu b, atunci legătura dintre p, o și b este dată de a = pă. Totodată legătura dintre tensiunea în membrană și efortul unitar, exprimat în N-m~2, este dată de Tb — F^.

Membrana este un corp 2-dimensional (grosimea sa fiind relativ mică) și ca atare poziția unui punct de pe membrană se poate caracteriza prin două coordonate spațiale (un u2) și o coordonată temporală /. Se arată, [MS-2], că dacă deplasările sint mici (mai precis sinusurile pot fi aproximate prin tangente iar acestea prin derivatele deplasării în raport cu o coordonată spațială)atunci ele sînt in întregime transversale, normale planului determinat de conturul de fixare. Prin urmare deplasarea membranei poate fi caracterizată printr-o

Fjg. 1.8. Membrane oscilînd transversal : a) forțele do legătură • b} elementul de arie hi coordonate curbilinii ortogonale : c) coordonatele polare.

coordonată unică, deplasarea transversală, notată cu £ și care este funcție de cele două coordonate spațiale și de limp, adică £ =-= ț(u19 it2, /). Pentru precizarea notațiilor în vederea exprimării ecuației de mișcare, considerăm în planul membranei, planul conturului de fixare, sistemul de coordonate curbilinii ortogonale ux și uQ avînd parametrii Lamme asociați notați respectiv cu /ц și h2. Situația este arătată în figura 1.8 b. în aplicații prezintă interes situația în care membrana este acționată de o forță exterioară, caracterizată prin arăta că

scalarul p(ux, u2,
ecuația cîmpului elastic transversal pe membrană
Л2
/), exprimat în Pa. Cu aceste precizări, se poate este dată de
c/ I “V <^4>
•
o •
2 дР
дий V
Dacă forța distribuită este nulă atunci obținem
дий
Лі
care este ecuația undelor în două mărimea
âlll
діи ț Ло г)і'й
с2
coordonate curbilinii ortogonale
in care
(1.59)
undelor 2-dimensională nu admite soluții modificarea profilului inițial.

are dimensiuni fizice de viteză.
Se arată, [MS-2], că ecuația de lip unde care se pol propaga fără
Vom căuta soluțiile ecuației (1.57) folosind metoda separării variabilelor introducînd amplitudinile complexe spațiale. Întrucît în majoritatea dispozitivelor electroacustice conturul de fixare este circular, vom exprima (1.57) în coordonate polare, fig.
«1 = г
z/2
2
obținînd

i I
f
г ■ дг
го2 с* zp
(1.60)
дг
Considerăm regimul staționar de frecvență co, punînd p = Re Peiwt, < = ReX(r)eJ“‘, luînd în considerare oscilațiile cu simetrie de rotație, d/df) 0.
Rezultă următoarea ecuație diferențială pentru amplitudinea complexă spațială X, P fiind considerat ca mărime dată,
1 zi r a y \ _____ P л w /1 d 1

Soluția ecuației omogene este dată de,
(r) « XJo(₽f) + BVo(Pr)
45
Ia tare J# este funcția Bessel de speța întîia și de ordinul zero mr \ „ tum-țm Bvssel de Speța a doua și de ordinul zero. Se șlie cft peulru r 0 1 „ devin; infinit astfel că daca membrana este un domeniu simplu conex, cu r 0 ca punct interior, fapt acceptat ea îndeplinit in continuare, condiția de lini tudiiie a soluției în tot domeniul conduce la P --- 0. astfel eй Л’й(г) Л.Ц[4г). Pentru a determina o soluție particulară a ecuației neomogmw considerăm cazul particular important in aplicații iu care P consl., din care rezultă că o soluție, particulară a ecuației considerate este .\\ = — P/(P“1'\). Soluția generală este deci
în care singura constantă Л care intervine în soluție urmează a li determinată din condițiile la limită. în toate situațiile ini finite în aplicații condiția la limită constă în anularea deplasării pe conturul de. fixare, în cazul do față cercul г = Го, adică 1 '
, X(r)|r, = 0.

Prin structurări adecvat e se obține soluția generală care satisface condiția la limită sub următoarea formă
ЬихГГн? ьи; • гЬ-ч • u
P Jq(pr) - Jp(Pro) 1 pTi L] ‘
MIjr'.oitH < i«>.| i »KI' >')
i!йii4м itfw hîO-Z
:: w nî и . v ;; V plbi jbffpUb’ î,tJ
Din (1.62) rezulta că ecuația caracteristica a sistemului considerat (mem-i \
: I • ' ’ 1 ■1 '■ ‘ ' •’ 1 !■.<:•/1 ■ ■ i
brana plus condiția la limita) este
- kc r , . ’ • ;c y . 4 4 4iîî нмьнИСн*'; iii ț * , .1
Jo(0ro) = 0, (1.63)
ecuație care are un șir minier abil de rădăcini
Л* - * i Ч-Ц • ** > I / ** > Y > î
a01 =. 2,405, a0. = 5,520, a03 — 8,654,... (1.64)
ЬiЙПiЧТ VJ G îfl ‘)'l 1 li) . jțdiici?. IПШI295 Jlli Г,Ьг
1.4.2. Frecvențele proprii și frecvențele de rezonanță.
Considerăm mai întîi cazul1 P = 0, adică regimul liber. Ecuația caracteristică (1.63) furnizează condiția necesară și suficientă de existență d regimului staționar liber. Din (1.64) obținem succesiv
aor»
!■— ы Hi
• | h
n «= N,
46
Pon^*o = «Om Por*
' ' ' I i I - 4 ’lll ’.) •
f _____ aonc
iQn — *7--------,
2кг0
(1.65)
■. î ■: ’»
(1.65)
f ♦ 4 к

care arată câ frecvențele proprii ale membranei alcătuiesc un spectru discret dar ele nu sini in rapoarte armonice.
Primele trei frecvențe proprii se calculează cu expresiile
2,405
0,383
01,
(1.66)
01*
5,520
2,405 '
Г _ a°з f _ 8,654 /оз —------/oi —
aoî 2,40э
O soluție de ordinul n a regimului liber este de forma
Г . Z V l/\ / 1 T (Г 1 (0»0П^ 1
COS
• (1.67)
care constituie modul de oscilație de ordinul n. Facem următoarea precizare cu privire la terminologie. Uneori numim soluția staționară în domeniul timp mod de oscilație iar alteori pentru simplificarea unei exprimări mai complicate numim mod de oscilație chiar amplitudinea complexă spațială.
Ținînd seama de (1.67), soluția generală a regimului liber se scrie
Л

G
în care șirurile {Ая} și {фя} se determină din condițiile inițiale (problema lui Cauchy).
Pentru a înțelege particularitățile referitoare la utilizarea membranelor vom

reprezenta grafic profilele ocupate de membrană pentru diferite moduri de oscilaţie. Considerăm mai întîi graficul funcţiei Bessel Jo, grafic dat în figura 1.9. Din (1.65) şi din figura 1.9 se observă că pentru modul n de oscilaţie, n — == 1, 2, ;.., profilul membranei include n cercuri (inclusiv cercul r ~ i'o) pe care deplasarea membranei este nulă în orice moment. Aceste cercuri se numesc linii nodale. Observăm că pentru sistemele descrise printr-o ecuaţie
Fig. 1.9. Graficul funcţiei J.(x).

diferenţială eu derivate parale ^ojingurăcourd^
se poate anula în puncte izolate, punctele nodale. Pentiu modul n de oscilaţie cele n linii nodale sînt date de
_ “o>
Z-----/ Q ,
«on
-----Г — /0.
аол аоп
Pentru ilustrarea faptelor mai înainte arătate, în tabelul 1.7 au fost reprezentate profilele membranei corespunzătoare primelor trei moduri de oscilaţie. în mod evident aceleaşi reprezentări sînt valabile şi pentru viteza de oscilaţie.
Din reprezentările date în tabelul 1,7 se observă că pe modul de oscilaţie fundamental, n = 1, membrana deplasează aerul în acelaşi sens, pe toată suprafaţa ei, sau altfel spus toate punctele de pe membrană au aceeaşi fază

Tabelul 1.1

de oxcilujie. Pentru modurile de o.че.iIiЦie .siiperfoiirc, /1 • 1, două porţiuni inelare adiacente unei linii nodale, (dll’erlUI de. cercul mare, /• r„), oscilează
în anii fazii, astfel cil paloarea ncllt u aerului, deplasat este. mai mică, în raport cu silnaţia în care oscilaţia membranei cete Hinfazicii. Pentru caracterizarea efectului mai înainte descris se consideră o membrană de arie, So oscilînd pe modul n de oscilaţie. Se. defineşte amplitudinea complexă medie, a deplasării, nolntă cu Л„, definită prin formula
/Гм-S'o ■ j X„(S)dS,   (1.68)
A o
în care X(S) este, amplitudinea complexă spaţială a deplasării. în mod similar se defineşte amplitudinea complexă medie a vitezei.
Pentru membrana circulară se obţine
r»
Ля я: rj --■= \ A„.J0 |a0B — |2лг dr,   (1.69)
J l r0J
o
în care Лп este amplitudinea complexă a deplasării evaluată la centrul membranei г == r0. Utilizînd formulele date în anexa 2 obţinem
n
•I l(^On)*
Din valorile tabulate în anexa 2 rezultă următoarele : dacă presupunem că amplitudinile la centru pentru primele cinci moduri sînt egale, = A2 =
—   ... == Af), atunci volumul mediu de aer deplasat, sau debitul mediu, pe modul fundamental este 0,432 Д50, în timp ce pe modurile superioare volumul net scade (relativ faţă de cazul n = 1) de 3,5 (n = 2), ..15,6 (n =
—   5) ori. Pe de altă parte, în capitolul 3 se va arăta funcţia de transfer, atît la emisie cît şi la recepţie, este proporţională cu volumul mediu de aer deplasat de membrana în mişcare. De aici rezultă că membranele sînt utilizate în mod judicios ca elemente radiatoare sau ca elemente receptoare dacă prima frecvenţă proprie se găseşte la capătul superior al benzii de frecvenţă care urmează a fi tiansmisă. în aplicaţii este comod să se folosească nu volumul mediu ci debitul mediu, notat cu Qv şi definit prin
Qo = J V(S)dS,
în care V(S) este amplitudinea complexă spaţială a vitezei de oscilaţie,

structură care are aceeași formă de variație spațială ca și amplitudinea complexă a vitezei,
Considerăm acum situația în care P 0> adică regimul permanent sinusoidal. Calculele mai înainte efectua te se referă la membrana fără pierderi, în realitate în mediul învecinat există pierderi mici dar nenule, astfel ca frecvențele complexe au o parte reală negativă relativ mică dar nonulă eeea ce face ca regimul forțat sinusoidal să fio unic determinat de foița excitatoare* (1.70)
4 — Si steme eluolrotțcuiHk'u — ud, ПО
49

■>.r

1
domeniul de utilizare a membranelor este, limitat su-este util să deducem o Pentru frecvente « apropiate de frecvențele proprii o>0B amplitudinea de Ținînd seama ca ■_ perior de frecvența fundament expresie aproximativă pelin, amplitudinea complexa spațiala Л0 ta mental » < «... sau mal precis 0r, < 1, domeniu do funcționare denumii regim cuazistatic. Folosind dezvoltările asimptotice ale funcțiilor Bessel pentru argument mic date în anexa 2, obținem următoarea formă
Xs('') = X(r)|pr0«i =
4 г i
care se numește amplitudinea complexă (a deplasării) în regim cuazistatic. La centrul membranei se obține
2
=
4ttFi
este egală cu deplasarea unui resort, de
2 *(ГИГ'Л J
0'
care arată că deplasarea la centru constantă elastică Cme — (4tzF1)~1, acționat de forța globală Г тег
Efectuînd o simplă integrare, obținem că amplitudinea complexă medie obținută înlocuind deplasarea reală cu deplasarea în regim cuazistatic este dată de valoare relativ puțin deosebită de valoarea obținută folosind adevărata distribuție, adică 0,432 X(0).
Calculele și considerentele mai înainte prezentate se referă la oscilațiile cu simetrie radială. Pentru determinarea frecvențelor proprii care se găsesc într-un interval de frecvență dat este necesar să fie luate în considerare și modurile de oscilație care nu au simetrie radială. în acest scop considerăm ecuația (1,60) în care punem P = 0 și căutăm soluții de tip staționar. Obținem ecuația
i a / ax
I J * MHMWWI г дг I дг
care are drept soluție (finită în origină)
0) dWi(pr) cos(/n 0 '— 0ш), m » 0, [,\ % л Punînd condiția la limită de anulare a deplasării pe cercul r *U(W 0,
. care are ca soluție șirul de numere (proprii)
a<,1' «Qii.. 4 <xia,,. M ,,,, ,
în anexa 2 sînt dale primele cinci numere proprii pentru n — Q
rezulta
50
Folosind aceste date obținem șirul de frecvențe proprii raportate la /0J, frecvența fundamentală de rezonanța,
* __ fmrt &mn ,
ZZZS —ZTTTS мй ш nai n 10 VIV r f
/01 &0t
/01 == 1, Ai = 1,593, /21 e 2,135,
/oa = 2,295, Ac = 2,917, /22 e 3,5,
/03 e 3,598, Аз = 4,228, /23 = 4,832,

/04 == 4,902, A-i = 5,538, /м = 6,15,
Д5 == 6,209, Ar, = 6,848, /25 = 7,468.
Pentru ilustrarea repartizării fazei de oscilație și a liniilor nodale pe 0
membrană în tabelul 1.8 sînt reprezentate nouă moduri de oscilație, indieîn-du-se faza de oscilație (fază 0, porțiune albă iar faza к, porțiune haşurată). Se observă că pe măsură ce indicii m și n cresc amplitudinea medie scade deoarece numărul porțiunilor oscilînd în antifază crește.
Tabelul 1.8
Modurile de oscilație ale unei membrane în oscilații transversale
51

*
k' .^4

<**** 4

a pitle.rli pentru membrane. ambii inciribii cu мЬ/(<Ь/^ Klcctiiînd o Integrare prin
în final vom deduce ocuațln de conscrnarf Pentru aceasta înmulțim cgaliliitcn (1.5'0 în si intenrSm în ambii membri pe stiprnlațn ».«. 'părți șt ținînd scama cl po conturul do fixare deplasarea <•«!<• пмій obținem egalitatea

în care am notat
wc
“ dlfiVj
Wp
sui
dua >
du, du
a
în mod evident Wc reprezintă energia cinetică iar W? energia potențială a membranei.
Exemplul 1.4.1. Membrana in modul de oscilație fundamental
Se consideră o membrană care oscilează po modul fundamental» avînd amplitudinea complexa la centru A>. Să se scrie amplitudinea complexă spațială pentru deplasare șl pentru viteză, precum și pentru mărimea dX/dr.
Prin calcul direct obținem
Sil se calculeze apoi energia totală.
X(r) = AiJ0 *oi
V(r) = jwoiX(r)
«01
Го
Ji «oi — t r0
dx
Energia cinetică mediată pe o perioadă este dată de r°
IV = — 2770 (| V(r) |8rdr = ~ [Ax 4 J 2
O
mediată pe o perioadă este dată de
Го
Energia potențialii
dX d®
Г*o aji
«O»
J J(x)a?dx.
o
«pi
'(.T)a.d.v.

o

Folosind Integrala definiţii dată
în anexa 2
T" 1J ’ W
o
52
obţinem că cele două mărimi şl Wr nu aceeaşi expresie şi anume
VV = fi\ +)Vp = ~ nrfa | Ai |3й>2Л8(aO1)’ >2
Folosind valorile dale In anexa 2» obţinem forma finală numerică
Г1 i
1F = Trrja | A.t |°o>?i I— 0,5191® I ~ Oi 1347rtrfa%i | Ax |2o.
2
Exemplul 1.1.2. Dependenţa frecvenţei fundamentale de rezonanţă a unei membrane de parametrii flcometrlei
Să se arate că pentru membrane subţiri şi omogene (în ceea ce priveşte grosimea) frecvenţa fundamentală do rezonanţă maximă nu depinde de grosime.
Scriem expresia frecvenţei fundamentale co0l, înlocuind Fj cu Tb şi o cu pă, obţinlnd
- 21
Cdoi —
r? P
Pentru un material dat, efortul unitar T [Pa] este limitat superior de o valoare care depinde de tehnologia de fabricare, valoare notată cu TM. Astfel frecvenţa fundamentală maximă, notată cu (cooiЬp corespunde la T = TM, situaţie care este realizată prin forţa de tensionare Fj^v = ЬТ д/.
Exemplul 1.4.3. Membrana microfonului condensator
Membrana unui microfon condensator este realizată dintr-o folie de aluminiu, cu diametrul dc 2 IO"2 ni şi grosimea de 20 pm = 2-10_5m. Materialul utilizat are efortul unitar maxim Tif = 2-IO8 Pa. a) Să se calculeze tensiunea maximă FliV, forţa totală de întindere corespunzătoare şi frecvenţa fundamentală maximă realizată, b) Dacă se aplică membranei o presiune uniformă sinusoidală avînd j P | = 2 Pa şi f = 500 Hz să se calculeze amplitudinea complexă Ia centru precum şi amplitudinea complexă medie
a) Obţinem
Uf
= bTM = 2,10~52-108 = 4-103 N-m"1.
Forţa totală de întindere este aplicată pe perimetrul membranei 2кг0, astfel că obţinem
F{ = P1M2ттг0 = 4-IO3-27:10 2 = 80kN.
Frecvenţa fundamentală maximă
se calculează cu
У T»' - 0,38.1/.. 2'1()‘- = io 342 Hz.
]/ p 10’’]/ 2,7 • IO3
f (/qi)4u» regimul do funcţionaro este cuazistatic astfel că cu
a } = 0,38
l/OiJjf e ------
ÎO
b) Deoarece are loc inegalitatea deplasarea la centru o calculăm
I ,\'(0) I B .1 p |r“ « «= 1,25-W m.
4Fi 4*4*10*
iar deplasarea medie este Jumătate din deplasarea la centru, adică | X | « 0,025‘10’1 m.
Kemarcă.m făptui că deplasarea este deosebit do mică» ca urmare a x.duiii deosebit de mo a forţei aplicate şl valoriI deosebit de mu’l a rigidităţii (Inversul elasticităţii).
53
<34
1.5. Unde transversale în plăci subţiri
1.5.1. Ecuaţie de mişcare. Soluţia generală
Plăcile sînt ca şi membranele corpuri caracterizate prin întindere. Spre. Мы.2& pMe nu sini perfeol ehţU№ « si ca atare nrin deformare generează forţe de restabilii e. I un oeloimare lip transversal. o serie de elemente se «lunpese, altele de comprima .ar „ИЛ If, păstrează lungimea. Apare totodată un efect de rotaţie. Luminile Şc P£ într-un mod similar cu cel în care se deformează bara încovoiata, cu di osebirea că mişcarea are loc în două dimensiuni. Plăcile sînt

fixate pe un contur, cel mai utilizat fiind cel circular. în această situaţie utilizarea coordonatelor polare este naturală. Ecuaţia undelor transversale într-o membrană circulară de grosime mică şi uniformă, modurile de oscilaţie avind simeliîe de rotaţie, este dată de, [MS-3],
în care s-a notat prin : £ = £(r, /), deplasarea transversală ; r, raza vectoare ; p, masa specifică a materialului ; 7<, raza de giraţie a secţiunii transversale în raport cu fibra mediană, k2 = ă2/12, b fiind grosimea plăcii ; £, modulul lui Young; a, coeficientul lui Poisson, care ţine seama de faptul că prin alungi* rea unui element de material se produce totodată o mişcare a ariei secţiunii transversale (valorile mărimii a pentru diferite materiale sînt date în anexa 1). (deşi prin or s-a notat mai înainte masa superficială a membranei nu există pericolul de confuzie) ; Vn pătratul operatorului Laplace în coordonate polare ; p, forţa pe unitatea de suprafaţă, [N], aplicată plăcii.
Ca şi în paragraful 1.3.1 vom căuta soluţiile staţionare ale ecuaţiei (1.74) punînd
;ReX(r)ejw\ ' •
p == jRePej<of £(r, /)
în care P este un număr complex constant (presiunea este presupusă ca fiind uniform repartizată) iar X(r) este amplitudinea complexă spaţială a deplasării, mărime care urmează a fi determinată. Obţinem ca ecuaţia diferenţială pentru amplitudinea complexă X(r) este dată de
în care
54
₽W) -
(1.75)
Remarcăm faptul că hi cazul plăcii avem deaface cu un mediu disnersiv ' XZ "*
****** MW
I
sv Mm 'u două ocuuţii
|(\'M p°) X, 0,
](*? r-. p») A'a 0.
(1.77)
Ţuu'ml swuvm uă
<1
ГЯ* * "y
<lr
rt ulIA eă aohiUite wuuţlllm' (I.77) sînt (n se vodca anexa 2)
(1.78)
în oare; ls este funcţia Brssel madificrdd, de spe(a iniţia şi dc ordinul zero ; IM este funcţia Bessel modificata, despefa a donaşi de ordinul zero. Dacă luăm în considerare numai plăcile ..pline" (care conţin punctul r — 0) atunci din condiţia do flniludino a soluţiei în origină rezultă că atît Br cit şi Bt trehuio să fie nule deoarece Ye şi Ko nu sînt finite în acest punct. O soluţie a ecuaţiei noomogene este în mod evident -IV/P1. astfel că soluţia generală a ecuaţiei (1.75) oslo
(1-79)

1.5.2. Frecvenţele proprii şi modurile de oscilaţie

Pentru determinarea constantelor Л, şi Л8 din soluţia este necesar să impunem condiţiile la limită. Considerăm cazul întîlnit în aplicaţii in care placa este tncaslratd, condiţie care cuprinde două condiţii matemaliee
5lr r». deplasarea este nulă pe conturul de încastrare,
~ , deformarea osie nula pe conturul de încastrare.
t'r r » r n
Menţionăm faptul că în timp ce o membrană are condiţia la limită naturală de anulare a deplasării pe cercul r ~ r0, deoarece pe acest contur se face întinderea, în cazul plăcilor se poate pune condiţia de oscilaţie liberă (anulare a forţei tăietoare şi a momentului. încovoietor).
Punînd condiţia dc încastrare obţinem sistemul de două ecuaţii, avînd ca necunoscute constantele şi da iar ca mărime dată constanta P. Acest, sistem este de forma
(AiJo(₽ro) + ЛвIп(рr0) =>
(1.80)
în care Л este funcţia Bessel modificată, de speţa iniţia fi de ordinul unu.
Rezolvînd sistemul de ecuaţii (1.80) obţinem amplitudinea complexa spaţiala X(r)

compatibilă cu condiția la limită de încastrare
= N Γ Ii(pro)Jo(pr) + Ji(Pr0)I0(pr)_ ' Γ P* L Ii(₽r0)Jo(₽ro) + Ji(pr<>)I»(pr„)
soluția care are sens numai decă o este diferită de oricare frecvență care anuleaza numitorul expresiei (1.81). w .
Ecuația caracteristică a sistemului fizic considerat (placa ?i condițiile la limită) este dată de
Д = I/Șro) J0(₽r0) + Jj(₽r0) I0(,8r0) = 0, (1.82)
(1.81)
sau sub altă formă
J,(pr0) _ Upr0) . (1.82')
Ji(Pr0) li(pr0) ’
Ecuația (1.82) are un șir numerabil de rădăcini (a se vedea anexa 2) a0I = 3,196, a03 = 6,306, aM = 9,439, a04 == 12,577,
aOrt -> n 7z, co.
Considerăm mai întîi cazul P = 0, adică regimul liber. Ecuația caracteristică furnizează condiția necesară și suficientă de existență a soluțiilor staționare. Pentru frecvențele proprii obținem expresiile

(Zon
T ■
kc
2

“Oя = T7i
sau într-o formă mai utilă pentru aplicații
/1 -
/02 —
3,196* b
2tz rj/12
2 _
= 0,469 ±
g08
«01
p(l — o2) f 6,306
I 3,196 /
(1.84)
^03 p '] /01
OCoJ J
OCoa V- p
/6
«Ol J
9.436 \2
3,196 I
Γ 12,577 ț 3,100
Amplitudinea complexă spațială corospunzătoarc este dată de
modului n
de oscilație

n
n
I
56
în care Aw este un număr complex arbitrar. De aici rezultă soluția generală a problemei la limită
£(r,/) = £ fte {Xrt(r)e4?}. n= 1
(1.86)
Pentru modul fundamental, n — 1, avem relația
J°(a°A - _ °>3201L_ _o,O557,
I0(a01) 5,7476
astfel ca forma numerică a amplitudinii complexe spațiale este dată de
•3,196—) + 0,0557 Io [з,196 —
{ r0) { r0
Remarcăm faptul că amplitudinea la centru nu este egală cu Ai ci cu 1,0557 An
Xi(0) = 1,0557 Ax.

Pentru a determina amplitudinea complexă medie utilizăm formula de calcul (1.68) și folosim formulele date în anexa 2. Obținem

= —[Л(a01) + 0,0557 Д(ao1)] A. = — [0,26134 + aOi 3,196 + 0,0557-4,734] Ax = 0,3285 Ax = 0,3112 X(0). (1.87)

Rezultă că debitul mediu al unei plăci în modul de oscilație fundamental este dat de

Q~. = 0,325 At ~ rț = 0,3112 X(0) - (1-88)

Fie acum regimul forțat sinusoidal, P 0, In ipoteza pierderilor mici frecvențele de rezonanță sînt foarte apropiate de frecvențele proprii. Se produce fenomenul de rezonanță.

Fără a detalia soluțiile ecuației de evoluție a oscilațiilor în placi pentru moduri de oscilație fără simetrie radială, se pot trage o serie de concluzii similare cu cele deduse pentru membranele în oscilații Iară simetrie de rotație. Anume, că pentru modurile superioare debilul mediu scade ceea ce conduce la scăderea eficacității de conversie acuslomccanicc. Pentru acest motiv plăcile sînt folosite fie pe modul de oscilație fundamental, lucrînd într-un domeniu de frecvență relativ îngust central de frecvența de rezonanță (cazul plăcilor folosite în sonorele de joasă frecvență), fie într-un domeniu de frecvență cuprins între frecvența zero și prima frecvență de rezonanță (cazul diafragmelor din receptoarele telefonice), domeniu numit, ea și în cazul membranelor regimul cuazislațic. t

Vom deduce în continuare soluția de regim euazislatic. Pentru a obține o soluție compatibilă cu situația de încastrare vom folosi dezvoltările funcțiilor Bessel, date în anexa 2, luînd în gradul patru. Acestea sînt considerare termeni ai dezvoltării pînă la

X*

64

16

-2

16

obținem

/i(Pr,)J0((3r) +

Folosind aceste dezvoltări

фro)4

64

2

0

2

2

A\(r) = — —-------

64 b3E

V *

din care obținem deplasarea la centru

2

P(1 - O

16 b3E

16

Z>3E

2

0 .

(1,90)

Un calcul simplu arată că deplasarea medie este dată de

X = -Xj(0) = 0,33 Xt(0),

3

(1-91)

adică o valoare foarte apropiată de cea dată de (1.87).

> • "ж И

Exemplul 1.5.1. Diafragma receptorului telefonic

Se consideră diafragma unui receptor telefonic constituită dintr-o placă de oțel avînd parametrii : r0 = 2-10_a m, b = 2-10“4 m. Placa este încastrată pe conturul circular. Să se calculeze primele patru frecvențe de rezonanță corespunzătoare modurilor de oscilație cu simetrie de rotație., Presupunînd că asupra plăcii se aplică o presiune armonică uniform repartizată, cu w < CDOI și P = 2Pa să se calculeze deplasarea la centru și deplasarea medic.

Din anexa 1 avem datele : E = 1,95-IO1'Pa, p = 7,7-IO3 kg-m"3,
o = 0,28.
Obținem următoarele frecvențe proprii
> -4
/, / 7:
foi — 6,469------ / ------------ = 0,469
«• F P(1 - aa)
2-10~' / 1,95-10**
4 40~* F (1 - 0»28«)7,.7 40’
= 1,21340» Hz.
= 3,803 = 3,803 4,213 40’ = 4,72240’ Hz,
/'„ = 8,717-/ii = 8,7174,21340’ = 1,0573-10* Hz, fo, ~ 15,l.b/’u, =a 16,43-
1,213*10’ ■- 1,871640* Hz.
Folosind (1.90) și (1.91) obținem X,(0) m JL - - q,p' 3 2(1 - 0,28») • iu ■
io-.
16 b>E 16 8 * 10-*»-1,95 *i(m b>54*10'8 m,
X, - ■t-X1(0)-= 2.3,54.io-» « ijsi.w-s m
Capitolul 2
UNDE ACUSTICE
I
2.1. Ecuația
} A* I 111
undelor acustice
2.1.1. Sunetul. Caractetiziiren cîmpului acustic iНийvлиуi IЭI ii • ■!!
Iiior; I ;i> • ■> .0 ■'.) > : ■ ! >
14 J . ф ' f \ Ь • » Л f M
In accepțiunea obișnuită prin sunet se înțelege totalitatea oscilațiilor aeriene capabile să genereze senzația sonoră în organul auditiv al omului. Undele care se propaga în aer sînt unde longitudinale, adică deplasarea particulelor are loc în lu ngul direcției de propagare. Asemenea unde, de tip longitudinal se pot propaga nu numai în gaze ci și în lichide. în solide se pot propaga și alte tipuri de unde cum sini undele transversale. Deoarece frecvența componentelor spectrale audibile este cuprinsă între 20 și 20 000 Hz, prin sunet vom înțelege orice oscilație care se produce în gaze, lichide sau solide și care are componentele spectrale cuprinse în intervalul de frecvență (20 -20 000) Hz. Dc fapt pentru a genera senzația sonoră mărimea fizică trebuie să satisfacă și o condiție do nivel (amplitudine, putere) care nu este esențială în clasificarea pe care o prezentăm. Oscilațiile care au componentele spectrale de frecvență mai mică decît 20 Hz constituie Infrasiinclul iar,cele care au componentele spectrale de frecventă mai mare decît 20 kilz ultrasunetul. Oscilațiile care au componentele spectrale de frecvență deosebit de înaltă constituie hipersu-netul. O clasificare și delimitare a domeniilor enumerate este dată in tabelul 2.1.
Tabchd 2. l
Scara undelor acustice (clasificare duptt componentele spectrale constituente)
Frecvența în Hz Denumire Surse • • 1 *
1 0,5-20 Intamuict- ОяciIпIIIIo apoi hi Inclulo uliu'!, bittftllo Inimii
Observații inetoo, cercetări cardiologie©, cercetări dc seismologie
20-2 40‘ Sunet Voce, muzică» mediul am-bhuit •*ШМ>*aM>aa*aI|M*MI"Паіп**Мня
Comuni rații, semnal 1 zăr 1
59
Tabelul 2.1 (continuare)
Frecvența îu Hz Denumire Surse
Ultrasunet Vibratoare magnctostrictive, piezoelcctrice, șu era tul unor animale, sirene ultrasonore Hidrolocațh, defectoscopic ultra sonoră, prelucrări speciale, fizică moleculară
10” Hiper sunet Oscilațiile termice ale moleculelor Microfizică
Cititorul va remarca folosirea alternativă a termenilor de undă și de oscilație. Este util să facem cîteva precizări. O oscilație este reprezentată printr-o funcție de timp, y = y(Г), și descrie modul în care o mărime fizică, deplasarea, presiunea etc., se modifică în decursul timpului. Pentru l fixat, fie t = t0, y(i0) reprezintă starea de oscilație la momentul t0. în descrierea matematică a oscilației spațiul nu apare. Legătura oscilație-timp-spațiu este realizată prin ceea ce numim undă, care din punct de vedere fizic reprezintă transportul in spațiu al stărilor de oscilație. Sub o formă matematică simplă o undă se

reprezintă astfel
f este o funcție fixată, în care x este abscisa în lungul
axei Ox iar c este o constantă, viteza de propagare, așa cum va reieși mai
departe. Fie xA și xB, xA < xB, două puncte fixate și oscilațiile locale
asociate
yA(t) = z+(xĂ, f) =- Ж - —
V c J
yB(t) = z+(xB, t) = fit -
ț c J
Consideram apoi un moment fixat, t = t0, pentru care evaluăm starea locală e
oscilație in punctul A, adică yA(t0) și căutăm momentul t'o pentru care starea
locală de oscilație în punctul B adică este identică cu starea УАо)- in egalarea
argumentelor deducem imediat relația între cele două momente
sau
xfl ~
c
^0 ” lo
ca/e arată că starea de oscilație se axei O.r, Se justifică deci termenul în mod
evident
propagă cu viteza c în sensul pozitiv al de viteză de propagare folosit pentru
c.
60
reprezintă o undă care se propagă cu viteza c în sensul negativ al axei (Ir-în
spiritul precizărilor făcute sunetul se propagă prin unde dar urechea
recepționează oscilația locală din cîmpul acustic.
Trecînd la formulări mai precise înțelegem prin cimp acustic o porțiune din
spațiu caracterizat prin interacțiuni substanțiale, generate de efectele
inerțiale, elastice și disipative ale materiei. Am precizat că interacțiunile
sînt substanțiale deoarece sunetul nu se propagă în vid. Vom deduce ecuațiile
cimpului acustic în gaze, indicînd cum se extind unele rezultate pentru lichide
și gaze.
Mărimile fizice care permit descrierea cimpului acustic sînt : presiunea, viteza
particulelor și masa specifică (densitatea). Fiecare din aceste mărimi este
constituită din două părți : una indexată cu zero (substituind în absența
perturbațiilor) și una neindexată (reprezentînd partea variabilă generată de
perturbarea mediului). Mărimea globală, suma celor două părți, va fi indexată cu
zs, adică valoarea instantanee (cu sau fără perturba (ii în mediu).
Introducem deci mărimile ;
— presiunea instantanee
Pis = Л + P,
în care Po este presiunea statică iar p presiunea variabilă ;
— viteza instantanee
vis = v0 + v,
în care vQ este viteza medie iar v viteza variabilă ;
— masa specifică instantanee
pis = Po p>
în care p0 este masa specifică statică iar p masa specifică variabilă.
Vom face următoarele presupuneri (ipoteze) privitoare la structura mediului și a
mărimilor din cîmp.
Pv în mediu nu au Ioc procese disipative și nici fricționale.
P2. Mediul este invariant în timp și omogen, adică
Po == const., p0 = const.
P3. Amplitudinile de oscilație sînt mici
sup | p | < /90, sup | p | < p0.
t e R, re R3 t e R, re R3.
P4. Nu există viteză medie
6,
P6. Amplitudinea vitezei este mică
sup | v | < c, c viteză de propagare,
/ s R, r ® Ra.
61
1\. Nu există forte volumice. . , . ,
P-. în produsele de mai mulle marinii forma liniara in este preponderentă.
păr Iile variabile

24.2. Ecuaţiile cîmpului acustic. Potenţialul scalar

Ansamblul celor cinci mărimi scalare p2> pз)» P Ş\P> care s,n^ ^unt ;H de timp şi de punct. în R3, sînt determinate de cinci ecuaţii scalare deduse in continuare, o ecuaţie vectorială şi două ecuaţii scalare.

Ecuaţia lui Newton, aplicată particulelor cuprinse într-un volum JL, expi i-mă faptul că forţele exercitate din partea mediului (R3\£2), sînt eebilibi ale de masa X acceleraţia sumată pe întreg £2. Forţa exercitată de exteriorul volumului o caracterizăm prin scalarul pis înmulţit cu versorul normalei exterioare la suprafaţa S care limitează volumul £2. Suprafaţa S este considerată suficient de netedă iar scalarul pis este considerat pozitiv atunci cînd forţa exercitată este forţă de compresiune. Prin urmare forţa totală exercitată de mediu asupra masei cuprinsă în volumul £2 este dată de

în care n este versorul normalei exterioare la suprafaţa S. Pentru evaluarea acceleraţiei este necesar să se ţină seama că volumul £2 trebuie să fie solidar cu particulele în mişcare, ceea ce înseamnă că acceleraţia este derivata substanţială a vitezei, [MS-2], adică

în care rp/r/se numeşte acceleraţia locală iuv (v v) v acceleraţia de transport. In virtutea ipotezelor şi P5 acceleraţia se reduce la acceleraţia locală. Cu aceste precizări ecuaţia lui Newton aplica tă volumului Q se scrie

sau, ţinînd seama de ipoteza

P7 si de faptul că £2 este arbitrar,

bv

p0~ж ” V/)*

continuilale exprimă faptul (în ipoteza mediului cu structură

< onbnud) ca substanţa nu poale li nici creată nici anihilntK r > In îolumuî

o/Ж’1"' eS“‘ ’’ OpM v"rl”<!“ ®«»<4 «"prină

cu structură

ia masei cuprinsă

bl

62

din care cfectuind o transformare a integralei de suprafaţă într-o integrală de volum şi ţinînd seama de ipotezele Pi —P7 precum şi de arbitrarietatea volumului ih obţinem

dl

Ecuaţia termodinamică de stare exprimă legătura funcţională dintre presiunea instantanee, pis, şi masa specifică instantanee, pi8- în domeniul sunetelor şi ultrasunetelor gazele au o conductivitate termică scăzută astfel că legătura pi8 este o adiabată. Adiabata care trece prin punctul static (p0, Po) este dată de (2.3)

în care y este raportul capacităţilor calorice cp (la presiune constantă) şi c,. (la volum constantă). Pentru obţinerea formei liniare dezvoltăm (2.3) în serie în vecinătatea punctului (p0, Po) şi obţinem

de unde rezultă

p = ϕ, c2 = ^ (2.4)

ăPfR Po

Po

V

Mărimea c0, definită prin (2.4), reprezintă, aşa cum se va arăta mai departe viteza de propagare a sunetului.

Ecuaţiile (2.1), (2.2) şi (2.4) reprezintă ecuaţiile cîmpului acustic în cadrul ipotezelor Pr - P7. Deşi numeroase la prima vedere şi chiar restrictive, ipotezele formulate încadrează toate fenomenele acustice care au loc Ia puteri care nu sînt exagerat de mari. într-o serie de exemple prezentate mai departe în lucrare afirmaţia formulată va fi pe deplin justificată.

Un prim fapt (fundamental) care rezultă din (2.1) este că mişcarea este irotalională. Prin urmare, pentru descrierea cîmpului acustic este suficient să introducem potenţialul scalar al cîmpului acustic, notat cu 9 şi definit prin

Un calcul direct, bazat pe folosirea ecuaţiilor cîmpului acustic, arată că potenţialul scalar satisface ecuaţia undelor şi că toate mărimile din cîmp pot fi obţinute aplicînd o serie de operatori lineari potenţialului scalar. Se obţine

63

care constituie мм'Ш' Птрчш acuşllc rxprimalr. prin inlmMul poIeпЦпIи-lui scalar al cimpului acustic. .... <• > j„ ьтпоиН

Dacă potențialul admite separarea variației spațiale dc cea tempoiala iar variația temporală esle armonică putem scrie
<p(r, i) = Re Φ(/')e1ш(,
in care Φ(r) — Φ(;r,y,r) este amplitudinea complexă spațiala ecuațiile (2.5) devin
. în acest caz
c?
V = — v ϕ
£0 Г7 _____
--- 9 -- роч)*
^0
în (2.6) p este constanta de fază iar Zc este impedanța caracteristică a mediului. Ecuația
>
se numește ecuația Iui Helmholt
2.1.3. Viteza de propagare a sunetului
în paragraful 1.2 s-a arătat că viteza de propagare a undelor longitudinale în bare este determinată, pe lîngă masa specifică, de modulul lui Young. Vom arăta că, deși viteza de propagare a undelor acustice în gaze a fost pusă în evidență pornind de la ecuația termodinamică de stare, în esență și pentru gaze mărimea y Po este legată de procesul efort-deformare. Considerăm în acest scop ecuația de conservare a masei
\ и * co/ \ru • r to/ “-u f'U)
în care indicele o reprezintă valorile statice iar 8 reprezintă variația relativ mică, care se reduce, în ipotezele făcute, la partea variabilă a mărimii considerate. Obținem mai departe
adică
Po
0
Pe de altă parte, pentru orice gaz sau lichid (adică substanțe caracterizate numai prin volum), modulul de eompreslbilitate, notat cu JSV, se definește nrin egalitatea ' r
P — t-’(din egalitatea dedusă)
din care rezultă că
Po
/ W. Po
64
♦
Experimental se constată că pcrturbațiile acustice și ultraacustice în gaze și lichide au caracter ndiabalic, adică în (2.8) reprezintă modulul de compresibili-late adiabalie. Putem deci scrie
în care este modulul do comprcsibilitatc izoterm. Diferitele constante fizice pentru gaze și lichide sînt dale în anexa 1.
Din anexa 1 obținem pentru aer următorii parametri :
— pentru O'C
p0 »= 1,293 kg un
Po = 1,013-10* Pa, c0
— pentru 20°G
Po
Dacă folosim ecuația gazelor perfecte, pQ = RT,
viteza sunetului la tcC sub forma
3
atunci obținem
>
r.(Z°C) = co(O°C) У1 +
• . w 1 • r b 1 * . 4f / r * Г f
/ * J * * ! I I . •) ’ I J ? I J 4 1 / - î - U > U •
~ co(O°C) (1 + - —) = c„(0°C) + 0,6 -Z. (2.9)
I 2 273]
Pentru lichide dependența temperatură-viteza sunetului este mai complicată decît în cazul gazelor. Relațiile de calcul au un caracter în mare parte experimental. Pentru apă distilată se folosește formula
Г r *• Ц
c0(Z°C) = 1 403 + 5-Z - 0,06-Г- + 0,0003 -Z3, (2.10)

iar pentru apa de mare
CoO'C) -■= 1 449 + 4,6-Z - 0,055-Z* + 0,0003-Z3 + (1,39 - 0,012-Z) +
Ь < / 41 * • 4 " " • / X 1 9 4 F ». * • 1 " * л f • *
■
+ (S -35) + 0,017-<Z, (2.11)
în care Z este temperatura în grade Celsius, S salinitatea în zecimi de procente iar rZ adîneimoa în m. Remarcăm faptul eй în apa de mare viteza sunetului are un minimum Ia o adîncime do cîteva sute de metri.
Se
în solide se pol. propaga atît unde longitudinale cit și unde transversale, definesc două metode de elasticitate: modulul de elasticitate oolumicil. notat cu și modulul de elastici laie Irausuersald, notat cu Se arată eă, [RVj, modulele /iu și F4 sînt legate prin relațiile
F тг - E
. sss ---------— ,
3(1 - 2a) 2(1 + a) 5
5 — Sletome cleclroacuellce — od. 110
(2.12)
65
in care /i este totodată că undele Ion
iar cele transversale cu viteza
(2,13)
(2.M)
' 1
în care c este viteza de propagare a undelor longitudinale în bare, adică c == yjE/p. , ■ ' x ■> j '
Atragem atenția că alunei cînd se calculează parametrii de transmisie prin corpuri solide masice (carcase, pereți) trebuie să fie utilizată viteza dc propagare în mediu nemărginit; în anexa 1 sînt cuprinse dalele care permit calculul modulelor Ev și Et.
2.1.1. Condiții la limită și relații .energetice
Este cunoscut faptul că soluțiile explicite ale ecuațiilor cu derivare parțiale se obțin numai printr-o specificare adecvată a condițiilor la limită. O clasificare a condițiilor la limită și a problemelor aferente pot fi găsite în lucrările [MS-2], [RV], [SB]. De la început precizăm ,că în majoritatea problemelor tratate în lucrare condițiile la limita inițiale nu sînt importante astfel că vom preciza și discu ta condițiile la limită de tip spațial puse pe o suprafață, suficient de netedă, care constituie frontiera unui volum mărginit. Folosim notațiile : S pentru suprafață, Q pentru volum. Principalele condiții la limită sînt enumerate în continuare.
d) Trecerea undelor din mediul (1) iii mediul (2), ambele medii fiind fluide și separate prinlr-o suprafață S. Situația esle prezentată în figura 2.1 o (suprafața separatoare fiind plană în acest caz).
Prima condiție exprimă faptul ca la trecerea prin suprafața S presiunea ar exista 0 diferență de presiune aceasta s-ar egaliza Are deci loc (conform notațiilor din figura 2.1 <t)
; ' h 1 ■*) I | in i 'i , .|j i ■! ; ■ ■ ч, ,. . ; . , 7
este continuă instantaneu.
A doua
' * ч <' h iii м 4 i 5
condiție okprimîi faptul eй la trecerea prin suprafața S pitrsa normală esle. eonliiiuă,! (leonrwi.1 mediile trebuie să rărnîuă îu contact (nu există goluri în mediu) dar înlruoîl intre oricare două secțiuni în contact nu există frecare, cele două secțiuni se pot deplasa langehțial Шй u sc genera forte de interacțiune. Are deci loc,
66
Mediul (1)
MtdiuHii
Flg. 2.1. Condicii la limită: a) două medii fluide, (1) și (2), separate printr-un plan infinit; Z>) salt de secțiune în medii uniforme cu arie transversală finită; c) fluid cuprins între două suprafețe limitatoare.
V) Trecerea undelor dinlr-un tub de secțiune constantă Sx intr-un alt tub de secțiune constantă S2, Si / 52. Situația este arătată în figura 2.1 b. Se presupune că schimbarea de secțiune se face fie abrupt, fie pe o lungime d

relativ mică (în raport cu lungimea de undă).
Se va arăta că în domeniul frecvenţelor joase, cu precizările care vor fi date în paragraful 2.4, în tuburile de secţiune constantă se propagă unde plane caracterizate prin presiune şi viteză, amîndouă constante în secţiunea transversală. Notăm cu p19 vi, şi p2, v2 presiunile şi vitezele evaluate în apropierea discontinuităţii, la stînga şi respectiv la dreapta. Cele două viteze sînt în întregime dirijate în lungul axei tuburilor.
Prima condiţie la limită este dată, ca şi la punctul a), de continuitatea presiunii, adică
px(—0) = p2(+0), 9i(~0) ==• ?3(+0),
Л doua condiţie la limită este dată de continuitatea debitului (vitezei volumice), adică
Sd\(—0) —
deoarece pentru porţiuni mici (în raport cu lungimea de undă) fluidul este incompresibil, O condiţie mai exactă va fi dată în paragraful 3.5.L
c) Mediul fluid este mărginit de două suprafeţe simplu conexe şi fără puncte comune, Si peretele interior şi Sâ peretele exterior. Fiecare din cei doi pereţi îi vom caracteriza printr-o ipipedanţa mecanică pe unitatea de suprafaţă, definită punctual ca raportul dintre presiunea şi viteza normală a punctului

..... r„ .... reaclle locală, ttcamintim că p este dirijat după normală şi este poziti’v dacă reprezintă o forţă de compresiune. Pentru simplificarea scrierii vom face notaţiile
respectiv. Spunem ca pereţii au după normală şi i
»»l =
Sn s
s2
Precizăm că : presiunile imprimate pe S\ (sau pe S2) se notează cu pel (sau cu pf2) şi sînt considerate pozitive atunci cînd forţele exercitate sînt forţe de compresiune ; vitezele normale imprimate pe suprafaţa S± (sau pe S2) se notează cu v€i (sau cu ve2) şi sînt considerate pozitive atunci cînd orientate în lungul normalei exterioare la suprafaţa considerată (Si sau S2). Distingem patru cazuri posibile.
cl) Pe suprafaţa S1? avînd impedanţa pe unitatea de suprafaţă caracterizată prin operatorul (de argument pw1), este aplicată presiunea p el* 1^ ţ i n e na
Pel Pl = Zşl(Pnl)* (2.16 uţ
c2) Pe suprafaţa S1} avînd admitanţa pe unitatea de suprafaţă caracterizată prin operatorul ysl (de argument —/h), este imprimată viteza normală pel. Obţinem
ySl{-Pl) (2.1b СП
‘ r : i J l > ?» “3 } : - 1 . .. Л - - •' . ' < ; * : - w ‘
• • ■
c3) Pe suprafaţa S_, avînd impedanţa pe unitatea de suprafaţă caracterizată prin operatorul (de argument vn2), este aplicată presiunea pe2. Obţinem
c4) Pe suprafaţa S2, avînd admitanţa pe unitatea de suprafaţă caracterizată prin operatorul ys2 (de argument p2), este imprimată viteza normală z^2. Obţinem
”e2 + и.иi = (2.16 d)
Presupunînd că pereţii sînt medii liniare şi invariante în timp condiţiile la limită (2.16) se scriu în regim armonic (înlocuind operatorii asociaţi imitanţelor de suprafaţă cu imitanţele frccvenţiale) sub următoarele forme
^2
el
П1
’ na — д $3* 3.
Tpate mărimile notate cu majuscule reprezintă, în mod evident complexe spaţiale. Putem acum să concretizăm cîteva condiţii la limită întîlnite în aplicaţii (suprafaţa in cauza nu mai este indexată).

/12)
amplitudinile
dl) Suprafaţa S este un perele foarte rigid hi raport cu fluidul (spre exemplu apa în raport cu aerul). în acest caz //(S. este operatorul nul (iinpedanţa este infinită) şi deci obţinem
t’n
$П s

d2) Suprafața S este un perete foarte moale In raport cu fluidul (spre exemplu aerul în raport cu apa). în acest caz zs este operatorul nul și deci obținem,
Dintr-un alt punct de vedere distingem două tipuri de probleme la limită.
Problema la limită internă constă în determinarea cîmpului acustic (mai precis frecvențele proprii, modurile de oscilație) în volumul Q, mărginit de o suprafață S, închisă și simplă conexă, sau cuprins între două suprafețe S\ și S2, închise, simplu conexe și fără linii comune, cunoscînd proprietățile (operatorii asociați) suprafețele limitatoare. Frecvențele proprii sînt cuprinse într-o mulțime discretă.
Problema la Umilă externă constă în determinarea cîmpului acustic în exteriorul unei suprafețe S, închisă și simplu conexă, cunoscînd proprietățile (operatorul asociat) suprafeței limitatoare. Problema conduce la puneiea în evidență a undelor progresive și este specifică radiației acustice. Se arată că pentru asigurarea unicității soluției este necesar să fie îndeplinită condiția care se numește condiția de radiație a lui Sommerfeld.
Condiția (2.18) înseamnă din punct de vedere fizic că într-un mediu nemărginit nu există undă reflectată, sau că în mediu există o atenuare foarte mică dar strict pozitivă. Pentru exemplificare considerăm forma
ϕ+ = —c-jpr
г
care satisface condiția de radiație, în timp ce forma
Φ, = — eiPr
г
nu satisface condiția de radiație. în paragraful 2.3 vom interpreta aceste rezultate în cadrul teoriei undelor sferice.
Mărimile asociate cîmpului acustic (presiunea, viteza ete.) satisfac o serie de relații funcționale cu interpretări fizice sugestive. Dintre acestea se remarcă relația de conservare a puterii, care va fi dedusă în continuare.
Considerăm în acest scop egalitatea (2.1) pe care o înmulțim scalar în ambii membri eu v ohținînd
* Я . И ’ • . K* x w
a V p + pua —0. (2.19)
Dl
69
Folosim formula cunoscută din calculul vectorial, (SH).
V(p 0 — ” Vp 4- P V” și (2.19) devine după cîteva transformări, folosind (2.2) și (2.4),
în care
- — — Д(P»)
= — Po vi [joubm*3]
reprezintă densitatea de energie cinetică iar
Wj, = — -^-p2 [joubm-3]
2 Poro
(OO)
(2.21л)
<2.21.n
reprezintă densitatea de energie potențială.
od evident mărimea
w — j Wp
reprezintă densitatea de energie totală din cîmpul acustic»
Mărimea
I — p.p [watt, m £]
(2.22)
are dimensiuni de putere pe unitatea de suprafață și se numește iîtfmrfZefre acustică, sau vectorul de radiație, sau vectorul Umov-Poynting, asociat cimpului acustic.
Ecuația (2.20) reprezintă forma locală de conservare a densității йe putere» Mai sugestivă este forma globală. în vederea obținerii forme? globale integrărn ambii membri din (2.20) pe volumul Q, limitat de suprafața închisă S» aplica:.: teorema Gauss-Ostrogradskv, și obținem
— \ wdXl = — <£ în dSy
* 6 ' ' s *’
(2.2$)
în care n este versorul normalei exterioare. Egalitatea (2»23) este fundamentală

și exprimă faptul că variația în timp a energiei totale
W - f ipd£l n
este egală cu fluxul vectorului It luat cu semnul minus, prin suprafața limita*
toare S. Produsul I*n reprezintă puterea transmisă prin unitatea de suprafață.
Relația (2.23) reprezintă un caz particular al relației generale de conservare
în cimp uri hiperbolice (acustice, elastice, electromagnetice), [ST-11], în
clcctro magnetism vectorul de radiație este tocmai vectorul Poynting.
70
fit' vnlenlnl energiei în volumul 12 (problema internă). Pentru acest u)ti
EgnlHalon (2.23) permite fie calculul puterii radiate (problema externă) in
interiorul Integralei de suprafață din (2.23) se înlocuiește fie p fie px re
suprafața ,S folosind condițiile la limită (2.16). Atragem atenția că în /2.23
■> P și t>„ (indexate cu 1 sau cu 2) reprezintă adevăratele presiuni care
intervin în relația de conservare a puterii.
jf
V'\ч 2ЛЛ, Fornift particularo ale rehiflcl de consun ал* a puterii.
a) Suprafața limitaloare este perfect rigidă. în acest caz vn este nul pe
Întreg S și obținem
f U’dtl const. = energia inițială, П
cave arată cil sistemul este conservativ.
b) Suprafața (imitatoare este pcrfeci elastică (libera). în acest caz p este
nulă pc î obținem
f wdH = const. = energia inițială b
cave arată cil sistemul est o conservativ.
c) Supra fafa limitaloare are caracter pur reactiv (masic.) în acest caz p
relația p(S) = M^S)(^lit)v;,(S) șl obținem
și Pn sînt legate prin
wdQ+ —‘ iW4(S)₽J(S)dS = const. energia inițială,
cave arată eй sistemul este conservativ.
('.ele (voi cazuri a), b) și e) au în comun faptul că sistemul in ansamblu,
mediul fluid — supra fața 1 imitatoare, este ncdlsipativ.
d) Suprafața limilaloarc este disipalivă. în acest caz p și oл sînt legate prin
relația- p(S) = « b\(S) i>,(S) și obținem .0’iSl] t L 2
wdfi = - § ^,(S)oî(Ș)d& ii s
c‘дго nrut^.eă encrgta> totală este descrescătoare tn tiinp. Evident*; disipați
vi țațea implică (laptul ca funcția mv esto identic nulă și este nenegati.vă.»
.
Posibilitatea tic obținere a soluțiilor sub formă analitica (compactă), alît
pentru problema interjiă cît și pentru problema externa, depinde de facilitatea
de a pune condiția la limită sub formă globala, fapt care are.loc dacă suprafața
{imitatoare S-este o suprafață de nivel constant într-un anumit sistem de
coordonate curbilinii. Aceasta înseamnă pfr de altă parte ca ecuația undelor
este separ abilă în sistemul de coordonate considerat. Se arata^ [MS-2]V că
ecuația undelor în trei dimensiuni este separabilă în 11 sisteme de coordonate
curbilinii ortogonale, care alcătuiesc familii de cuadrice, proprii sau
degenerate. Dintre sistemele de coordonate în care ecuația undelor este sepai
abila menționăm: coordonatele carteziene, coordonatele polare, coordonatele sfei
i< e, cooi donatele elipsoidalc 'aluutjitesau lurlite). Pentru detalii cititorul
poale consulta luciăiilc (MS-2J» [SK-2],
ht caşul in care mărimile din cimp
sini funcții de timp periodice se introduc mirimi «estice mediate pe o perioadă
(mărimi care sînt indexate cu lit era m).
Obținem
T
«V» = ~ \ poy3 d/>
o
T(n = ^^pi'd/>
2T)
0
IV Pm
2T
IV,n — Wcm + Wpm>
(2-20
îxt e calitatea (2.23) subzistă în valori mediate.

Dacă in plus mărimile din cîmp sînt armonice relaţiile (2.24) devin
1 П7I. 1 1 I P|2
iPcm = — Po |v = T TT I ’
4 4 poCo
(2.25)
Ml
în care prin majuscule, P şi V, sînt notate amplitudinile complexe spaţiale valorile de vîrf), iar prin asterisc este desemnată conjugarea complexă. în cazul eîndnu este necesar să punem în evidenţă caracterul vectorial al mărimii 7_ vom serie fără bară de vector, adică Im.

2.2. Unde plane.

2.2.1. Impedanţa caracteristică.

O undă plană este caracterizată prin faptul că suprafeţele echifază (locul punctelor care au aceeaşi stare de oscilaţie) sînt plane paralele normale unei direcţii, numită direcţia de propagare a undei plane. Expresia analitică a unei nde plane armonice, de frecvenţă co, asociată potenţialului scalar 9, este dată de

9 = Re A exp[j(co/ — (3 r)

în care ? este un vector constant (vectorul direcţiei de propagarc), de modul ? =x o/ct, r este vectorul dc poziţie iar Л o funcţie de punct. Dacă A este o constantă (complexă) în planele p r =- const. unda plană se numeşte undă plană omogenă iar dacă acest fapt nu are loc se numeşte undă plană ncomogenă. Ne ocupăm în continuare (afară dc cazuri specificate în mod expres) de unde plane omogene.

I’olosiml (2.6) deducem ceilalţi fazori ai cîmpului

Ф ■= ■ Л exp(—j (3 r), /’ j (3 XCФ, (2.26)
(V = j v (₽ Г)Ф “ j РФ- ~ ?<,<•<>■

Remarcam că viteza de oscilaţie este cuprinsă în lungul direcţiei de propagare. Pentru o undă plană progresivă, dc lip longitudinal, într-un mediu fixat» definim inipedanţa caracteristică a mediului considerata raportul complex dintre amplitudinea complexă spaţială a presiunii şi amplitudinea complexă spaţială a vitezei dc oscilaţie în lungul direcţiei dc propagare. Conform cu definiţia obţinem în acest caz

=-— = poco [kg*s lem 2], (^2.2/)
VP

care arată că într-un cîmp de unde plane presiuneaşi viteza sînt în fază iar raportul fazorilor corespunzători este o constantă (funcţie de parametrii mediului) şi avîud dimensiuni fizice de impedanţă mecanică pe unitatea de suprafaţă. Remarcăm faptul că prin (2.25) am descris o undă plană armonică sivă care se propagă în sensul pozitiv al axei Ox. Pentru o propagă îa sensul negativ al axei Ox obţinem

progre-care se
undă
l y — —jp w, x —- —

Pentru mediile care intervin în aplicaţii obţinem din

•m-2, {pentru apă distilată la 0°C, Zc = 1,48 • 10ө kg»s

Densitatea de energie totală într-un
anexa
cîmp de unde plane
-3
se

w = — p0y3
2 = poy’»
(2.27)

iar intensitatea de radiaţie devine

Din compararea ultimelor egalităţi rezultă o nouă egalitate

Г J fi •* 1 I* > 1 1 f Ш • v • ţ , < (t J * S * I 4 e - • * * *4-
I ~ CqIVj

care arată că transmisia puterii prin unitatea desupiafaţă, în lungul direcţiei de propagare, .se face prin pachete de energie iu care se depltisecut cu 11 e^ac^. e marcăm că pentru deducerea egalităţii (2.28) folosirea egahtaţu (2.27), spe-cifică undelor plane, a fost decisivă.

73

Pentru regim armonie rciiфiic mai

înainte deduse devin
u>m
ni
m — c0<a>»-
.„lirimilor fizice asociate cîmpuhii acustic mărimi dc referința, arătate in vuu
2ZC
măsurarea
Mnl uminîni aeeeplnle o ^noră' minimă în cîmp
Se constată că în ue.r, iu
do unde, plane armonice, dc 1 sonoră oslo
1 000 Hz, care poate crea
armonic senzația
(2.29)
n, aici rcz.nl I o prcaiiiucn iniiiiiniă corespuiuSloaro
11■ I -■ V2ZTT^o/ЮТНГ*-
\ < * • , ț i Ч ч
iar valoarea eficace corespunzătoare esle de
2,88-IO5 Pa,
In . Л HI! <’
Pentru
de valoare
notai cu Z
-sie motive presiunea de referinfă, notată cu I r«/> p 2-Ю 5 Pa — 20 g/’a (în
valori eficace), presiune, fixată se definește nivelul de presiune definit prin
t: ПН Г. 1! ti) И V9П
este aleasă
(2.30)
în decibeli,
L .— 20 logio ■ ■■ ■■' . _
1 re/
Uneori se folosește, nivelul de. Intensitate' In decibeli, notat cu Lt i
definit prin
. ... r
I
I
: l > »•. Л t

10 log10
t 4 1 ' ••• \ \
este dat de. (2.29). Remarcăm faptul că două nivele de presiune conduc la două
nivele de intensitate, diferite presiune la intensitate se face folosind
impedanța
in cure /
egale în două medii diferite deoarece trecerea de la ; caracteristică a mediului
respectiv.
Ex. 22.1. Тгапнтінia dc energie prin undo plano In nor șl tn apă.
Secuiulderft o undă plană armonică In nor» In 20°G șl f » 400 Ilz. Se cunoaște
că l Г — 0Л Pa (nivelul mediu al vorbirii po Iun obișnuit),
Să ьe calculez: n) nivelul L ; b) Intonelluloa acustică Jtn ; c) amplitudinea
vitezei de oscilație | V | și cea a (IvpIанПгII | X |. S vor calcula aceleași
mărimi hi cazul In caro mediul de propagare ebtc apa de maro.
</) I. 20log“l - 74 dl),
2’10 •
-1 ;: I i ' 'M ' ■ ‘ H nj
74

M pentru aer
2,4140 9 wiil t dii
pentru apă
■MM - ■ чв II • ,1 0 U Wllll *111
JBB<I J0e
c) pentru nor
3,4 1*10 4 ni*h

k-< 1,31). 10 ’m.
co
2 л: • 100
pentru apă
1,04’ 10®
» 9,18’10 * UPS
• M
41 b
8,06-10 u ni,
.X.. OJH’10”
| A | w .....-
2^’400
Din exemplul prezentat no obacrvă eй la acoou^l proNluno, vltozolo (deplnnărlle) in aer ṣl In npă diferă cu patru ordine do mărime» fapt caro но datorează diferenţă! foarte mari dintre valorile Impodanţolor caracteristice! 415 (pentru nor) ṣl 1’64«IO® (pentru apă do marc).
Ex. 2 2.2. Гготитып do onorplo prin undo plano în lildroloca|lo.
Un oinlţător do hldrolocaţlo lucrează in apă do maro ṣl transmite o putere t?e * 120 watt la frecvenţa do 24,3 kl ta prlntr*un tiiNcleol do undă plană do secţiune circulară, de rază r, 0.2 nu Galcutall: Zw, | /> I P |» Zo V I» I X I.

061,0 wntt-ih A ' ;:<b 10 pi ’ .
3,83 4 0* Pa.
1Л 11 i ' vX t \ \ V< ч' к I
1,41 -3,83-10* 5,4 4б’ Pa.
! . * s Л.' ■ ■ I K i ** •• 1- • * ’
20 log
aoioa-^^--- 180,5 un.
2’ 10 »
/«/ 10 log’—■“
a 10 log
ЯIЬ?. = . 149,8 dll.
10"
5,4 • IO1
1,51 • 10*
3,6140 • iun 4
3,5» 10
CO Ггііичv
Din d'itelo etileiilnle «o oЬч.гvЛ oft ргиіиімм I Г 1,и'° ,и7цХ
%Гіи'ооачГшйогсУрткиичх aro
РтЛМжНп preziua IMгоМIеЛ ţ" deotw.ee hldeoloeutoarole Інегм.й do o valoare relativă In ргішицоа lildioitathii паи i
75
obicei la adiveimc iar presiunea h',,''Ţ’,'U‘iA(nu mai arc Ioc in regim strict liniar deoarece presiunea \miab.L J nroducc un cimp acustic astfel Ге de altă parte este cunoscut сЛ (lecH presiunea hidrostatica arc loc feno- încil ampli lud nea presiunii variabile este na . !. »ntr-un mod intuitiv printr-un
mcnul cunoscut sub numele de capt/ofic. care, se po; • I ‘ vcnomcnul este evitat intrucit fel de rupere a legUurilor de coeziune a moleculelor din bclud 1 cno n nu cscc eui este însoţit de preshmi deosebi de miri care pot Cse explica prin aceea că numai In
Mai rcnnrcăm că din calcule a reieşit că L LP fapt caic se explica j aer L x f.p aşa cum rezultă din alegerea valorilor de referinţa.
2.2.2. Reflexia si refracţia sunetului. Incidenţa normala.
Considerăm doua medii nemărginite, avînd parametiii indexaţi cu l(ies-pectiv cu 2). separate printr-un plan. Este comod pentru dezvoltarea calculelor să se aleagă ca plan separator planul .v = 0 (conform figuiii 2.1 a). In mediul (1) este generală o undă plană care incide normal pe planul separator x 0. Este util ca în prealabil să facem cîteva precizări. Fie planul de discontinuitate fixat ca poziţie în spaţiu. Alegem un sistem de axe cu Ox normală planului separator. în raport cu planul fixat şi cu sensul axei Ox distingem :
— unda directă care se propagă în sensul direct al axei Ox şi care are structura de exponent exp(—jŞ.r);

— unda inversă care se propagă în sens opus sensului direct al axei Ox și care are structura de exponent exp(j (3 .т) ;
— unda incidență care se propagă înspre planul de discontinuitate, venind din mediul în care a fost produsă ;
— unda reflectată care se propagă dinspre planul de discontinuitate, în mediul în care a fost produsă unda plană incidență.
Situațiile posibile sînt arătate în figura 2.2.
Pentru analiza procesului ondulatoriu care are loc ca urmare a prezenței discontinuității alegem axa Ox așa cum se arată în figura 2.2 a și reprezentăm cîmpul rezultant în mediul (1), presiunea sau viteza, ca fiind compus din suprapunerea a două unde, unda incidență (directă), indexată cu i, și unda reflectată (inversă), indexată cu r, Cîmpul din mediul (2) este reprezentat printr-o singură componentă, unda transmisă (directă), indexată cu Л
A №
/le
Unda direefd
Unda incidcnfd
Unda mversd
Unda reftecfafd
uf
Unda
Unda tnc/denfâ
Unda d/'recfd Unda reHecfafd
big- 2.2. Ilustrarea terminologiei
Intr-un cimp
privitoare la diferitele componente uo unde plano.
76
Putem dccPscrie presiunile componente
în caro Ло Ar și Л/ sînt constante complexe.
Conform cu (2.26) și (2.26'), vitezele din mediul (1) se exprima
în ceea ce privește mediul (2) vom presupune eй este cu rctîrfir MruM (viteza într-un punct este determinata în mod exclusiv dc presiunea in acel punct), adică
(în cazul particular în care mediul (2) eslc fură pierderi = AC2 = Ps^o.)
Cu aceste notații și precizări rezultă că adevăratele
avem chiar
presiuni și viteze
în cele două medii se exprimă
tKlfl *•!> «iî i* Vl*> I • i*’) ’l i fit
Constantele complexe A<, A r și Л-i se determină din condițiile Ia limită de continuitate a presiunii și a vitezei normale (in cazul do față chiar viteza în lungul axei O.r) la trecerea prin planul .t •» 0. înainte dc a scrie electiv condițiile la limită remarcăm faptul că numărul de condiții la limită fiind de două iar numărul constantelor de trei, rezultă că în principiu putem determina două din cele trei constante în funcție de a treia. în mod obișnuit se exprimă Ar și A t în funcție de?lp Punînd cele două condiții la limită obținem sistemul de ecuații
care fiind omogen se retranscrie prin împărțire cu Л<
(2.33)
în care kr, definit prin kr & Ar/Aţt se numește coeficientul de re/ieлie în presiune iar klt definit prin kt *** AJAţt se numește coc/hien/u/ de transmisie in presiune.
77
Rczolvind sistemul do ecuații (2.33) obținem
(2.31)
care arata oii aceste rapoarte depind numai de parametrii fizici ai sistemului. Cei doi coeficienți de transmisiune sini in general numere complexe și pentru Zsi fizic realizabila și pasivă. R,» > 0, au loc inegalitățile
| A'r | 1* I I ^2.
Vitezele din cîmp fiind coliniare putem defini : k'r = Vr/V\, denumit coeficientul dc reflexie in viteză și AJ = V(/Vo denumit coeficientul de transmisie în viteză. Un calcul direct arată că au loc relațiile
(2.34x)
coeficienți care satisfac aceleași tipuri de inegalități ca cele de mai înainte,

adică
Folosind coeficienţii de transmisie şi de reflexie mai înainte introduşi putem exprima mărimile total din cîmp în funcţie de mărimile incidente. Obţinem
(2.35)
Din relaţiile (2.25) se observă că toate mărimile din cîmp se pot exprima numai în funcţie de şi de kr. Putem deduce mai departe modulele fazorilor spaţiali ai presiunii şi vitezei totale (rezultante) din mediul (1). Obţinem
I I | zl< | [1 + 1 kr I1 + 2 |Â?r | cos(2 PiX + ϕ0)]2
1 (2’36)
1 v*1 “ “zT 11 + 1 /<r + 2 I 100S<2 M + ϕ0)]3,
In Care V» - aigAr. Se observă că dacă = Z(t ■■ = real atunci ϕ0 este 0 sau я
Evaluarea modulului Uşorului I\ nu prezintă interes deosebit deoarece m mediul (2) există doar o tindil proţ/resluti
78
r-JT^^****
date de
Din (2-36) rezultă că in mediul (1) se produc unde staţionare (ca urmare a interferenţei dintre unda incidenţă şi unda reflectată) maxime si minime ale fazorilor spaţiali. Funcţiile periodice cu perioada spaţială egală cu
caracterizate prin
(2,36) sînt funcţii
A* к, .t < O, A — maximă, dată de
în punctele în care 2 pxx + ϕ0 = '
— presiunea are amplitudinea
i p I = P
l 1 1 \ in aт 1
iar viteza are amplitudinea minimă, dată de
m
m i n
__ presiunea are amplitudinea minima
I P1 I >n i il P1П I I I
iar viteza are amplitudinea maximă, dată de
I V1 }m«x = Ум = I A I z7? [1 + I кг I]. (2-37, d)
Pentru ilustrarea modului în care se manifestă undele staţionare ca structură spaţială, în figura 2.3 au fost reprezentate graficele presiunii totale în modul în funcţie de abscisa ,t, pentru mai multe valori ale modulului lui kr
1.8
1,6
/4
0.7
0.2
-0.7 -0,6
Vig. 2.3. Graficul modulului '“^"’^'ito'în hiftu"do distant*
’ T. este in toate ««««^»° cu k/X

pentru
79
Remarcăm că : dacă este real atunci este sau O (dacă Zf2> Zcl), iar in pianul r - O avem | Pt | PM şi | V\ | — Vw, sau - (dacă Zf3< ZcJ), iar in planul .r * O avem | P> | == Pm şi | V> | Vд/.
Pentru a deduce relaţia de transmisie a puterii (prin unitatea de suprafaţă) calculam conform cu (2.25). Obţinem succesiv
= A Re P,V,' = 4 Re P((l + Ar) Vf(l - A,) = 4U —
mai departe
Ţinînd seama că A4 P/(2Z cl) reprezintă intensitatea acustică medie incidenţă, notată cu I
и
ea
a = 1 - ; A-r I2, 0 < a 1, (2.38)
se numeşte cceficient de absorbţie (sau coeficient de transmisie) de la mediul (1) la mediul (2). Se observă că a este simetric în raport cu perechea de medii. în aplicaţii coeficientul de absorbţie este rareori măsurat pe cale directă, ai adesea el este determinat prin calcul folosind măsurările de presiune din cîmpul

acustic. Pentru a obține expresii echivalente pentru coeficientul de absorbție introduce]
>
ărimea notată cu g și definită prin
ți care se numește coeficient de undă staționară. Această mărime se deduce din măsurarea presiunii din cîmp. Din (2.38) și (2.39) rezultă
3
Dacă mediul (2) are impedanța reală Z,t ~ real, atunci obținem din ecuațiile cimpului următoarele relații
din care obținem că formula (2.10) cămine valabilă înlocuind a cu s.
înainte de a prezenta exemple ilustrative pentru teoria expusă, este util sa prezentăm cltcva piecizări privitoare la valabilitatea modelelor tratate în cazurile concrete care apar în aplicații.
80
«) Геопа este valabilii pentru un sistem format din două medii fluide (nemărginite) în contact în lungul unui plan (nemărginit), RezfillMele i/imlu valabile dacă aria de contact este suficient de mare, spre exemplu dlamclrul minim sa lie suficient dc marc în raport cu lungimea dc utidlî, (Г/ -10) wl, l>) Rezultatele sînt riguros valabile dacă cele două medii constituie un ghid acustic (spre exemplu un tub cilindric) în cure exlslă modul de propagare de undă plană iar frecventa dc lucru esle astfel lucii se propagă numai modul de undă plană.
c) Dacă reflexia are loc pe un corp plan masiv atunci Z,2 Zei ™ ptet, dar cs este viteza de propagare calculată folosind modulul de eliMcittde volumică, a se vedea (2.13).
d) Dacă reflexia are loc pe un corp elastic relativ subțire (membrană, placa) este necesar să se evalueze impedanța normală prin metode similare cu cele expuse în capitolul 1.
Ex. 2.2.3. Transmisia sunetului prin unde plane din aer în apă șl din apă hi wr. Se consideră transmisia de energie din aer In apă de mare (sau invers) prin Unde plane» Se cunoaște că presiunea măsurată în imediata vecinătate a planului separator este de 50 Fft, frecvența de lucru fiind 1 000 Hz.
Să se calculeze parametrii de transmisie în cele două situații.
I. Transmisia aer-apă, Zcl (aer), Zc2 (apă de marc).
Calculăm parametrul s care este dat de
e = —
ZC1
1,54'10®
--------- ~ 3 711.
415
Ținînd seama de valoarea parametrului e obținem
2e
s
3 711
Cu aceste valori putem determina mărimile cîmpului
LLL = — = 6,02 40-- m‘S"J,
415
6,02' 10"8
2k • 10я
50
1,54 <10-
3,25* 10"1
2?r «IO8
nu
IL Transmisia apă«ucr, 7<Bl (apă)» Z& (aer). Calculăm parametrul s care este egal cu 1/3711»
6 — Sisteme eleclroacustice — cd, 110
81

**чЙ» *? t M.
M--аЯк^»Ё
—* •— лЛ _
finind seama de valoavcrt parnnieti ului c
e — ' ~ — 1. kt

Gu ajutorul acestor mărimi dotei minam
mărimile cîmpului
i p. I 50 -4
= 0,12 - = 1,91 -IO'5 m.
2 тс-IO3
Se observă următoarele: л
<z) atunci cînd undele plane acustice trec dintr-un mediu mai puțin dens (aerul) mtr un mediu foarte dens (apa de mare), presiunea în planul separator se dublează (în raport cu presiunea incidență), iar viteza în același plan se micșorează de 3 711/2 ori (în raport cu viteza incidență), adică cu 65,37 decibeli;
b) atunci cînd undele acustice plane trec în sens opus, din apă de mare în aer efectele produse asupra presiunii și asupra vitezei se schimba între ele ;
e) atenuarea în putere, adică raportul dintre puterea incidență și puterea transmisă (pe unitatea de suprafață este tocmai 1/a, adică în cazul de față 3 711/4, ceea ce corespunde în decibeli la 29,7 decibeli.
O primă concluzie care reiese din calculele date în acest exemplu este că dacă se efectuează o transmisie prin unde plane din aer In apă de mare iar detectarea semnalelor se face in apă atunci captarea semnalului trebuie făcuta cu un microfon sensibil la presiune » dacă se efectuează transmisia din apă in aer iar detecția semnalelor se face in aer atunci captarea semnalului trebuie făcută cu un microfon sensibil la viteză
2.2.3. Impedanța de intrare in eîinp de unde plane. •
următoarea probleină.°Se produc ,ac?8Iice nle diferitelor materiale se puj®
Conform CU teoria expusă în |).u.1./'U1?\,nipedanta intrareZs8 în mediuH-)-de raportul dintre p, ș'î'v ' g«lul precedent rezultă că Zs8 este defini'-ței de intrare în mediul (2) ne (»nrL ('^eriuîne relațiile de calcul a imprd^11 (impedanța terminală), pe htlzn lluo ,a‘a Pentru mai multă claritate cuZ.<< aționaie generat, hi mediul (1) ls,’rări asupra cîmpului acustic deun
82’
*flnlnd scama do volnarort parametrului c obținem
. ... 1 . 2e
Gu ajutorul acestor mărimi determinăm mărimile cimpului
, n ~ i » I == = 1LJ. 7П
9,28-10’ Pa,
9,28,12i = 6,02-10‘2 m-s'1,
1,54-10°
= 9,58-10"e m,
50
— = 0,12 m-s'1,
415
Q,-12-= 1,91-10"6 m.
27Г-103
Se observă următoarele :
o) atunci cînd undele plane acustice trec dintr-un mediu mai puțin dens (aerul) într un mediu foarte dens (apa de mare), presiunea în planul separator se dublează (în raport cu presiunea incidență), iar viteza în același plan se micșorează de 3 711/2 ori (în raport cu viteza incidență), adică cu 65,37 decibeli;
b) atunci cind undele acustice plane trec în sens opus, din apă de mare în aer efectele produse asupra presiunii și asupra vitezei se schimbă între ele ;
c) atenuarea în putere, adică raportul dintre puterea incidență și puterea transmisă (pe unitatea de suprafață este tocmai 1/a, adică în cazul de față 3 711/4, ceea ce corespunde în decibeli la 29,7 decibeli.
O primă concluzie care reiese din calculele date în acest exemplu este că dacă se efectuează o transmisie prin unde plane din aer în apă dc mare iar detectarea semnalelor se face in apă atunci captarea semnalului trebuie făcută cu un microfon sensibil la presiune : dacă se efectuează transmisia din apă In aer iar detecția semnalelor se face în aer atunci captarea semnalului trebuie făcută cu un microfon sensibil la viteză,
O a doua concluzie se referă la ctalonarca sau măsurarea microfoanelor cu echipaj rigid (microfon cu bobină mobilă). La frecvențe înalte, 10 000—12 000 Hz dimensiunea membranei (raza 1-3 cin) devine comparabilă cu lungimea de undă iar adevărata presiune pe se dublează in raport cu presiunea incidență. Do acest

fapt trobulo să so ţină seama iu
membrană măsurări.
2.2.3. Impedanţa de intrare în eîmp de unde plane.
în măsurarea proprietăţilor acustice ale diferitelor materiale se pune următoarea problemă, Se produc undo acustice plane în mediul (1), care este de obicei aerul, $1 se cere să se determine impedanţa de intrare în mediul (2). Conform cu teoria expusă în paragraful precedent rezultă că este definita de raportul dintre /\ şi VSe cere să se determine relaţiile de calcul a impedan-ţei de intrare în mediul (2), pe care o notăm pentru mai multă claritate cuZ«t (impedanţa terminală), pe baza unor măsurări asupra cimpului acustic de nude staţionare generat în mediul (1).
Pentru scrierea relaţiilor necesare este comod sS se alergă опсзйхгсл axei Ox de la perete spre stînga, aşa cum se araih în figura 2.2 t i'nxrer,s:i alegere unda invenţii este unda incidenţa iar unda diverlli niir unda тпГ<?с-сл:i iar ecuaţiile cîmpului rezultant în mediul (1) se scrin sub пгтаЛоятел Г . .si (omitem în scriere indicele 1 înlrucît calculăm toate mărimile гита.'i ra ares* mediu):
IP(x) w A< e1^ -1- Are"’<**,
v(.r) _ -L + Ayo.' ^], ,t > o,
Zf
(reţinem că orientarea vitezei este neschimbată) sau
P(.r) = A,cJ^ [1 +
<2.41)
în (2.41) kr este coeficientul de reflexie pe sarcină, la ,r^d, în timp ce ъ oxp (—2j Ş x) este coeficientul de reflexie local. Se remarca faptul că modulul cor&i?> tului de reflexie local, pentru orice .r, este egal cu modulul cooйcЗегЙпМ 2? reflexie pe sarcină.
Din (2.41) rezultă că iinpedanţa de intrare, în punctul de ihscfeâ j. văzută înspre perete (mediul (2)) este dată dc
ВД = Zc Л+^Ф(-^ Ikg^-^m^]. <2.42)
1 — Л>exp(—
Pentru x = 0, avem ca 2Д6) « (impcdaMa
Dîn (2.41) se observă că primul punct, de abscisă în eoтe nea presiunii este maximă, | P(dM)] — determină din
Raţionalizînd (2.42) obţinem cele două componente ale tmped^nţei terminale
1 Hr 1*
C 1 4- 1*V I1- 2 '

Z 2
e 1 4- IM*~ 2|*t
în (2J5) se determină din (2.41) iar] | se obţine învershxd
(O9Э
Măsurînd deci şi a putem calcula Z<t utilizînd diagrama circulară a liniilor. fie analitic» folosind f2>45)» îSe
Remarcăm următorul fapt: în punctele in care are Ioc relaţia
_____2 p.r 4" фo = —2 к 72ţ к =■ 0, 1,..., puncte In care amplitudinea presiunii este „oiirt.
este reală şi egală cu aZe, iar în punctele in care a
de intrare
puncte în care amplitudinea presiunii este minimă, impedanţa este reală şi egală cu Zc/o. Se poate arata ca in orice punct x are inegalitate
de intrare loc o dublă
Mărimea Za(x) se numeşte în general impedanţă specifica, deoarece es e o impedanţă mecanică raportată la unitatea de suprafaţă.
în încheierea acestui paragraf vom da formulele de diport pentru transmisia de unde plane. Fie două puncte, xa şi %i>, %a xьi --a_ ~ xb ~ J* cu orientarea axei Ox aleasă în acest paragraf. Indexind cu ct mărimile din cîmp asociate punctului xa şi cu b cele asociate punctului xb, se poate arăta că au loc următoarele relaţii de diport între presiuni şi viteze
Pa ■= P„ cos $1 + \ZC Vb sin $1,
Ve = V6cospZ+j-^-sin^Z, Z>0.
(2.46)
2.2.4. Reflexia undelor plane pentru Incidenţă normală pe
Iii

perete eu impedanță «pecii îeă
complexă.
O undă plană armonică de frecvență 200 Hz incide normal pe un panou absorbant avînd impedanța specifică Zgt minim ; b) știind că P
ll<
= (1 — 2j)-103 bg-s J-m~?. Să se calculeze : a) g și (distanța la primul ir = io
Pa să se determine P„, | P {|, | Pr |, | Pt Ь V Vя, V, ;, Vr
a) Calculăm parametrul
(a se vedea exemplul 2.2.3)
din care obținem
e = — = — (1 - 2j)403 = 2,41 - j4.82, Ze 415
și mai departe
, = e - 1 = (2,41 - 1) - j4,82 e + 1 (2,41 + 1) - j4,82
= 0,851 | - 19,1°
1 4- 0,851
1 - 0,851
12,42.
Pin condiția de presiune minimă obținem succesiv
— = —к.
=» П 4-
720° —= 180° - 10,1°,
es 0>223 **-”0,223 «в 0,383 m«
f 200
84
Voi os hui îHlrlmllc deduse la punctul a) obținem
pm^ —L!L ~ o,8O5 Pa.
o 12,42
p I = ----------= -J2- = 5,4 Pa.
1 + 1 kr | 1,851
/>,. krPt ■- 0,851 - 10,1°-5,1 = 4,595 | - 19,1°.
Faza presiunii Incidente oslo luată ca fiind zero*
Calculăm In prealabil două numere complexe
1 + kr == 1 + 0,851 -19,1° == 1,804 - 0,278j = 1,825 -8,76%
1 + kr .= 1 + 0,8511 -19,1° = 0,196 + 0,278j = 0,3401 4-51,8°, după caro obținem succesiv
P, = (1 4- kr)Pt = 1,825 | -8,76°-5,4 = 9,855 | -8,76°
V(= P,IZC = 5,4/415 = 1,30-lCȚ3 ms1,
V,„ = (1 4- | k, |)V(= 1,851-1,30-IO"2 = 2,4-IO-3 m-s'1,
Vm - vul° = 2,4-10'2/12,42 = l,93-10'3 m-s'1,
Vr = — krVt = 0,8511 160,9°-1.30-10~2 = 1,106 | 160,9° m -s’1,
V, = (1 - kr)Vt = 0,34 58,4° -1,3-IO’2 = 4,42-Ю'31 58.4° ms'1.
— — I ■ ■ • ■ ■■ ■ ■■ ■■—
Ex. 2.2.5. Măsurarea impedanțelor specifice cu ajutorul înterfcrometrului acustic.
Inlerfcn»mdi4il acustic, aparat destinat măsurării impedanțelor acustice, este constituit dintr-un tub de secțiune constantă in care sînt generate unde acustice. La un capăt este montată impedanța acustică ce urmează a fi măsurată. Cu ajutorul unui microfon este măsurată amplitudinea presiunii în funcție de distanța de la capătul unde este conectată sarcina de măsurat. Prin măsurări s-au obținut următoarele date Рд/ .== 10 Pa, Pw = 3 Pa, dM — 0,18 X. Să se calculeze impedanța terminală.
Calculăm mal intii coeficientul de reflexie
* J • ,• . w • • - • • • * a. « * •
10 0 , 3 1 A-r 1 = J = 0,538 (10/3) 4- 1
'Fo = 2$<lsl = 720°(d,„/X) = 720° -0,18 » 129.6°.
din care obținem impedanța terminalii
1 4. fc, =в 1 4. 0,538 I 129.6° = 0,657 4 0.415 j « 0.777 | 32,27°
1 - к, *= 1 - 0,538 I 120.6° » 1.343 - 0.415 j « 1.9441 -17.17°.
I jh 1.1 ■. w .w <■ ' • I---TC-ЖГ.-, 7
(1 + *r)(1 - krr‘ « 0.4 | 40,44°
Z,(« Zc(i 4- fr,)(l - A4,)'1 414'0.41 40,44°^
16(11 49,44° я (Ю« 4- 126 J) кв' s ‘ • m’«.
W — * -
85

~**-^e* ’
i л! и hminto iun calculat impedanța specifică» adică Im pe-întinat fnectn umMonm proctznrc. < sft (iotoi-mtr,fiin <• mărime dc tip global ^«msMnMpe '""'fC" csto necesar sft cnlculflm impedanța mecanică a spre exemplu puterea Iruns o, lă > lrniwersalc a tubului, fie aceasta S., st obținem Zw((impedanța mecanică terminală} - Z„S0. mărime exprim
2.2.1. Absorbția sunetului în cîmp <lc unde plane.
Coeficientul dc absorbție « a fost definit ca raportul dintre intensitatea acustică transmisă și intensitatea acustică incidența și a fost exprimat in (2.38) prin intermediul coeficientului de reflexie, iar acesta la rindul lui se exprimă în funcție de impedanța specifică dc intrare prin (2.43). Rezulta că a se poate exprima în funcție de impedanța de intrare. în unele aplicații este comod să se măsoare cu ajutorul interferometrului impedanța de intrare și apoi să se calculeze coeficientul de absorbție, printr-un procedeu arătat în continuare.
Exprimăm coeficientul de absorbție sub următoarea formă
în care s-a notat
Rezultă că a este o funcție de cele două variabile r (rezistența de intrare normată la Zc) și x (reactanța de intrare normată la Ze), adică a == a(r, x);
Dispuhind de r și x putem calcula analitic coeficientul de absorbție dar este mai util să se stabilească o construcție grafică' din. care cunoscînd r și x să putem deduce a. A ' ' *
în acest scop desfacem expresia pentru a și obținem .....
(r + 1)’ 4- x3 (r + 1)» + xa ’
care se mai scrie sub formă ' ' ■ ' ’’ 1 * '* -
avînd ca para-
care arată că pentru impedanțe specifice .de intrare firic realizabile și pasive adică 0 < •*■< 1; rezultă în planul (r, .rj o familie dc cercuri, a : ... ... metru coefiHentul «, situate în semiplanul r 0. Raza unui cerc al familiei este de Д/1 • -«/«, inr centrul acestui cerc are coordonatele l(2/«) - 1, 01.
86
Se poate observa eă oricare cerc al familiei inlcrseeleazli axa Or în doijă puncte, să le numim abscisa stingă și abscisa dreaptă, Se constată ca, pe măsură ce « descrește de la I către zero, abscisele do la dronpUi se depărtează unele de altele creseind ea mărime in limp ce abscisele de Io slînga tind către zero răminind in intervalul (ti. D- Dalm ilti acestui lupt in domeniul r < 1 trasarea cercurilor din familia considerata nu mai este concludenta. Pentru acest motiv în figura 2.1 au fosl trasate tlmiii grafice pentru familia de cercuri: uu grafic în domeniul r > 2, iar al doilea în domeniul r < 2.
СХПГ-О-Ч-
0,2
Ele 2.1. GtirboJe do egală absorbție In planul Impodantoi tonnluale normate; a) domeniul r>^2: l>) dotnenlul^r < 2.
$ 10 11 12 13 14 ÎS ÎS 17 ÎS 19 20
0 —
o. îs
Of
«7 ds
в 7
IU IU Mmlnl mtU'IWtnlHl do nbeorbțlo H linol Htruclurl «Иогьяпie folosind cercurile do Oflald nbxorbțle.
So considera un inut orlal nbsorbnnt. a cilrul Importanța яросИIсЙ de Intrare raportată la Z, este dată do - - ,
' * j > > r + j v 1 IЦ 'h 115 JO” "■ î ’’!•
în funcție do Frecvența normată Folosind cercurile de egală absorbție Procedăm tn modul următor. Fixăm f
Ш caro foste frecvența curentă normată In frecvența <lc rezonanță, adică f f/A. ier ДДгерте-impedanța specifică a materialelor absoruanlc cale, nud mare dec i Impedanța caraclerlsILț a jd. Iar factorul de calitate este cuaslumtar. Să но determine dependența coeficientului de ab. bț tn funcție do frecvența normată Folosind cercurile dc egală absorbție.
Pmcdăm In modul următor. Elxăm /’ fA și calculăm rA r(fA) șl r,A x(fA). Figurăm

in planul (Л x) punctul (r<. xл) şl Identifică coreul de absorbţie constantă care trece prin acest punct. Fie a< - oc(r<» x<) <x(?Л Luhul un şir de puncte?, deducem un şir de valori a, prin
care putem trasa graficul dorit, tn cazul do faţă locul punctelor In planul (r, x) al impedanţei z
punct. Fie «л ~ a(r4» M A Lul,Al V11?1.1'- !l(î
atunci dnd f parcurge Intervalul (0» oo) онio o dreaptă paralelă cu axa Oc, cu abscisa egală cu 4. Această dreaptă se numeşte hodogialul im pedant el z.
Pentru ilustrare In Figura 2.4» a a fost figurat bodograful Impcdanţel normate z, iar pehodograr au Fost figurate punctele următoare (marcarea punctelor a fost făcută prin cifre încercuite;
t (rezonanţă) ф» /'
® 1,1 Q),
. . M f SS 1,8 ©.
Remarcăm faptul că graficul a « a(7) are slmctidc geometrică faţă de punctul f = 1, o(f) = — a(?'')* în figura 2.5 este trasat graficul a = a(/). La rezonanţă absorbţia este maximă, a = =xa<v^0.64. Se poate considera că domeniul util de absorbite al structurii considerate este acela tn care coeficientul de absorbite este mal mare sau cel puftn egal cu jumătate din coeficientul de ab^oriile la rezonant^ h) cazul do faţă a > 0,32. Din grafic deducem că acest domeniu este dat de
L5'1 <7 < L5.
adică banda relativă utilă do absorbţie este
Д/7 = 1,5 -
1.5'1 = 0,83
—* âtyj
l'h|» 2.5. Graficul coeficientului do absorbţie tn funcţie de frecvenţa normată pentru materialul al cărui hodograf este Indicat prin puncte In figura 2.4» a.
88
sau ca valoare absolută
Д/- = o,83A. care exprimă banda utilă dc absorbţie In Hz.
. Trecerea undelor acustice prin pereţi solizi. Incidenţa normală.
Considerăm trei medii nemărginite, (/), (2) şi (.?), mediul (2) fiind limitat de două plane paralele situate la distanţa d. Situaţia este arătată în figura 2.6. Presupunem că în mediul (1) sînt produse unde plane care incid normal pe planul separator. Urmărim să determinăm parametrii de transmisie din mediul (2) în mediul (5). Este natural ca transmisia să fie caracterizată energetic şi anume prin raportul dintre intensitatea sonoră incidenţă şi intensitatea sonoră transmisă în mediul (5).
în acest scop reprezentăm : cîmpul din mediul (1) ca rezultînd din suprapunerea dintre cîmpul incident şi cîmpul reflectat; cîmpul din mediul (2) prin ecuaţiile de diport (2.46) ; cîmpul din mediul (3) sub formă de undă progresivă.
Condiţiile la limită şi de continuitate
Condiţiile la limită şi de continuitate
combinate
conduc la
Fig. 2.6. Trecerea sunetului din mediul (1) In mediul (2), ambele de tip fluid» prin mediul solid (2). Incidenţa normală.
. Л # * V' ' . i.1 t .1 » t «■ ', » . » I
cu ecuaţiile de diport
89
Izolaţia 50nora
IIH
1)13
înd atenuarea introdusă de mediu! (2) interpus
(2.50)
l.
care este formula generala exprimi-.
"'^Dacă'mediiîc (1) şi (3) sînt identice (2.49) devine
D = cos2 M + -(Ş1 + f^fsin2 M-
Sînt importante în aplicaţii cîteva cazuri particulare. . ... .
a) Mediile (f) şi (5) sînt identice, mediul (2) are o grosime relativ mica, < 1. iar impedanţa sa caracteristică este relativ mare, Zc2 > Zcl. In acest caz sînt valabile aproximaţiile

C2
astfel că (2.49) devine
f
CC
2
\ cl J
Notînd cu ilfs2 = p2d, care este tocmai masa pe unitatea de suprafață a peretelui separator, obținem mai departe
1 Л/joG) V-
Este interesant de remarcat următorul fapt. Mărimea D, introdusă mai înainte prin (2.49), reprezintă raportul dintre intensitatea acustică medie incidență și intensitatea acustică medie transmisă, cu alte cuvinte este tocmai inversul coeficientului de absorbție a. Un calcul direct arată că D~x este identic cu coeficientul de absorbție de la mediul (I) la un mediu avînd impedanța specifică de intrare egală cu
b) Mediile (1) și (3) au impcdanțele caracteristice diferite» comparabile ca valori dar amîndouă mici în raport, cu Zca. Grosimea peretelui este relativ mică. Totodată Zct nu este exagerat de marc astfel incit produsul Zcâ((Sad) este mic în raport cu media aritmetică a impedanțelor ZcX și Zc3< Au deci loc inegalitățile
COS
£1^7. *— «4 c3 »
ci
90
pe baza cărora obținem expresia aproximativă pentru izolația sonoră
(2.52)
ăr întreg de jumătăți de lungime de undă, 32d = n~, d — rik2/2. Obținem adică tocmai inversul coeficientului dc absorbție intre mediul (/) și mediul (3). Concluzia acestui calcul este că dacă două lichide, sau gaze, sint separate printr-o membrană subțire, cu impedanța caracteristică de valoare moderată, transmisia de la mediul (7) la mediul (o) se faec ca și cum mediul (3), membrana, nu ar exista realizîndu-se condiția dc nemiscibilitate.
c) Mediile (7) și (o) sînt diferite. Grosimea mediului (2) reprezintă un număr întreg de jumătăți de lungime de undă, {^d = n~, d — nX2/2. Obținem în acest caz aceeași formulă ca la punctul precedent, adică în procesul de transmisie mediul (5) nu intervine. Deosebirea între cele două situații este următoarea. La punctul precedent formula de transmisie a fost dedusă pentru un perete subțire la frecvențe joase în timp ce în cazul analizat în acest alineat formula este valabilă pentru un perete de grosime nX2/2 și pentru benzi înguste de frecvență centrate pe frecvențele = nc2/2d.
d) Mediile (7) și (o) sînt diferite. Grosimea mediului (2) reprezintă un număr impar de sferturi de lungime de undă, = (2n — l)~/2, d = (2n — — 1)л2/4. Are loc deci cos Ş2d — 0, sin 82d = 1, iar (2.49) devine
(2.53)
Atenuarea introdusă de mediul (2) este nulă, adică D — 1, dacă are loc î * • ‘ ‘
4 ’ " .
Zc: = Jz^l (2.54)
Formula (2.54) arată că mediul (o) se poate adapta (in sensul maximalizării transmisiei de putere) la mediul (7) printr-un mediu de cuplaj (o) în X2/4 avînd impedanța caracteristică egală cu media geometrică a celor două impedanțe caracteristice. Procedeul este analog cu adaptarea cu trunchiuri de linie sau de ghid în 7.1 .
— - - — ■ - 1 - . 47 - . . . —. .k. « - к -- •. * .... — • • • - - * * - *
—
Ex. 2-2 7- Izolația sonoră introdusă de -un perele de beton.. . .. .
Se consideră transmisia-de unde acustiee prin trei medii aer?beton-aer.:
Situația reprezintă un prim model pentru calculul atenuării introdus de un perete care separă două încăperi. Peretele are grosimea d = 0.1 ra. Să se analizeze domeniul de valabilitate al formulei (2.51). Din Zg. = 2,6 40*-ЗД 40’ (aneva 1) rezultă Zct > Zei =
Calculăm apoi masa pe unitatea de suprafață
Л7П = p.d = 2,6 10’ 0,1 = 260 kg rar \
din care deducem frecvența minimă pentru care termenul ridicat la pătrat din

(2.51) are valoare /10
1/jo r — l/10<zr' _ 1 10-415 1(6
-2ZT " ' ' ~ K '^0
frecvența maximă pentru care 0;d = 0.3 este dată do
0,3»e9
2n*d
0,3 3 100
2k0,1
1 480 Hz.
91
tn domeniul / |l»0
I |«ol H». Izoluțlu sonora SC exprimă sub forma
, '-60д- I-r p 3.87-P-
sau in decibeli
si- 20 log f — 5,87 -r 20 log Л
Observăm că In Intervalul considerai nlcnnurca este cuprinsă
D [dB] (1.6 Hz) = 10 dB. I> [dB] (1 180 Hz.) = 69,3 dB.
RwulUtclc experimentale arată că atenuarea Mtc introdusă de faptul că
de dimensiuni finite rectangulare). Aceste aspecte vor П]parțialc expuse m
capitol ы.
Ker.ultatul important care se degajă din calculele prezentate este ca pentru
pereți simțiri nuntea introdusă se serie
10 lug 3.87
In următoarele limite
ede mai micii cu aproximativ
D [dB] = const. + 20 log Ms2f
cart indică o creștere cu 6 decibeli pentru o dublare a grosimii sau pentru o
dublare a frec ventеL
•>
2.2.6. Reflexia și refracția sunetului. Incidența oblică.
Vom analiza trecerea undelor acustice din mediul (7) (fluid) în mediul (2)
(fluid). Incidența este oblică.
timpurile în cele două medii le vom reprezenta în modul următor. In mediul (1)
cîmpul are două componente: cîmpul incident plan avînd vectorul de propagare
înclinat cu unghiul 0t- față de normala n la planul separator și cîmpul
reflectat plan avînd vectorul de propagare (3^ înclinat cu unghiul 0r față de
normala n, în mediul (2) cîmpul are o singură componentă, componenta transmisă,
avînd vectorul de propagare (33 înclinat cu unghiul Θ* față de normala n. Cu
aceste notații și precizări componentele cîmpului se scriu

Pi Ai cxp(jPiT), Pr — Ar exp(—j
Pi sJ Pi -- , p.j ~
Pi'/i - Pi cos 0(> p;./î
> uw p|Cu Zci ptca,
Pa-Jl pa cos 0t,
92
Мески! (I)
Mediu! 12)
Fig. 2.7. Trecerea sunetului din mediul fluid
(7) în mediul fluid {ty. Incidența oblică.
în care Лг și Л t sînt constante complexe care urmează a fi determinate din
condițiile de continuitate ale presiunii și vitezei normale. Considerăm că
ecuația planului separator este n-r = 0. Situația este arătată în figura 2.7.
Condițiile la limită se exprimă sub forma a două egalități
cos Θr exp(-jPxF)
Ci
C2
7 ; > i i и i r. • ъ j
Egalitățile care
b £ > j * l !/ J < * J v I
= 0.
< ' f \
exprimă condițiile de continuitate trebuie să fie satisfă-' L "W. ' ' •
cute identic în planul separator n*r = 0, Pentru aceasta este necesar ca î acest

plan fazele exponențialelor sa fie identice, condiția de coincidență afart-kv, Pentru explicitarea condiției enunțate folosim formula cunoscută de descompunere a unui vector după două direcții perpendiculare

n

r
' ' ' ' • ’ЖIЭ1 »т I
sau, înmulțind scalar cu r
j * g 4 IA 1 f (*

93

arbitrar ɾeгдiiiй
Do aici deducoiu douil оцaШЩI
M A.
fiimluim'ulido /fț/t’d reflrairl,
j gîftMt ea , h'tjt'u l'i'l't'Wflvl,
l sin Ot e®
Folosind relațiile (2.56) fazele spațiale se simplifică și rezultă a doua ,e este eondifhtdc «mpllltidlnt șl oare oale. un ilatom dc două muaț cele trei constante complexe oare reprezintă factorii de, scară în acustic. Se obține condiție care relativ la * exprimarea cimpului
dc scară în
: • . 1 1 . ’ _ a i 1 ti 1 ‘ ' I
p <4 p faS a Ц»
(2.57)
f
к
în care
•4 »
-
CQSO,
»C1
4l • О • л I ' .
Remarcă două aspecte.
«) Sistemul de ecuații (2.57) este similar cir sistemul care constituie un caz particular, 0<'«!Ч> 0.
b) în (2.57) unghiul de incidență 0(șl cel dc refracție l)(sînt legate prin relațiile (2.56). ,,
O primă problemă care se pune. în legătură cu transmisia sunetului în cazul incidenței oblice este dacă întotdeauna în mediul (S) se transmite o undă plană. Din legea refracției sorină sub forma .
sin 0
j li miJhiH j<i:U

►V 1
4
rezultă ca : a) dacă rt > r, arc loc sin ()t < Cj/cj < 1, astfel că întotdeauna unghiul de refracție este real și mai mic decît 00°, prin urmare există undă refractată cu 0e < 0((direcția de propagare tn mediul (3) se apropie de normala h f,ls& (,i ro atunci arc loc inegalitatea Oj > 0o iar situația limita pentru cine unghiul dc refracție este real și egal cu U0® este caracterizată prin relația
4 . V * i
,8in0(p-i-, /0.58)
94
Unghiul Ou fiind numit unghi dc incidență critic. Prin urmare pentru 0(& [O, 6fe] exista undă refractată iar pentru 0, > 0<c în mediul (2) nu mat există o undă plană ci o structură staționară care se atenuează exponențial odată cu depărtarea de planul separator. Acest fapt este confirmat experimental prin metode de vizualizare a proceselor ondulatorii în fluide. Ne ocupăm în continuare de situațiile în care în mediul (2) există undă plană refractată. Sistemul de ecuații (2.5 fiind omogen putem exprima amplitudinile complexe Ar și

At raportate la A,. Obținem doi coeficienți care caracterizează procesul de transmisie:
— coeficientul de reflexie în presiune, definit prin Ar/Ao și dat de
Zez cos 0, — ZC1 cos Θ/
Zc2 cos + Za cos Θ,
(2.59, a)
presiune, definit de At/A{, și dat de
— coeficientul de transmisie în
(2 59, b)
Ca si în cazul incidenței normale au loc majorările | kr ! < 1, | kt | < 2.
Pentru a scrie corect relația de transmisie a puterii (pe unitatea de suprafață) din mediul (7) în mediul (2) trebuie să ținem seama că în acest proces participă ira intensități acustice, fiecare avînd efectiv caracter vectorial: intensitatea incidență, dată de Imi = 1 [2/2Zcl și dirijată după direcția t3j sitalea reflectată, dată de Imr = | Ar \2/2Zcl și dirijată după direcția 3 sitalea transmisă, dată de Imt mulțind membru cu j
(2.57) complex conjugată și folosind notațiile introduse obținem
inlen-: inten-si dirijata după direcția p2. în-tembru prima ecuație din (2.57) cu a doua ecuație din
Umi
m t
cos 6f,
(2.60, a)
care reprezintă ecua(ia de conservare a puterii care străbate normal planul de separare (reținern că în (2.60, a) intensitățile acustice intervin ca mărimi, fără caracter vectorial). Mai putem scrie introducînd în (2.60, o) coeficienții de transmisie
(1 - A«)cos 0(= A® cos 0„ (2.60, &)
care generalizează legătura dintre kr și kt pentru cazul incidenței oblice*
Pentru definirea coeficientului de absorbție (transmisie) observăm că este natural ca acesta să reprezinte raportul dintre puterea normal transmisă, adică și puterea normal incidență, adică r^cosO^ Aplicînd definiția obținem
Zfi cos 0i
/4^
COS 0|COS 0|
ІЛДІЛ11 Jll» iniwwt'w
(Z„eos Q(4Z,iCOs0()«
(2.61)
relație caro este si mo ti
întrucJt (2.61) se mai sene
o p.rlicuhr» «U "7 "
,»ьle integralii de energic Remarcăm că
în acest caz unghiul de incidență și cel de refracție satisfac doua relații . legea refracției și relația de anulare a coeficientului de reflexie m presiune, ceea ce arată că există un unghi precizat de incidență pentru care se reabzeaza absorbția totală. Scriind cele două relații
| P1C1 cos 0, = P2C2 cos 0
sin 0^
și rezolv înd acest sistem de ecuații relativ la unghiul de incidență obținem (anularea coeficientului de reflexie) (legea refracției)
ctg2 0f -■ ------
(Pa
2 _ /A i2 ■> \ c2 J
Unghiul de incidență definit de (2.62) se numește unghi de intromisiune. Ecuația (2.62) are soluții reale (unghi de intromisiune membrul drept pozitiv) dacă este satisfăcută una din
«) ^- > — Pi C2
În final remarcăm faptul că dacă cr > c2 Și
rezultă că
sau b)
cele două inegalități
Co
dacă 0

90°, cos 0
kr -> — 1, a -> 0, adică se produce reflexie totală independent de celor două medii.
caracteristicile relative ale
Ex. 2.2.8, Transmisia de energie prin unde plano din ulei în apă pentru Incidența oblitâ. Se consideră transmisia dc energie acustică prin undo plane din ulei în apă. Uleiul considerat are parametrii 0,8540® kgmr®. c, =» 1,3540® nrs'>. Să se calculeze unghiul de incidență critic, Pentru un unghi do Incidență do 45° sil so calculeze coeficientul de absorbție. Impedanțelo caracteristice ale celor dourt medii sini
' • 0,85 4,35 40® » 1,14 40® kg,8'?l»m'\
Zff8 « 1,483 40® kg '8~' 'in"a,
Din (2,58) avem
eln 0(, « W 0.910, 0<c » 00.3&°.
JiQo l
96
Pentru Oi== 45°, obținem
sin 0f = — sin 0(= 0,707= 0,770,
q 1,35
0/ = 50,9°, cos 0/ = 0,031,
iar coeficientul de transmisie este dat de (formula (2.01))
4 • 1,14 • 1,483 - 0,707-0,631 л лле a = ---------- = 0,905.
(1,483-0,707 + 1,14-0,631)2
2.2.7. Reflexia și refracția la suprafața unui corp solid. Incidența oblică.
Reflexia și refracția undelor acustice la trecerea dintr-un mediu solid este o problemă tipică de teoria elasticității și nu este tratată în lucrare. Remarcăm faptul că la incidența oblică pe un perete solid pot fi generate în principiu trei tipuri de unde : o undă longitudinală de volum și două unde transversale. Vom semnala două cazuri particulare importante care intervin în acustica aplicată.
Primul caz particular are loc la incidența undelor plane pe așa-zisele materiale cu reacție local-normală. Structura unor asemenea materiale este anizotropă : pe direcția normală peretelui se găsesc pori în care viteza de propagare c2 este mult mai mică decît cx (în aer) astfel că 0* — 0 ; pe direcții paralele cu planul peretelui viteza de propagare este mult mai mare în raport cu cx. Asemenea materiale sînt structuri acustice perforate, paneluri acustice. Pe de altă parte propagarea în canale (pori) este însoțită atît de efecte reactive cît și de efecte disipative astfel un asemenea material este caracterizat prin impedanța specifică normală de intrare, notată cu Zsn și definită prin
STl
(Vi + Vr)cos 0(
(2.63)
ii • r = 0
Rezultă că putem aplica rezultatele din paragrafele precedente pentru a deduce parametrii de transmisie. Mai întîi, punînd 0< — 0, cos 0^=1 în (2.59, a) obținem expresia coeficientului de reflexie
kr —
Z<ncos Q< — *
Ztn cos 0(4-
(2.64)
Remarcăm faptul că de această dată coeficientul dc reflexie este un număr complex. Pentru scrierea relației energetice dc»conservare introducem mărimile celor trei intensități acustice care participă în procesul de propagare
7 — Sisteme eleetroecustlce — cd. 110
97
Înmulțim membra eu membru prima ecuație <ta (2.57) cu a <loua ra.jug.ll (observăm că î este un număr comp «-os 0. = D- ESa"tatea pentru părțile reale se scrie folosind notațiile introdu.
(Imt - har)cosQi = Iml, care reprezintă ecuația de conservare a puterii specifice, sau folosind coefi-
cienlii de transmisie
и
■ ХІЛЯ

I2 8П I
Este natural să definim coeficientul de transmisie ca raportul din te intensitatea acustică transmisă Imt şi componenta normala a intensităţii acustice incidente, adică Imi cos θ(. Efectuînd acest raport se obţine
4 RgnZcl cos θ;_____
(B^cos e£+Zcl)2 + X;ncos2 θ,
(2.65)
Pentru marea majoritate a materialelor folosite are loc inegalitatea Rn > ZcL astfel că există un unghi de incidenţă pentru care Rsn cos θr- = ZC1 şî pentru care absorbţia trece printr-un minimum.
AI doilea caz particular de transmisie a undelor plane din fluide în solide este asa-numita refracţie de tip Rayleigh care se supune, aceloraşi legi ca şi cele care au loc la transmisia fluid-fluid. Asemenea procese se produc la trecerea undelor acustice din apa de mare în nisip de fund, datorită faptului că în nisipul de fund nu se pot propaga unde de tip transversal.
и
2.3. Unde sferice
Undele sferice sînt caracterizate prin suprafeţe echifază de tip sfere concentrice. Aproximarea cîmpurilor generate de radiatoarele reale de dimensiuni finite (difuzoare) prin cîmp de unde sferice este mai realistă decît cea realizată prin cîmp de unde plane, deoarece în cazul undelor sferice aria frontului de undă este finită. Aproximarea prin cîmp de unde sferice este deosebit de utilă în regim permanent sinusoidal.
2-3.1. Unde sferice izotrope. Soluţii în domeniul timp.
In coordonate sferice ecuaţia undelor (2.5) devine (a se vedea anexa 5)
sin 0
—1 4- 1 ?*] m _ 1 0*<?
cOj r’ sin’ 0 <?ϕ’ cj
Ke ocupăm în cele ce 'iirmează denumit cîmp izotrop şi caracterizat de cîmpul acustic cu simetrie sferică, prin
98
£0

în acest caz ecuaţia undelor devină
i a2 / x -----— (rcp) C20 №
— ('•<?) = ar’
care admite ca soluţii
?('•. 0
unde g este o funcţie arbitrară de clasa C2.
Termenul de argument cot — r reprezintă unda divergentă care se propagă de la centrul radiant, r = 0, spre exterior. Termenul de argument cot + r reprezintă unda convergentă care se propagă dinspre exterior către centrul radiant. Reţinem unda divergentă. Folosind (2.5) mărimile cîmpului se exprimă
<p(r, Z) = -g(cot - r),
Г
p(r, t) = Zc -g'(cot - r), д' = ±g(x) (2.67)
r ax
vr(r, t) = — Cp dZ + 4* p,
PoГ J Zc
(Am scris vr pentru a indica faptul că singura componentă a vitezei este viteza radială). Se observă că presiunea şi viteza sînt legate printr-o relaţie integro-diferenţială ceea ce arată că în cîmpul sferic izotrop coexistă atit energie localizată in cimp în vecinătatea centrului radiant cit şi energie care se transportă cu viteza cQ prin efectul de radiaţie. Pe de altă parte la distanţe mari (în paragrafele următoare se va indica mai clar ce înseamnă distanţe mari) are Ioc
p Zcvr,
adică tocmai relaţia specifică de undă plană.
Mai remarcăm faptul că p şi vr scad o dată cu (l/r). Această trăsătură rezultă dintr-un raţionament fizic simplu. Mediul fiind fără pierderi puterea se conservă astfel că la distanţe mari obţinem egalitatea
7J
-—•dnr3 = const. pa—.

2Ze Г
Am folosit faptul că aria frontului de undă este 4№.
*
2,3,2, Unde sferice izotrope. Soluții armonice.
Considerăm regimul armonic de frecvență punînd tf <=> Re <I>cJwe, p Re Pejw<»
i>r «= Re VrejQ*.
99

•' A• - VЛKI* ьг -
. Vi ГI Г

Amplitudinea complexă Φ se exprimă sub forma
(b = ^e-JPr+^-e^, (2,68)
din care reținem сот'
pîexe'spațiale ale cîmpului acustic se exprima
din care reținem numai primiri de radiație a <
-jpr
Soluțiile corespunzătoare în domeniul .timp sînt următoarele
■ o(r, Z) = —cosțoZ — pr), p(r, i) = ₽ZC — cos |o>Z — 3r -f- — . P1(r, Z) = —
cos(wZ - pr), »2(r, Z) =. p — cos IwZ ~ ₽r + Ti
I p J
pr(r, i) = _J_ — cos(<oZ - pr - ϕo), Φo = arctg —• ț cos ϕ0 Г PГ
Se observă că viteza de oscilație are-două componente: v^ care are valori importante în vecinătatea centrului radiant, r = 0, și care este in cvadratură cu presiunea p ; v2 care are valori importante la distanțe relativ mari dc centrul radiant și care este în fază cu presiunea p. Din (2.69) rezultă că > ; / / I V2 | = 1/pr care arată că egalitatea pr = 1 marchează trecerea de la domeniul de preponderență a vitezei v± la cel de preponderență a vitezei y±.
Este deci natural să definim
pr < 1, domeniul cîmpului din apropiere, în care vr ~ vt iar presiunea este decalată la 90° (înainte) față de viteză ;
pr > 1, domeniul cîmpului îndepărtat, în care vr ~ i>8 iar presiunea este în fază cu viteza.
Uneori vom spune în loc de domeniul cîmpului... zona cîmpului... .
Este important de observat că egalitatea pr = 1 delimitează două domenii spațiale numai daca frecvența o este fixată. Deoarece avem pr == 2ot/X» condiția de separare se referă la raportul dintre raza sferei pe care se face evaluarea cîmpului și lungimea de undă. Dacă r este fixat atunci inegalitatea 3r < 1 definește domeniul frecvențelor joase (al lungimilor de undă mari) în timp ce scnrZe) ' 1 definește domeniul frecvențelor înalte (al lungimilor de nroblem^L^Hmîi? diver£entte Permite obHnerea unei soluții unice pentru suprafață Ййde rS 0. pГC8CГIerea vite2ei ^iale pe. o
100
4
к'i-
Notăm în prealabil
/o(^) *= ^o('r) 5=3 1 + x'
care se numesc polinomul Stokes-Rayleigh de spe(a l-a și de ordinul zero și, respectiv, polinomul Stokes-Rayleigh de spela a 2-a și de ordinul zero, Punînd condiția la limită
№
-Jpr
\rs r) r—r0
în care Vo este o constantă complexă fixată (amplitudinea complexă a viteze radiale de oscilație pe sfera considerată), obținem prin restructurări simple fazorii spațiali ai cîmpului sferic izotrop
ϕ = -d y0 feL e-JP(''-ro);
j3ro £ V 0-ip(r—r0)
r C °Fo(W
(2.70)
FW e-JP(r-r0) .
Fo(j ₽r0)
2.3.3. Impcdanțcle în cîmpul sferic izotrop.

Precizăm mai iutii că radiatorul ideal care creează un cîmp sferic izotrop se numește sfera pulsantă și se poate imagina ca o suprafață sferică solidă care oscilează radial cu viteză uniformă pe întreaga suprafață. în aplicații sfera pulsantă este modelată aproximativ printr-un poliedru cu un număr mare de fețe, pe fiecare față fiind montat cîte un difuzor, toate difuzoarele gene-rînd aceeași presiune acustică ca mărime și fază.
Definim într-un cîmp de unde sferice impedanța specifică ca fiind raportul dintre amplitudinea complexă spațială P a presiunii (într-un anumit punct) și amplitudinea complexă a vitezei normale, deci radiale, în același punct, adică mărime care depinde în general de punctul de evaluare. în cazul studiat obținem
(2.72)
101

Pentru calculele utilizate în diferite aplicații se ™Porteaza și se desface în partea reală și cea imaginai a. Sc ț fZXr) = Z,(r)/Zc = R',+ ix'*>
i p'(r) = (NL_, X'e(r) = ■ *
[> ! + (pr)a 1 + (℗r>
Valorile asimptotice pentru mărimile introduse în (2.73) sînt
„ . . (X(r) - Q„ 1 - h
(2.73)
P lX(r) ~ (℗r); ‘ IX(O - l/℗r-
Reprezentările grafice ale mărimilor R'g și X' sînt date în figura 2.8 din care se observă că pentru ℗r < 1 efectul preponderent este cel reactiv in timp ce pentru {3r §> 1 efectul preponderent este cel disipativ (de radiație). Esen țial este faptul că în zona cîmpului îndepărtat are loc P — Zcvr. Cu aceasta observație a fost precizată formularea dată în paragraful 2.3.1 de „la distanțe mari avem p = Zcvr“.
Impedanța de radiație se definește în raport cu un radiator (corp^ în oscilație care generează cîmpul sferic). Considerăm sfera pulsantă de rază și cîmpul creat în exteriorul ei. Puterea complexă pe unitatea de suprafață debitată de radiator se exprimă ca jumătate din produsul dintre amplitudinea complexă a presiunii (evaluată pe suprafața radiatorului) și amplitudinea complexă complex conjugată a vitezei normale evaluată pe aceeași suprafață. Din continuitatea presiunii și a vitezei normale rezultă că presiunea și viteza normală pe suprafața radiatorului sînt tocmai mărimile din cîmp evaluate pentru r = rQ, adică puterea complexă specifică debitată de radiator se exprimă
■ț P(ГоШго) = ^-Zs(r0)V0V^ = ±Zs(r0)\ Vo |a = -Z^r.) | Vo I3. *22 2
102
Dutovu complexă totala debitata de radiator se obține integrind puterea complexă specifică pe suprafața sferică de rază r*, notată cu Sr0, adică
I Vo |* dS = --Zs(r0)Sr0 J Vo ? =
2
în cave 3^ »
Definim impedanța de radiație (a sferei pulsante), notată cu Zr, ca fiind impedanța unui sistem mecanic care avînd viteza de oscilație Vo preia o putere mecanică complexă egală cu puterea complexă debitată de radiator. Scriind egalitatea de definiție
a - »
-Zr] Vo j2 = - Zs(r0) Sr0 I
2 2
rezultă expresia impedanței de radiație
(2.74)
Mărimea 7îr se numește rezistență de radiație iar mărimea Xr reactanlă dc radiație.
în legătură cu formulele (2.74) este util să facem cîteva observații,
a) Impedanța de radiație se obține înmulțind aria suprafeței radiatorului cu Zr și cu un număr complex Z*(r0). Mărimea ZcSr0 este tocmai impedanța mecanică a unei porțiuni de undă plană de arie Sr0
b) Faptul că Z.eSrQ
se în
Lulțește chiar cu Z'(r0) se datorește
repartiției
и

uniforme a vitezei radiate de oscilație.
Valorile asimptotice diație sînt următoarele
ale celor doua componente ale impedanței de ra-
k-
IRr ~ ZeSr0(₽r0)! = 4- -2- Q=rJ,
f0
Xr ~ ZeSroO/n) = 3-W.vCO,
Л'Л/ = ~ poro >
w
(2.75, a)
(2.75, b)
Se observă că sfera pulsanta este un radiator de mică eficacitate în domeniul frecvențelor joase (al lungimilor dc undă mari), £r0 1» și depinde foarte accentuat de raza sferei, puterea a patra* în acest domeniu impedanța are un caracter preponderent reactiv iar partea sa reactivă este echivalentă cu
103
sferă dc rază r0
M asa 3Msf se nu
I
radiație Zr = Br
sw± .....
fn tunetie de trecyentS. Este ulii totodrtS sa introducem raSnmen
M°r == lini r0),
w -> 0, r0 fixat
de radiație pentru frecvențe foarte joase. în cazul sferei pul- reprezentare utilă pentru calcule înmulțind în ambii ' ‘ ‘ ~ Se obține care este masa sânte M? = 3Msf :
Se poate obține o :
membri ai egalității P(r0)/V0 = Zs(1'q) cu SrQ.
jpro
У. = —+ 1 •
•^>(Го)’5'го ^cSr0 jco3 M9/
• • ' • » * 1 ■ • ’ • * t
Identificînd P(r0)Sr0 cu o tensiune electrică echivalentă și Vo cu un curent electric echivalent se obține circuitul electric echivalent dat în figura 2.9. Metoda analogiilor electromecanice va fi dată în cap. 4. Din figură rezultă că puterea medie ϕa debitată de sfera pulsantă se exprimă sub forma
Ex. 2.3.1. Calculul razei do separare în cîmp sferic izotrop.
Se consideră un cîmp acustic sferic și izotrop. Să se calculeze pentru trei frecvențe 10. ICO și 1 000 Hz raza de separare a cîmpului din apropiere și a cîmpului îndepărtat. Să se calculeze 71 pentru r == 0,1 m. •
Raza de separare se calculează cu
X c0 343 54,59
■■ * XZ3 ...ZZZ3
2тг 2vf 2ixf f
I
Fig. 2.0. Glrcultul oloctric ochlvalmrt (de genul I. în imnedanta mecanico) corespunzător importanței rtmdlațloa sfokîSuft
104
adsril r, <10 Hz) ' 5.46 in, r, (tOO Hz)« » 0.M0 m, r< (1 000 Hz) = 0,0546 m.
Calculăm рлтатЛти! tipie
ce ч
1,83-10 7,
din c-are obținem
,r (100 Hz.) - 0,183, |3r (1 000 Hz) - 1,83.
Sr (10 Hz) » 1,83-10 *,
Гыойпа parametrii mai înainte calculați putem determina #(r) pentru cele trei frecvențe
f = 10 Hz,
f ~ 100 Hz,
Zs\r) » 3,35-10- + 1,83-10-’ j = 1,83-10-’ |88,0°,
✓is*(r) — 3,24'10-’ 4- 0,177 j — 0,18 79,6°,
f = 1 000 Hz, Z,’(r) = 0,77 + 0,42 j — 0,877 |28.6°.
Ex. 2.3.2. Transmisia de pnicro în cimp sferic izotrop.

O sferă pxdsantă are тara r« = 5'10"’ m și radiază in aer la 400 Hz. Ea creează un nivel de presiune Z = 90 dB la distanta r = 1 m. Să se calculeze P(r0), V„ deplasarea și puterea radiată.
Calculăm presiunea ca valoare numerică
I p(l)]f/ = Pre/10b/so = 2 40“5 • 31 G20 = 0,632 Pa, ,
| p(i)] = ț/ă*| P(l) |„ = 0,891 Pa.
> 4 к Г ** *
Din (2.69) obținem
. = — =-----1— = 20, | P(r0) | = 20-0,891 = 17,82 Pa.
jP(r,)l r, 5'10-»
Pentru a calcula puterea acustică determinăm in prealabil impedanța de radiație
= 2re-400 10_t _ 0 366i = 0>118+ 0>323 j = 0j344 I69,6°,
' 343
V = —— —----------------11^2------= 0,125 1 — 69,9°.
’ z;(r.)ze 415-0,3441^9» I------
în fennula de calcul pentru viteza Vo faza inițială a presiunii P a fost aleasă de valoare zero.
3>„ = — JR,| Vo I» = -1- BXr,)Z,4wlI V. I’ =
2 2
= — 0.118-415-4jz-25-10'»-0,125’ = 1,2-10-’ watt. 2
Puterea se mii poate calcula prin
9 e ІД!)! -ЬР = 4^<1 = 1,240’* watt.
2Z. 2’415
fa final calculăm amplitudinea deplasării
co
0,344
2n * 400
=• 1,37 40’< m.
105
2.3.1. Cîmpul creat Ia distanțe mari dc corpuri ptilsantc.
Considerăm mai talii lomul» (2.70) ta care sfte‘|
(radiatorul lucrează la treovenfo joase sau la ungrnu de 5r
înrit 1 fnnnctul de observare se găsește in zona cimpului P
incit Șr > 1 (punctul de observare se b Obținem în această situație
n jpzcvoro e-jpr, yr
c
înmulțind și împărțind cu 4~ rezultă p _ ifiZcQv p-ipr y — JL
0>
c
care reprezintă ecuațiile cîmpului îndepărtat creat de o sferă pulsantă de dimensiuni mici. Remarcăm două fapte importante. Mai întîi presiunea și viteza sînt proporționale cu debitul sferei puls ante Qv, iar în al doilea rînd presiunea și viteza sînt în fază,
în vederea generalizării ecuațiilor (2.76) vom proceda în felul următor. Dacă plasăm în cîmpul acustic un trunchi de con cu axul trecînd prin centrul radiant, cu baza mică sprijinindu-se pe sfera pulsantă și avînd un unghi solid de (exprimat în steradiani), constatăm că prin această operație (decuparea unei porțiuni de spațiu) cîmpul în interiorul conului este același ca și înainte, dar ecuațiile cîmpului din interior pot fi scrise
p __ i$ZcQv jpr
O’
Fie acum un corp pulsant (cu pulsație uniformă sau nu, singura restricție fiind că toate punctele de pe suprafață oscilează sinfazic, adică tocmai mișcare pulsatorie), de dimensiuni mici în raport cu lungimea de undă, care radiază în interiorul unui con de deschidere unghiulară solidă egală cu Pe suprafața corpului pulsant viteza normală Vn este repartizată după legea = V„(S). Conform ipotezei făcute funcția de repartiție a vitezei normale se poate reprezenta sub forma unei constante complexe (amplitudinea complexă a vitezei normale de oscilație a unui anumit punct de pe suprafața pulsantă) înmulțită cu o funcție scalară nenegativă. Presupunem acum că acest corp pulsant mic osie cuprins într-o incintă care este de asemeni de dimensiuni mici și care este cuplată cu conul de radiație printr-o deschidere de mie în caie /q este mic fața dc lungimea de undă, tn aceste ipoteze aerul este incompresibil în interiorul incintei și putem serie ecuația de conservare a debitelor anume debitul mediu al corpului pulsant,

notat cu Q egal cu debitul mediu " * . . » _ _
serie deci
v> este piin supialața dc ario debit notat cu Putem
106
Atunci cîmpul îndepărtat creai dc corpul conul de unghi solid ϕv este creat de debilul adică
pulsa nl do dimensiuni miel ffl mediu prin deschiderea dc ario
(2.77)
Precizăm următorul fapt important. în interiorul conului sînt generale și alte componente dc cîmp sferic, componente neizolropc. Se va arabi mal departe, în cadrul teoriei undelor sferice cu simetrie axiala, că dacă raza rediu* torului sferic este mică față de lungimea de undă (în cazul nostru am presupus că r0 este mic față de lungimea de undă) atunci la distanțe mari componenta preponderentă este cea sferică izotropă, a cărei amplitudine este proporțională cu debitul mediu. Ipoteza oscilației de tip pulsatoriu se poale relaxa adniițlud că viteza poate schimba de semn (oscilații în antilază)
dar că viteza normală medie, definită de
V„ = — V„(S) dS (2.78)
5 2 П
este comparabilă cu valoarea maximă a modulului amplitudinii complexe a vitezei normale de oscilație.
Ex. 2.3.3. Radiația difuzoarelor Ia frecvențe joase în diferite montări acustice
a) Fie un difuzor capsulai (avînd capac de spate). El se poate asimila cu un piston capsulat. Dacă dimensiunile ansamblului (difuzor 4- incintă) sînt mici, atunci cîmpul îndepărtat se poate calcula cu formulele (2.77) în care Qv = V0Sd (Sd este aria membranei difuzorului iar V, este viteza de oscilație a membranei), luînd ϕp = 4тс (unghiul solid al întregului spațiu). Am folosit faptul că amplitudinea vitezei de oscilație a difuzoarelor cu radiație directă este uniform repartizată în domeniul frecvențelor joase.
b) Fie un difuzor necapsulat montat Intr-un ecran infinit. De fiecare parte difuzorul (aici asimilat cu un piston montat într-un ecran Infinit) radiază într-un con dc unghi solid de 2k stcradlanl. Cîmpul îndepărtat creat în fiecare din cele două scmispații este dat do
p e ^iZ.cSd c'Jpr, yr == 21,
2кг Zo
formule cure vor fi deduse pe altă calc in capitolul 3.
c) Fie un difuzor capsulat plasat in cultul unul trtedru rigid. în acest caz unghiul solid corespunzător este do 4tc/8 stcradlanl. Cîmpul îndepărtat creat în acest caz este dat do
P - JL jpZ.Vo^o-^h Vr « — ♦ 7VГ %o
Remarcăm faptul că orientarea difuzorului nu este esențială. Colo trei situații sînt prezentate schematic in figura 2.10.
Fig. 2.10. Radiatoare acustice do dimensiuni mici în diferite montări acustice: a) piston capsulat ; b) piston în coran infinit; c) piston capsulat montat in vîrful unui trlcdru.
107
2.3.5. Rezistențele de radiație ale corpurilor pulsnntc mici.
Pe baza teoriei expusă în paragraful precedent se poate evalua PJj^rea acustică medic radiată de un corp pulsant mic într-un con de unghi
Din (2.77) deducem
Pentru cele ce urmează avem nevoie de următoarele mărimi
— viteza normală medie, definită prin (2.78) ;
— viteza de referință, notată cu VnA, este viteza unui punct fixat de pe suprafața S, cu singura restricție | NnA | 0 ;
— aria echivalentă în raport cu viteza punctului A ~ S este notată cu SeA și definita prin relația
eA
— coeficientul de referință relativ la viteza punctului A este notat cu a și definit prin relația
— Qv
în multe situații aria S este circulară, viteza de oscilație este maximă ca amplitudine în centru, iar viteza de referință este aleasă chiar viteza din centru.
Cu aceste pregătiri putem defini

— rezistența acustică medie, notată cu Ra și definită prin
a
din care rezultă că Ra este dată de
= V-c [kg-s-bm-4];
Ф*
— rezistența de radiație medie, notată cu Rr și definită prin
din care rezultă că Rr este dată de
rezuienta de
radiație raportata tn punctul Л, notată cu Br(A) și definită
«rM) | V„#l |«
108
din care rezulta ca Лг(/1) este dată de

Фг . ФР
Remarcam următoarele fapte.
a) Rezistența acustică medie nu depinde de funcția de repartiție a vitezei ci numai de unghiul solid în care are loc radiația.
b) Rezistența de radiație medie nu depinde ca și rezistența acustică medie de funcția de repartiție a vitezei ci numai de unghiul solid și dc aria radiatorului.
c) Rezistența acustică provine dimensional dintr-o rezistență mecanică, sau de radiație, împărțită prin pătratul ariei suprafeței asociate.
d) Regimul fiind armonic distribuția spațială a deplasării este identică cu distribuția spațială a vitezei. Evident fazorii spațiali corespunzători sînt decalați la 90° unul față de altul.
Ex. 2.3.4. Radiația pistoanelor în domeniul frecvențelor joase, în diferite montări acustice. Sursele sferice izotrope echivalente.
Se consideră un piston de rază r0 = 0,1 m care radiază o putere = 0,1 watt la f — 50 Hz. Să se calculeze performanțele de radiație și să se compare rezultatele în patru situații \ a) pistonul este capsulat, radiază în spațiul liber și are viteza normală uniform repartizată ; b) aceleași condiții ca la punctul a) cu deosebirea că viteza este repartizată parabolic (a se vedea membrana funcționînd în regim cuasistatic) ; c) pistonul este capsulat, montat într-un ecran infinit și are viteza normală uniform repartizată ; d) aceleași condiții ca la punctul c) cu deosebirea că viteza normală este repartizată parabolic. Se va calcula în fiecare caz presiunea creată la distanța r — 3 m, numeric și Calculăm parametrii de bază,
în decibeli.
alegînd ca punct de referință centrul cercului de rază r0.
(0
2—- = 0,916 nr1, S = тег? = 71-10-a ni».
^0
343
2~r dr = —
0
a) Avem = 4тс. Obținem pentru Ra :
= °’9162.,4*1=27,71 kg-s^nr*.
4тг
Din definiția rezistenței acustice medii
4 тс
obținem pentru debitul mediu
290
Presiunea P(r = 3 m) = P(3)
o putem
calcula fio prin
I P(r) I*
2Ze
2*417’10"a
4rc3«
Pa.
109
î Io din
| P(r) | ==
0,010-41Й-8,57- 10 1 t8 M , j() > vftt

4tc ‘ 3
Nivelul corespunzător presiunii este
L = 20 log
| P(3) I
lz2P„f
20 log
8,67 -10 ’ *
1,41’2-10’’
•m 09,0 <IB>
în acest caz (viteza repartizată uniform) î$r - -Rfa> valoarea loi comună fllml = K,S« » 27,71 -к’-Ю • kg-T'.
Totodată V, = V»л iar valoarea lor comună esto
Д5-10 2_ _ 0 â71 m, s-,
Я-10-»
în final amplitudinea deplasării este

(O
- 1 V"4! = 0,27t = 0,803 -10"’ m. co к • bO
Ь) Noile valori (nu) se modifică astfel (in raport cu situația a) i Mărimile l*e, Qe> P(3). K V„» Xa nu depind de repartiția vitezei normale astfel că nu so modifică»
Din PrЛ = a2Йr rezultă
Z<M = — îtr - — 2,73-10’’ = 0,682-10’’ kg-s’»,
4 4
(scade de patru ori).
Din Qv = V„S = VnAaS rezultă
I упЛ | = i-1 Vfl | = 2-0,271 = 0,542 m»s’x (crește de două ori), a
1
| ХпЛ | = -- 1 X„ | = 2» 0,868» 10“3 1,726» IO’3 m
a
(crește de două ori).
e) Avem ϕ, = 2rc. Noile valori se modifică astfel (în raport cu situația de la punctul u)), Ra crește de două ori,
q9 scade de /2 ori,
P(3) crește de /2 ori,
îir RrA crește de două ori,
= VяЛ. « Л%4 scad do /2 ori»
d) Noile valori se modifică astfel (în raport cu situația de la punctul «))»
Ru crește de două ori,
Qț scade de /2 ori,
P(3) crește de /2 ori,
lir crește de două ori,
HfA scade de două ori,
У„, X„ scad de /2 ori,
Vm» XKA crase de /2 orL
110
JUMl ШроІнI iwtiNilc.
SIVvii piilsuntă, HIIHIIIIIЙ îi) puragrtifcle precedente, reprezintă în mod u\ Idolii radlafarid sferic elementar. S-u arătat că radiația corpurilor pulsante ndvl în ilonionliil cîmpului îndepărtat poate fi evaluată înlocuind radiatorul ennsldornt cu un radiator sferic izotrop avînd ca debit debitul mediu al corpului plilsilill, Asomeiion situații corespund difuzoarelor capsulate libere în spiițlu șl dll'iizourclor, cupslllnte sau nu, montate într-un ecran infinit. O situație deosebită apare atunci cînd difuzorul, sau pistonul echivalent, nu oslo capsulai șl ulei nu se găsește montat într-un ecran infinit. în domeniul frecvențelor joase debilul mediu printr-o suprafață suficient de mică curo cuprinde pislonul este nul, Qv *= 0, ceea ce arată aproximarea cîmpului prillh-un radiator sferic Izotrop nu mai este posibilă. Este necesar să fie introdus un UOU rndlalor sferic caracterizat prin debit mediu nul. Acest radiator este dipolul acustic care va fi analizat în continuare.
Considerăm o structură radiantă formată din două sfere pulsante identice situate la distanța d, măsurată între centrele celor două sfere. Sferele pulsează în anlifază iar razele celor două sfere (egale între ele) sînt de dimensiuni mici în raport cu d, r0 < d. Urmărim să determinăm cîmpul creat de această structură

radiantă în următoarele ipoteze :
— dislan/a d este mică în raport cu lungimea de undă, adică
|3d < 1 ;
— evaluarea cîmpului se face la o distantă r mare în raport cu distanța d dintre cele două sfere, adică
Situația este arătată în figura 2Л1. Ca o consecință a celei de a doua ipoteze razele vcctoare care pornesc de la centrele celor două sfere Ia punctul de observare sînt practic paralele între ele și egale cu
cos 0, pentru sfera cu faza de oscilă l ie 0,
r + — cos 0,
2
pentru sfera cu faza de oscilație
111

Presiunea roz
■ ultanU este suma presiunilor parțiale, adica
107 Q 1 fir J ^'tQ
-J℔r , r””,^7v' 4лг-
a se folosi inegalitățile care decurg <fin
care reprezintă forma generală ia. a a . -
**SS2X ; -~№i - MMte4
ipoteze obținem în final
Г2.76)
. __L.j cos Θ-e_,рг-
(2.79) Q, Л Я
£*Ж*» eă £мі£<~ presiunii Ja normal'asului dipolului dlre(!t se obțiM
^dZcQp
4тгг
j0r
fotei eslc nul.
I
cu și cu cos 0 ceea c.e a-r
i w_.*__ vчvлпіИПV
alte cuvinte таишva - -
direcția de observare. Pentru 0 _
normal axului dipolului (axa O - даіг-ип ----------
în zona cîmpului îndepaitat, P > > P
-Jpr Φ=—I-P
i℔ze (2.80)
p V _ 1 M =. sin0.e-«<
^dZcQ, e 4тсг
3Φ ~
0Г
c
d»u5 fapte ^I^Й*^"!*** ,al5) este i» «-J—*» dia cîtap- ’.
calcula puterea medie (puterea radiata) scrie
Remarcam
norm
dar aceasta este în
Pentru a •
sității acustice medii
l expresia iute—-
pe care o integrăm pe sfera de raza r
Л) _ 1* C ^d‘z‘-1 Qr I5 cos8 в’2к’Г* sin 6d0
Pa' 2 1 IOк’Г»
o
și obținem
!n care

M ’ 4tt
112
este rezistente acustică medie (a dipolului acustic) raportata la debitul mediu al unei sfere.

Se observă că rezistența acustică medic a dipolului se obține înmulțind rezistența acustică medie a unuia din cele două corpuri pulsante (deoarece cîmpul generat de o sferă pulsantă și un corp pulsant sînt echivalente în ipotezele de lucru) cu (pd) și împărțind cu 3 (efectul reparЩici neuniforme a vitezei normale). Ca și în paragrafele precedente se pot introduce (dacă cele două radiatoare, pulsînd în antifază sînt identice) rezistența de radiație medie și rezistența de radiație raportată într-un punct. Dacă cele două radiatoare pulsante nu sînt identice (dar au evident debitele medii egale și de semn opus) singura mărime care are sens este rezistența acustică medie.

Ex. 2.3.5. Radia)ia rtlîuzorului liber. Dipolul acustic echivalent.

Se consideră un difuzor asimilabil cu un piston avînd datele de la exemplul 2.3.4, a. Să se calculeze | P(3) I, șl dacă difuzorul este decapsulat. Să se compare rezultatele, cele de la exemplul 2.3 4 a și cele de la acest exemplu.

Prin decapsularc fiecare fa fă a pistonului este echivalentă cu un corp pulsant avind debitul calculat în exemplul precedent, l Q„ I ^-8.5 -IO'3 m'-s'1.

Distanța dipolului echivalent se poate alege intr-o primă aproximație ca fiind distanța, măsurată prin ocolire, dintre centrele celor două fețe, adică de două ori raza pistonului.

Calculăm mai iutii parametrul

= 0,916 -0,2 = 0,183.

Din (2.79) rezultă că presiunea scade de ((hi)'1 ori, adică

| P(3) | = 0,183-8,57-IO-3 = 1,56.-10"3 Pa.

Are loc o scădere dc

ДI. = 20 log —

1,83

=* 14,75 dB.

Noua rezistență acustică medie devine

Ra = — (Bd)827,71 = 27,71-10_? kg-s^-nT4»

3

adică Rn scade de 100 de ori.

Aceeași scădere de 100 de ori, adică de 20 dB, are și puterea acustică. în concluzie, luîndca referință situația In caro difuzorul este capsulat și nienținînd aceeași viteză de oscilație, deci același debit, prin dccapsulare presiunea scade cu 14,75 dB iar puterea cu 20 dB. Scăderea puterii este mal accentuată datorită faptului că suprafața efectivă (echivalentă) de radiație scade de trei ori. în realitate scăderile, în presiune și în putere» sînt ceva mai mici deoarece distanța dipolului echivalent este mai mică decît 2 r0» așa cum se va ară*a la paragraful con-sacrat radiației corpurilor oscilante iniei.

Pe baza calculelor prezentate în acest exemplu putem explica un efect auditiv care poate fi ușor pus în evidența. Fie un difuzor montat într-un aparat de radio portabil, Montarea acustică este echivalentă cu o capsulare. Se urmărește timbrul muzicii redată de difuzor în această situație. Se decapsulează difuzorul (se scoate capacul din spate); se constată că timbrul muzicii audiate ae ascute (crește ponderea componentelor spectrale de frecvente înalte). Explicația

in decapsulare pulefcă cьriфoricnі.eIor dc freci

Consta

vențe joase, pr0 înalte rămîne practic aceeași

Jn doua faptei a) prin decapsulare puterea componene ш uc „c.-

1, scade ; b) puterea componentelor spectrale de^ frecvențe wyi, deoarece în acest domeniu de frecvența, fi/o > E _Jază independent una de alta. Micșorîndu-se contribuția energetică a componentelor de frecvențe joase, ponderea relativă a componentelor de frecvențe înalte crește astfel că sunetul are un timbru mai ascuțit.

2.3.7. Sfera oscilantă.

în paragraful precedent am prezentat structura cîmpului produs de dipolul acustic la distanțe relativ mari. Este interesant faptul că aceeași structura de cimp (valabilă însă în orice zonă de observare) este creată de un radiator de unde sferice denumit sfera oscilantă. Un asemenea radiator este realizat de o sfera perfect rigidă, de rază rQ, a cărui centru descrie o mișcare rectilinie armonică de frecvență co și avînd fazorul vitezei de oscilație Vo. Situația este arătată în figura 2.12. Direcție după care se mișcă centrul sferei se numește axul sferei oscilante. Toate punctele de pe suprafața sferei au deplasări

paralele cu deplasarea centrului sferei. Remarcăm faptul că, spre deosebire de sfera pulsantă, sfera oscilantă are viteza nesituată în întregime în lungul razei vectoare, astfel că există atît viteză radială cît şi viteză tangenţială. Dacă alegem un sistem de coordonate polare astfel îneît axul Oz să coincidă cu axul sferei oscilante atunci : la antipozi, Θ = 0 şi Θ — 7z, viteza este în întregime normală ; în planul ecuatorial, 0 = k/2, viteza este în întregime tangenţială. Cercul ecuatorial reprezintă o linie nodală, definită ca linia în lungul căreia viteza normală este nulă. Deoarece pe suprafaţa sferei pulsante nu există nici o linie nodală, se spune că sfera pulsantă este un radiator sferic de ordinul zero. Sfera oscilantă, avînd o singură linie nodală, cercul ecuatorial, se numeşte radiator de ordinul 1. Se poate uşor verifica că viteza normală (adică viteza radială) se exprimă în funcţie de unghiul 0 prin
Vr = Vo cos 0.
Folosind structura vitezei radiale, legătura dintre presiune si potenţialul acustic, precum şi expresiile cîmpului creat de dipolul acustic (2.79) putem considera că potenţialul sferei oscilante este dat de
Φ == A f j 4- _L_] cos 0. e-jpr
r l jpr I
l'lg. 2.12. Sfera oscilanta. Poziţiile ocupate in decursul timpului.

Structura indicată pentru potenţial este compatibilă cu structura vitezei radiale» Pentru a fi efectiv o soluţie posibilă de cimp acustic sferic este necesar ca ea să verifice ecuaţia lui Helmholtz, cu simetrie de rotaţie, = 0. adică
rθ
Un calcul direct arată că structura aleasă verifică ecuaţia lui Hemholtz cu simetrie de rotaţie.
Avînd structura potenţialului cîmpului acustic putem determina celelalte componente ale cîmpului

ЭФ jpA Г
2 , 2
cos Θ- e~jpr
sin 0-e~j℘r.
rθ
j℘r
Constanta A se determină din condiţia la limită de continuitate a vitezei normale pe suprafaţa sferei oscilante
- î. * 4 ' { • 4' “ * <
Punînd condiţia la limită şi introducînd
— polinomul Stokes-Rayleigh, de speţa l-aşi de ordinul /, dat de
— polinomul Siokes-Raijleigh, de speţa 2-a şi de ordinul 19 dat de
ecuaţiile cîmpului acustic
se pot exprima sub forma următoare
—— ~f'\cos ° -cxpI - i℘(r - r»)i> r ^10 pr.)
JP4 V Vo ./iQPr). eos 0 «cxp[-_ Г.0Рr.) ~^-cos 0>exp(— ÎP(r — re)h Fl0Pr.)
8,n 0 ’ex℘l
r* /r.apr,)
(2>81)
115
2.3.8. Impadmiţele tu «‘Impui creai do sfm-n риімшіій.
ОсПиЦ1((1 (lnlrt în pnrngraful 2.3.3 ^ifică tnlr-un
dmp de timhl sferică creai de sfera osellanl/l esle dală
y (r) ., Z. - Z„ M-УН , Z’(0 v,, ' Mr)
\ / I J • л
llesfăeînd parlea reală şl cea Imaginară obţinem'
rz.fri --= z„z'.(r), z;(r) н'„('') H’
<2.82)
(2.83)
' 7 4 -h (0r)‘
Valorile asimptotice pentru rezislenla şi reac.tanţa specifică impedanţa carne!

eristică sînt următoarele
Л ’ 4 4- (|îr)‘
raportate la
(ir I
/t;(r) к -m'
0Г > 1
Xi(r) » “ (И •'
ĂZ’(r)" Ţ7 *
Reprezentările grafice ale celor două mărimi, şi Л’I, sînt reprezentate grafic în funcţie de parametrul (ir în figura 2.13. Se observa că pentru (ir < 1 efectul preponderent este cel reactiv iar pentru (3r 1 efectul piepondeteiit este cel disipativ. Esenţial este faptul că în zona cîmpului îndepărtat P = ZCV„ relaţie care a fost pusă în evidenţă atunci cînd a fost studiat dipolul acustic. Spre deosebire de cazul sferei pulsante, în cazul sferei oscilante scăderea părţii recistioe în domeniul frec.ven[eloF joase este mai accentuată, puterea a patra a frecvenţei.
In vederea determinării impedanţei de radiaţie evaluăm în prealabil puterea complexă pe unitatea de suprafaţă debitată de radiator
- Ш) V?(r0) = 1/,(г,)V0V?co8» 0 = 1 Ze(r0) | V0|a cos» 0
VJ«. 2J3. Greţlcuk ruzlulonlul «I rwirlunţm Kpwlflco normale nou trii^«furajwellimlrt In funcţie du piusimetrul (ir.
116
PiИeroii eoпфкхв (tolnlfi) <|ebiln(il <!<’ rnrlbUot* мп obţine prin IпIг'Цi’Vinn pe ГінIЬНoiпIпI, яi’eпi <lo rn/.h r rrt.
Fd

Impedanţa de radiaţie Zr se defineşte prin nechişl procedeu cn cel folordt pentru definirea impedanţei de radiaţie a sferei pulsante» Anum<s nnp/donfn dc radiaţie Zr este impedanţa unui sistem mecanic care avînd viteza do osci laţie Vo preia o putere mecanică complexă egală eu puterea complexă debitată de radiator. Scriind egalitatea celor două putori
rezultă expresia impedanţei de radiaţie a sferei oscilante
Ca şi în cazul sferei pulsante, mărimea /?,. se numeşte rezistenţa dc radiaţie iar mărimea Xr reactanţa de radiaţie. Remarcăm faptul că viteza normală fiind distribuită neuniform, impedanţa de radiaţie este dc fapt impedanţa de radiaţie raportată tntr-iinul din punctele de viteză normală maximă, adică punctele caracterizate prin 0 — 0 sau 0 — puncte în care | Vr(r0) î ■ Vл ’*
Se observă că impedanţa dc radiaţie Zr se obţine înmulţind impedanţa caracteristică Zc cu 1/3 din aria suprafeţei radiatorului şi cu numărul complex Z'(r0). Aria efectivă în acest caz este numai o treime din aria geometrică a radiatorului, spre deosebire de cazul sferei pulsante încarc aria electivă este chiar aria geometrică. Micşorarea ariei se da loveşte neuniformităţii dc distribuţie a vitezei radiale (acelaşi factor de micşorare 1/3 a fost pus în evidenţă şi în cazul dipolului acustic. . . ч ч
Valorile asimptotice pentru mărimile adimensionale introduse îu (2*84) sînt următoarele :
1 ~ ZcSro 3
Mţ «« lim —
I w
X,.(<o) =
(2.85, «)
«r
|3r0 1 <
I
(2.85, 6)
117
Ca şi sfera pulsant», sfera oscilantă este un radiator
domeniul frecvenţelor joase. Scăderea radiaţiei (a ICZIS . .’ ..rea a şasea a razei. Remarcăm faptul că şi în căzu sferei oscilante impedan a la frec e joase are caracter reactiv, reactanţa fiind pozitiva şi caalai sc P°^e d *, j o masă de radiaţie. Dai masa de radiaţie este numai jumătate din masa aerului cuprins în sfera de rază r0. x
Ca şi în cazul sferei pulsante, se poate deduce şi pentru sfera 050,1 u 1 circuit electric jŞr0 = z = y-'

___1 i pulsante, se poale deduce şi pentru sfera oscilantă un
ic echivalent asociat impedanţei de radiaţie. în acest scop notăm -i şi obţinem
următoarele descompuneri succesive ale admi-tantei de radiaţie Yr = Zţ1:
6r/_ _____3__
ro ZcSrQ
ro * 1 У —c
— 6 1 | 3
ZcSr0 z ZcSr0
Observînd că
— (Pro) = — p0Co4itr20 — rc =
6 6 Co
₽r« —= -r„--------^=C>, C°m = ------------
ZcSr0 Co Poco47ГГо 4тcуP0r0
obţinem circuitul electric dat în figura 2.14. Prin indicele î5a.r“ este
desemnată mărimea din cîmp evaluată axial, adică la 0 = 0.
Relativ la circuitul electric echivalent dat în figura 2.14 observăm cîleva
particularităţi : a) tensiunea electrică echivalentă nu mai este P(ro)Sro (ca în
cazul sferei pulsante) ci P(r0)Sr0/3, deoarece suprafaţa echivalentă scade de
trei ori în raport cu suprafaţa geometrică ; b) circuitul electrc echivalent
conţine, pe lîngă o inductanţă şi o rezistenţă şi o capacitate echivalentă dar
factorul de calitate mecanic al circuitului este
Fig. 2.14. Circuitul electric echix'alent (de genul I, in impedanţe mecanice)
corespunzător impedanţei de radiaţie a sferei oscilante.
118
mdfcl eй regimul tranzitoriu al radiatorului nu are siipracreşterc ; c) slruo
tura elecltivft dedusă arata ca nu osie posibil sa se deducă o formulă tic
slruc-tură simplă pentru puterea acustică medic (cum s-a obţinui in cazul sferei
pulsante) deoarece, rezistenţa mecanică ZcSrQ/3 nu apare intr-u conexiune simplă
(serie sau paralel) faţă de tensiunea electrica echivalentă sau faţă do curentul
electric echivalent.
EKv 'Х3лк Radiaţia unei stere oscilante in apă.
Se eoa$лк"гй un e'eclromignet cire acţionează sinusoidal, Ia frecvenţa /'— 100
Hz, o Uliii de Oţel eu c<u\ r0 sa ld*s ni m şcaraa avînd lo: in apл dulce SI so
calculeze : a) viteza bilei astfel <U pteVuaet awală pe b.lă să nu depăşească
157 dB ; b) presiunea creată la distanţa r 5 tn (incond.ţiUo do la punctul
precedent) ; c) puterea electrică aparentă necesară creării chiipulul tn
condiţiile punctului al.
Calculăm parametrii specifici problemei considerate :__
presiunea corespunzătoare nivelului de 157 dB este 2•103/'/2 în valori eficace
sau 2-10° Pa în valori de vtrf;
B = — = = 0,425, Br, = 0,425 • 10"! = 4,25 • 1O‘> 1,
1,48-IO3
Br = 0,425-5 = 2,125,
a) Din relaţia
7/,ч_iMЖ)
^sVo) — —
j₽r0
jŞr»
j ?r.
deducem
2-2 - IO3
= 0,635 iu *s' 4 Z£(pr0) 1,48 • 10й ♦ 4,25 • IO’3
b) Raportul P(r)/P(r0) evaluat pe ax se scrie
2222 = i ~ a лapгiiрг..
Г ЛОрГр) г
o)
din care obţinem
^3,10,212. 1,1 “1.23'10-’ - 1.87-10 • Pe
5
баи In decibeli 50.43 dB,
119
Rezultatul deosebit pe care l-am obţinut c”"sta 1 ^^derra suplimentară fiind
de 10 > m la 5 m «le n ai accentuată declt scăderea data de cffeal/r,scaacrc
data dc Înmulţirea cu factorul (9r.) care este foarte mic faţa de unit • y сц

r) Impedanța de radiație. In condițiile problemei da e, bunătatea volumului sferei osci-
lua densitatea oțelului 7,7 40’) și a reactanței de radiație. Evident masa globala
cdor două mase, masa bilei de oțel și masa de radiație, aaica
M
= 4îT-10~* f7,7 -J- A o,998 I 10’ = 3,43• 10’2 kg.
3 l 2 J
Puterea aparentă preluată de radiator este dată de
9 = — M cj| Vo Γ = —3,4340"2-2- 402*0,6352 = 2,172 VA.
2 * 2
evalua raportul că masa totală
Se observă că datorită funcționării in domeniul [3r0 1 deși presiunea pe radiator are valori
foarte mari puterea reactivă (practic egală cu puterea aparentă) are valori normale. Pentru a ilustra mai clar slaba eficacitate de radiație a sferei oscilante vom dintre puterea radiată și puterea aparentă î?ap. Vom ține seama de faptul este aproximativ de opt ori masa de radiație Obținem succesiv
Pentru exemplul considerat raportul este
Pal?*, = — (4 • 25 • 10~3)3 = 4,79 • 10-%
16
cifră care ilustrează pe deplin afirmația privitoare la slaba eficacitate a sferei oscilante în domeniul lungimilor de undă mari. - ■
2.3,9. Cîmpul și impedanța corpurilor oscilante de dimensiuni miei
Considerăm o sferă oscilantă de dimensiuni mici, Șr0 la distanța r presiunea
P^Kzj.ÂBcos
1, care generează
Expresia se poate modifica punînd în evidența faptul că impedanța de radiație se reduce la reactanța masei de radiație Л/?. Scriind expresia presiunii punînd în evidență impedanța de radiație (expresie riguros echivalentă)
=~~ Vo cos 0«e’J4r
ЛОРг.)
120
?* ținînd seama dc aproximațiile
Zr ~
Л(.i℗r0) = 1 -L.
jȘr»
j℗r0 valabile în situația studiată, obținem după unele simplificări
Po
Dacă ținem seama de relația = p02wg, rezultă mai departe
cos 0* e“,îpr.

cos 6 • e~^r
2 r (jpr J
formula similară cu formula presiunii creată de dipol (2.79). Ținînd seama de egalitatea
2 Mț Mț
3 м°r m;
Po
(2.86) se rescrie
Po
corpt ^corp
Po Po 3
M°r
(2.87)
cos 6 • e”jPr

J r or i corp
4^ \ Po
Importanța scrierii formulei presiunii create de sfera oscilantă sub forma (2.87) constă în aceea că se arată că ea este valabilă pentru orice corp oscilant de dimensiuni mici, înlocuind masa de radiație cu masa de radiație a corpului oscilant și volumul sferei oscilante cu volumul corpului oscilant, [SK-

2]. Pentru numeroase corpuri mici oscilante în hidrodinamică sînt calculate masele de radiație corespunzătoare.
Putem acum să calculăm rezistența de radiație, raportată în punctele de viteză radială maximă, 6 = 0 sau 6 = к, pentru un corp oscilant de dimensiuni mici. în acest scop în (2.78) considerăm zona cîmpului îndepărtat, [3r > 1, care P ~ ZcVr și calculăm puterea radiată cu
in
a J
0
in
care
1m------~ ~~ . i v o I H
2 Ze Iбтг2
După unele restructurări obținem
z-74 1 1 Г7 04 (W I
m; , o
Г ъ&corp
Po
— cos3 6.
I I I ’ o I o 'Г I ’ v i »
Po j 2
din care rezultă rezistența de radiație raportată în unul din punctele de viteză radială maximă
Mț
(2.88)
Po
12tc
Formulele deduse în acest paragraf vor li aplicate pentru determinai ea cîmpului și impedanței de radiație pentru pistonul liber în spațiu.
121
2.4. Unde cilindrice
Ca si in cnxul undelor sferice, in cuxtil 11 udelor cilindrice mc pun dom, probleme : problema internii și problema externă, '('corla generala wU ехриы Inlucrările [MS-3], (SK-2), Г8’Г-I|. Pentru chestiunile loiale în lucrare țwt necesare unele rezultate de Iu problema internă, Astfel Intr-un l ifb cilinduc dc secțiune circulară, cu raza t\^ sc. propagă undecarm-torlzatc pun пгпм .бики* fapte ' a) un anumit mod do propagare cxisl.fi numai dacă frecvența depășește o anumită valoare, denumită frecvența dc tăiere a modului corespunzător (ne referim la propagarea în lungul axei cilindrului) ; b) în cft/jd gcnctâl presiunea și viteza sînt repartizate nnunlform în secțiunea transversala ; c) exista un mod de propagare de unda plana omogena, ciirticlerizut prin repartiție uniformă a presiunii și vitezei în secțiunea transvcrsalS ; domeniul de existență numai a modului de undă plana este limitat la cca rnaî jo<isă frec* venfd dc Miere, care are expresia de calcul
, 1,8-1 *c0 1,84*343 100
Î ■—I ■■ — .Bl. ^22 - ■ I !!■■ Д19 ■■■■ ■■■ 9
2кг0 2яг0 r0
sau într-o formă cunoscută în literatura de specialitate
(2,89)
/e [Иг]
20000 d [cm]
(2.90)
în care d reprezintă diametrul tubului. Spre exemplu, dacă se consideră un tub cu diametrul de 10 cm, în acest mediu se pot efectua măsurători în unde plane de la f = 0 Hz la 2 000 Hz.
Capitolul 3
CÎMPUL ȘI IMPEDANȚA SISTEMELOR RADIANTE
• I • • • t ■ 1 ’ s
3.1. Caracterizarea sistemelor radiante
în capitolul 2 au fost deduse proprietățile de bază pentru o serie de radiatoare, proprietăți care pot fi obținute direct din ecuația undelor exprimată în diferite sisteme de coordonate. în practică, în problemele tehnice, sursele (receptoarele) de sunet au dc cele mai multe ori o structură geometrică

mai complexă decît acelea ale surselor studiate în capitolul precedent.
Este necesar să se dispună de metodă de analiză a unor radiatoare de structură complexă şi mai ales de posibilitatea de a calcula caracteristicile unui grup de radiatoare cunoscînd caracteristicile radiatoarelor individuale.
Problemele care se pun sînt următoarele.
1. Cunoscînd distribuţia vitezei normale pe suprafaţa radiatorului să se determine presiunea în orice punct din spaţiu. în problemele concrete numai rareori se poate deduce o formă analitică compactă, valabilă în întreg spaţiul (numeric presiunea, ca şi orice mărime din cîmp se poate deduce în orice punct din spaţiu). De aceea, cel mai adesea, se urmăreşte calculul presiunii în :
la) zona cîmpului din apropiere, sau în
lă) zona cîmpului îndepărtat.'
2. Să se determine modul în care se modifică presiunea atunci cînd = const., adică să se determine
directivi ta tea radiatorului (receptorului) considerat. Cel mai adesea evaluarea directivi taţii se face în zona cîmpului îndepărtat.
3. Să se determine impedanţa de radiaţie, mărime care permite calculul impedanţei mecanice globale în vederea deducerii forţei necesare asigurării unei viteze prescrise pe suprafaţa radiatorului. Numai rareori este posibil să se deducă o formă compactă pentru impedanţa de radiaţie. Deseori reactanţa de radiaţie se deduce efectuînd calculele cu formule valabile în zona cîmpului din apropiere iar rezistenţa de radiaţie cu formule valabile în zona cîmpului îndepărtat. Asemenea procedeu a fost utilizat în paragraful 2.4.
Tratări aproximative, valabile în domeniul lungimilor dc undă mari, se obţin aproximînd radiatoarele prin radiatoare sferice izotrope adecvate.
123
punctul de observare se mişcă pe o sferă, r
3.1.1. Integrala Uaylciyh-Iliiygeiis.
Vani din procedeele cele mai eficace de analiză a
I nul din procedeele cele mai eficace• tIe
MPw
torului.
dP _ Ж ix ae,.
Φv
în conformitate eu teoria expusă în paragraful 2.3.4. Efectuînd sumarea efectelor obţinem formal
&zc
Φ»
— âQ
în cave S este suprafaţa radiatorului. . . .
Pe baza formulelor generale de reprezentare a soluţiei ecuaţiei lui Гieiш-holtz se pot deduce condiţiile de valabilitate a formulei de reprezentare (3Л), pentru detalii cititorul poate consulta lucrarea. [SK-2] Aceste condiţii sînt următoarele.
a) Viteza normală pe suprafaţa radiatorului nu trebuie să fie în mod obligator uniform repartizată dar toate punctele trebuie să oscileze sinfazic (deci fără linii nodale interioare) pentru asigurarea preponderenţei cîmpului generat de sfera pulsantă elementară.
ă) Este necesar nu se producă reflexii pe eventuale suprafeţe limiiatoare, existente in exteriorul suprafeţei radiante. Acest fapt are loc numai dacă ϕr = 2~ (radiator plan montat în ecran infinit) sau ϕv = 4- (radiator situat în spaţiul liberi
Integrala Rayleigh-Huygens va fi desemnată pe scurt integrala R—H. Beţinem un fapt important: în condiţiile de valabilitate enunţate integrala R—H furnizează expresia presiunii atit în cîmpul din apropiere cît şi în cîmpul de la distanţă, alît pentru domeniul lungimilor de undă mari cît şi pentru domeniul lungimilor de undă mici. Posibilitatea concretă de obţinere a unei forme analitice pentru presiune este legată de dificultăţile de evaluare a integralei (numeric integrala se poate evalua pentru orice punct de observare fixat). Nu a fost formulată în mod explicit condiţia ca suprafaţa radiantă să fie mărginită deoarece este evident că finitudinea acesteia asigură convergenta integralei (3.1). 1
3Л/A Parametrii sistemelor radiante»

1 entru caracterizai ea unui sistem radiant se introduc următoarele
i m un radiator fixat. Se alege, un sistem de coordonate sferice avînd central
»o centru geometrie al radiatorului. Axul sistemului de coordonate, в u se alege
astfel incit, pe baza unor considerente apriorice (spre exemplu • pe axul
geometric al unul difuzor presiunea are valoarea cea mai mare) presiunea sâ ta
valoarea cea mai mare pe acest ax. Se fixează o sferă de rază r
și se evaluează (prin calcul sau prin măsurări) presiunea ca funcție de cele
două coordonate sferice, 0 și ϕ. Fie această funcție notata cu P(r, 0, ϕ). în
general funcția considerată raportată la presiunea pe ax P(r, 0, 0) depinde de
raza sferei pe care se face evaluarea presiunii. Dacă r depășește o anumită
valoare, fie aceasta notată cu rff, atunci presiunea raportata la presiunea pe
ax nu depinde de r, pe de o parte, iar pe de alta pentru o direcție fixată
presiunea depinde de distanță cu 1/r. Pentru a fi îndeplinite aceste două
condiții este necesar să fie satisfăcute simultan două inegalități
,.2
0Г, >1 și To> T ^3'2>
în care r0 este raza radiatorului sferic echivalent geometric iar \ este
lungimea de undă. Prima inegalitate a rezultat din teoria undelor sferice iar a
doua va fi dedusă în paragraful 3.3. Remarcăm faptul că pentru domeniul
lungimilor de undă mici r0 este comparabil cu X sau chiar mai mic, astfel că a
doua inegalitate este mai restrictivă pentru frecvențe înalte.
Se definește funcția de di rec ti uitate, notată cu P(θ, ϕ), prin
P(θ,
Φ) =
P(r, θ, ϕ)
Pax(r)
(3.3)
evaluarea făcîndu-se în domeniul r > rg, iar Pa*(r) reprezentînd presiunea pe
axul principal. Din modul de definire rezultă că P(0, ϕ) este o suprafață
cuprinsă în sfera unitate, r =
O proprietate remarcabilă a funcției de directivi ta te este că ea reprezintă o
suprafață de cimp izobară, adică o varietate 2-dimensională din cîmp astfel
ineît în orice punct al ei presiunea are aceeași valoare. Această proprietate o
demonstrăm în modul următor. Fie un punct de pe sfera de rază r, caracterizat
prin coordonatele unghiulare θ15 ϕv Mărimea presiunii în acest punct este dată
de
I Pi I = I P(Г, θ1, Φ1) I = I Pa, I P(0П Φ1).
Considerăm acum un punct situat în lungul aceleeași raze vectoare, de direcție
(θx, ϕx), dar situat la distanța
, Г2 = ^P(θ1, Φ1)-
Presiunea în punctul de coordonate (ra, 0ъ ϕx) are mărimea
I P. I = I Л I - = | P«x I Я(θ1, Φ,) = I pux I.
rB P(Q1» Φ1)
ceea ce confirmă aserțiunea. Cu alte cuvinte, pentru un radiator dat și cu
funcția de directivitate Л(0, ϕ) cunoscută, locul punctelor care au aceeași
presiune РйДг) este o suprafață caro se obține din Jî(0, ϕ) printr-o omotetie cu
raportul л Această proprietate este larg utilizată în proiectarea sistemelor de
sonorizare a încăperilor sau a spațiilor libero.
125

donate
Deoarece prin construcție 7?(0) Lege nd re P„ (cos 0 —
Dacă 17(0, ϕ) arc simetrie axiala atunci caracloiizai ■ | . •
face nrMr-o singură see/lane axialii R(0). Reprezentarea funcție KW) W cooi-
polare în plan se numește caracteristicii dc dlreclWilale яші /яМ/Л. î, este
clar că normarea polinoamelor Ini и I) decurge din faptul că /'„ reprezintă
caracteristica de directivitale a radiatorului sferic do ordinul n, adică
J\(cos 0) = /?(()).
Referitor la definiția funcției de directivitale precizăm că în cazul
dispozitivelor de tip receptor (microfoane) funcția de directivitale Я(0, ϕ)
reprezintă raportul dintre semnalul electric, furnizat atunci cînd axul
principal aic o înclinare de (0, ϕ) față de direcția de propagare a undei plane
caro, cade pe microfon, și semnalul electric furnizat atunci direcția do
propagare a undei plane incidente coincide cu axul principal al microfonului. In

mod evident axul principal al unui receptor este direcţia după care sosind o undă plană semnalul electric la ieşire este maxim.
Pentru caracterizarea energetică a efectului directivi lăţii se procedează în modul următor. Se evaluează puterea acustică radială ţinînd seama că în domeniul definit de inegalităţile (3.2) avem P ~ ZcVr şi ca atare putem scrie
a
o
în care Sr este sfera de rază r. Considerăm totodată un radiator izotrop, de referinţă, acustică a acestui radiator
care are presiunea creată pe sfera de rază r egală cu Pat.. Puterea mărime notată cu tffl, este dată de
ax
~ o
' t * > « * » A _• Ш I’ * ■ A * 1 k
■ Л »
Definim o mărime, notată cu 7J0 şi numită [ador dc concentrare sonorii (acustică) prin raportul Exprimînd în formula de calcul clementul de suprafaţă pe sfera Sr prin dS = i» sin 0 dO ciф, obţinem
n_____ 4я
J1,! ЙП Tt
f <1ф f Ф) Sin 0 dO
sau* dacă radiatorul are simetrie axială,
a
Î '(’(O) şln O d<)
126
Vonh'U dlspwilivolo dc lip rocoplor inîirîmea t)B se introduce pe bazâ wmMoavelor vonsidoronh'. Kio presiunea aplicata microfonului atunci vimUnuU plană sosoşlo po direcţia axului principal. Semnalul electric obţinut la ieşire este în care /<« esle un factor de conversie constant. Dacă direcţia de incidenţă n undei plano esle înclinată cu (0, ф) faţă de axul principal Atunci semnalul electric. obţinui la ieşire este KoI’пг:Ti(0, ф). Mărimea Do se defineşte cu raportul dintre pătratul modulului semnalului electric obţinut pe axul principal pentru acces al undei plane după direcţia axului principal şi valoarea medio pălralică a presiunilor sosite după diferite direcţii, medie pătratieii ponderală cu probabilitatea de acces a undelor plane pe microfon, finind seama că probabilitatea de acces amintită se exprimă ca raportul dintre elementul de ario dS şi întreaga arie a sferei, adică
rl2ţn0d0d£ м _l_ sjn o d0 ciф,
4тгга '17Г
se obţine aceeaşi expresie (3.5).
Se mai introduce o mărime legată de Do pentru a caracteriza eficacitatea de recepţie în raport cu partea din fală şi partea din spate a radiatorului. Noua mărime este notată cu I)/*, se numeşte raport de directivitate front-spate şi este definită prin
2rc tc/2
J* <1ф j’ Я2(0, <p)sin Θ d0 nb o
• ^sZ “ 2^ Й
“f aф j 2î2(0, фівіп o ao 0 Tt/2
Mărimea introdusă reprezintă raportul dintre puterea nată) „în faţă*' şi puterea radiată (recepţionată) „în spateN
radiată (recepţio-
Factorul de concentrare acustică admite o interpretare fizică sugestivă care se obţine exprimînd puterea acustică radială sub forma
care arată că puterea acustică este egală cu puterea unui radiator izotrop avînd presiunea egală cu l\x dar de arie a suprafeţei egală cu Sr//)0 *=» ăizr^/D^ cu alte cuvinte, datorită direclivilăţil, aria efectivă se micşorează (în raport cu situaţia de absenţă a directivită ţii, de 1)^ ori. Este evident din definiţie că £>0 este un număr cri puţin egal cu 1. Spre exemplu din (2.39) rezultă că aria efectivă a unui radiator sferic do ordinul n este 4кг*/(2п 4- 1)*
127
Pentru dispozitivele de lip receptor mărimea I)Q se introduce pe bază următoarelor considerente. Fie Par presiunea aplicată microfonului atunci cînd unda plană sosește pe direcţia axului principal. Semnalul electric obţinut la ieşire este R’0P(/r, în caro /<0 c^lc un factor de conversie constant. Dacă

direcția de incidență a undei plane este înclinată cu (θ, ϕ) față de axul principal atunci semnalul electric obținut la ieșire este /<0P^P(θ, Mărimea Do se definește ca raportul dintre pătratul modulului semnalului electric obținut pe. axul principal pentru acces al undei plane după direcția axului principal și valoarea medie pătratică a presiunilor sosite după diferite direcții, medie pătratică ponderată cu probabilitatea de acces a undelor plane pe microfon. Ținînd seama că probabilitatea de acces amintită se exprimă ca raportul dintre clementul de arie dS și întreaga arie a sferei, adică

V} V / • .... • ----- • 1
sin 0 dg d.^. = -A-sin θ dO d6,
• 4т:г2 4~

se obține aceeași expresie (3.5).

Se mai introduce o mărime legată de Do pentru a caracteriza eficacitatea de recepție în raport cu partea din fața și partea din spate a radiatorului. Noua mărime este notată cu Dfs, se numește raport de directivitate front-spate și este definită prin

. y
f <16 J 7?=(0, ->in θ dO
O ~/2
(3.6)

Mărimea introdusă reprezintă raportul dintre puterea radiată (recepțio-nată) „în față“ și puterea radiată (recepționată) „în spate‘\

y Л „ xZ * 7

Factorul de concentrare acustică admite o interpretare fizică sugestivă care se obține exprimînd puterea acustică radiată sub forma care arată că puterea acustica este egală cu puterea unui radiator izotrop avind presiunea egală cu Pax dar de. arie a suprafeței egală cu Sr/D$ = 4nrâ/D0, cu alte cuvinte, datorită directivi lății, aria efectivă se micșorează (în raport cu situația de absență a direcliviLălii, de 1)й ori. Este evident din definiție că este un număr cel puțin egal cu I, Spre exemplu din (2.39) rezultă că aria efectivă a unui radiator sferic de ordinul n este Su» ♦lnrt/(2n + !)•

O
3.5

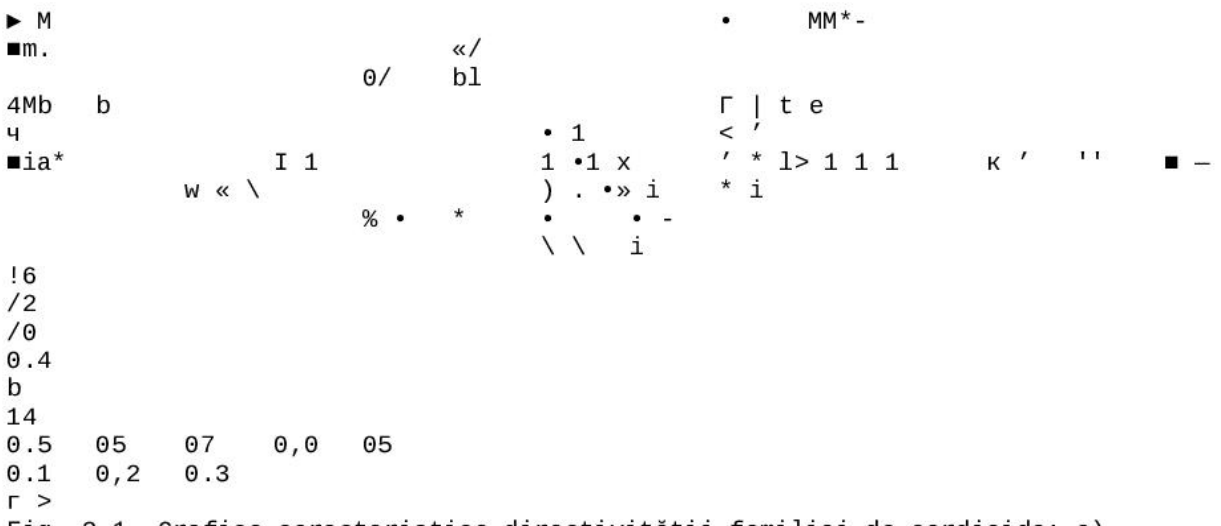

Fig. 3.1. Grafice caracteristice directivității familiei dc cardioide: a) factorul de concentrare sonoră Do; b) raportul de directivitate front-spatc D/s.

Ex. 3.1.1. Parametrii de directivitate ai unei familii de cardioide.

în radiodifuziune se folosesc microfoane a căror polară este comandată printr-un extern. Familia de polare este dată de parametru

jR(0)= (1 — a) 4- a cos 0 =--------(1 g cos θ),
1 4- 9
a [0, 1], g e [0, oo].

Să se calculeze Do șl Dft și să se deducă polarele particulare pentru care respectiv este maxim.
Un calcul direct conduce la formele generale
n —_____3 _ n _ «3 — 3a 4- 3
4a8 — Ga 4- 3 7a’ — 9a 4- 3
* • I •• X \ <
Efectuînd derivatele In raport cu parametrul a obținem
da
= 0 -> a = 0,75, g = 3, (П0)л/ = 4,
■
dJ), da
o
0,03l, g = /5
(2 И 13,93. vrtib
KaTtm й1'аПСй “ CelOT d(”lfl Ș‘ 1,1 functl0 1,0 Wmolnrt « este dată in
Rezultă că există cinei caracteristici do bază In familia imorală do cawiioido • tmM .•
128
care Д este nlaxhr) șl caracteristica ir țarmâ dc opf. Reprezentările grafice în coordonate polare pentru cele cinci caracteristici sînt date în figurile 3.2 și 3.3, iar proprietățile lor sînt prezentate sinoptic in tabelul 3.1,
Tabelul 3.1
Caracteristice de directivitate ale familiei de cardioide
7t(0) — (1 — a) -p a cos 0.

Denumire •	a	9	■R(6)	-D,	Dj.
cerc	0	0	1	1	1
cardioidă	0,5	1	0,5 4-	0,5 -cos 0	3 7
supercardioidă	0,63	1,7	0,37 -	|- 0,63 *cos Θ	3,7 13,*3
hipercardioidă	0,75	3	0,25	+ 0,75 -cos 0	4 6,9
bidirecțională			cos 0	3	1

Pentru caracterizarea energetică în ceea ce privește puterea complexă datorit efectului de radiație, se introduce conceptul general de impedanță de radiație în modul următor.
»
Fie un radiator constituit dintr-o suprafață radiantă S pe care este cunoscută distribuția de viteză normală Vn(S) precum și presiunea ca funcție de punct P(S). în virtutea relațiilor de conservare produsul (1/2)P(S)V$(S) reprezintă puterea complexă transmisă de radiator în mediu prin unitatea de suprafață. Puterea complexă totală se calculează printr-o integrală de suprafață
^ = l(p(S)Vi(S)dS,
s
suprafața de integrare fiind în mod obligator închisă (dacă suprafața radiantă nu este închisă ea se poate completa printr-o suprafață convenabil aleasă pe care viteza normală este nulă). Viteza normală se poate scrie sub forma
K(S) = V.n(A)Dw(S),
în care V»(A) este viteza normală în punctul de referință Л de pe suprafața S iar I)n(S) este funcția de repartiție a vitezei normale. Cu aceste notații puterea
complexă se exprimă
în care

c
F,M) =
o
I
P(S)7)®(S) as
9 — Sisteme eleetroucustlce — c<l. 110
(3.7)
129
Riei -- /
bfiie)-a>s0 c
Fig. 3.2. Caracteristici de M^racteHsUcă
CUlafe :recț^ă CSntlSmT de opt); e) îârdioida normală.
se numește forța dc radiație raportată (refenta) in punctul Л .S și repiczinta

amplitudinea complexa a forței care înmulțită cu (1/2)VJ(/I) furnizează puterea complexa absorbita de la radiator de către mediul exterior.
Putem acum sa definim impedanța de radiație raportată în punctul A prin egalitatea
Zr(.l) = = Br(A) + jXr(A). [kg-s*1] (3.8)
în care ЯГ(Л) este rezistenta dc radiație raportată în punctul A iar Xr(A) reac-tanla dc radiație raportată în același punct A. Este evident că singura restiicție la care este supus punctul A este ca V7i(A) 0.
Daca reactanța de radiație este pozitivă și există limita
Af?(A) = lim— Xr(A,co), 6^-9)
co-*0 co
atunci se numește masa dc radiație raportată în punctul A.
Din definiția prezentată decurge că impedanța de radiație raportată în punctul A este impedanța unui sistem mecanic linear care avînd viteza Vn(A) absoarbe o putere complexă egală cu puterea complexă absorbită de mediul exterior, Dacă viteza normală este uniform repartizată atunci scrierea (A) nu mai este necesară și vom scrie Rr, Xr și M?-
Este util să facem unele clarificări cu privire la generalitatea punctului de vedere adoptat în raport cu metoda folosită în capitolul 2 pentru definirea impedanței de radiație. Aplicînd metoda dată în acest paragraf regăsim expresiile impedanței de radiație, corespunzătoare sferei pulsante și sferei oscilante. Totodată metoda va permite determinarea impedanței de radiație a pistonului montat în ecran infinit. Particularitatea situației analizate constă în faptul că pe suprafața radiatorului distribuția de presiune este identică cu distribuția de viteză și totodată dependența de r0 și co este separată de cea punctuală. Acest fapt nu are loc în general. Spre exemplu, pentru un piston montat într-un ecran infinit și avînd viteza normală uniform repartizată, presiunea nu mai este uniform repartizată pe suprafața radiatorului.
S« • *. K * x ' ' ' ’
3.1.3. Legătura dintre directivitate si rezistența de radiație
Pentru multe aplicații se dovedește ulii să dispunem de relații de legătură între rezistența de radiație (exprimată în diferite unități) și directivilatea unui radiator. Motivul este că funcția de directivitate R(0, ϕ) este ușor accesibilă măsurărilor (prin urmare și 7)0 prin calcule numerice) în timp de impedanța de radiație este mai dificil de măsurat nemijlocit deoarece, în general, randamentul aparatelor electroacustice este scăzut, pînă la (10 — 15%).
13.1

•• ^4**’***®’ti ■ x

^•Л.. 5

întîi

în cave 5 este supralața
radiația. Aplicînd apoi (3.4) obținem
(J*Z
-|^<> ,9
2 ΦI
Putem acum introduce
лre comparînd cu (3.10) deducem
- 4тv 1
- rwistcnlu dc radiație medie, nolatâ cu fir și definita piin
O
din care.comparînd cu (3.10) deducem
П, ■
Φv
i)0
S fiind aria radiatorului ;
— rezistenta de radiație raportată in punctul /1 s .S, și definită prin notata
cu

ЯГ(А) | y„(A) |
din care comparînd cu (3.10) obţinem
+“ n0
132
Ex, 3.1.2. (talcului rezistenţelor dc radiaţie ale unor radiatoare la frecvenţe joase,
a) Su consideră un radiator plan dc arie 5, montat Intr-un ecran infinit. Să se calculeze, folosind (3.11), rezistentele dc radiaţie la frecvente joase.
In acest caz avem ϕ, =з 2л. din care rezultă 4л/ϕ? — 4 л/4 л2 = l/л. Obţinem formula generală
- 3SZC — _L, Я, = йв5’. Я,(А) = a’Йг = a’S’R„. Л 1JO
Pentru frecvente joase, p /S 1, radiaţia este uniformă iar Do — 2, astfel că obţinem
2Л
Âr ~ s», Rr(A) ~
2tv
a'S’.
2л
Dacă S =s Terţ, pistonul este circular, iar a = 1 (repartiţie uniformă), obţinem mai departe
hr = л,(Л) = — p!zc7t2r; = — (3Г(,)2ис(7г4)
2n 2
expresie furnizată şi dc teoria exactă.
ă) ^ă se determine aceleaşi mărimi ca la punctul a) in condiţia că radiatorul este capsulat (nu arc radiaţie dc spate) şi se găseşte 1n spaţiul liber.
in acest caz avem ϕ, = 4л, din care rezultă 4л/ϕ£ = 4л/(4л)2 = 1/4л. Obţinem formula generală
Ra ---Rr
Pentru frecvenţe joase radiaţia este uniformă,
= RaS2, Rr(A>, = azRr = a2S2R
Do = 1, astfel că rezultă
a9
Dacă .S = wj, pistonul este circular, iar a =
S*, Я,(А) = - aW.
4л
1 (repartiţie uniformă), obţinem mai departe
Я.=
expresie furnizată şi de teoria exactă.

3.2. Funcţiile de directivitate ale unor radiatoare utilizate

3.2.1. Expresia integralei R—H în zona cîmpului îndepărtat

Formulele deduse în paragrafele precedente permit determinarea funcţiilor dc directivitate ale unor structuri radiante întîlnite în aplicaţii folosind integrala R — II într-o formă adecvată în zona cîmpului îndepărtat.
Considerăm sistemele radiante care creează cîmp acustic într-un semi-spaţiu, ϕv impunem este planarilateasistemului radiant. Vom alege întotdeauna sistemul de axe dc coordonate astfel îneît axa Ox să fie normală planului (sau axului) sistemului radiant. Eventualele excepţii vor fi semnalate în mod expres.
-- 2n, sau în întreg spaţiul, ϕp = 4 л, singura restricţie pe care o

Ne propunem Hă găsim o lor mă zona cîmpului îndepărtat. Mai precis, dc sistemul radiant
apoxinialivă a integralei B-JI nol înd cu (I diametrul domeniului
peniru ocupat

(I = max Pi — Pa ,
P I 5 PII ‘ ~
vom considera că no aflăm în zona cîmpului îndepărtat dacă, dista nţa de la centrul geometric al suprafeţei 5 la punctul de observare (distanţa r din (3.1)) este mult mai mare decît diametrul domeniului de arie
Considerăm un radiator planar dc arie S, situat în planul xOu al unui sistem de axe dc coordonate Oxyz, aşa cum se arata în figura J.4. t.entrul и al sistemului de axe se alege de obicei în centrul geometric (daca exista) al sistemului radiant. Prin r„‘a fost notată distanţa de la centrul radiatorului la punctul de observare.

Distanța curentă r se exprimă prin
i * * 4 . • > ț • • • • . i 7 • ț t • * s * f 1 ț • • • . . . z J > j * " • • •, *
r» = p2 + r2c — 2 p rc cos(p, rc).
• t *. * ' * . w ' ■ •*** .• * •
Ținînd seama că versorii vectorilor rc și p au componentele
vers(rc) = [cos(rc, .r), eos(rc, y), cos(rc, z)],
vers(p) == [cos ϕ„, sin ϕ0, 0],
• 1 4 в' L 1 ,
rezultă că
% V \ • ж A* • % X **• f * <• • • ' * * ’
’ • k * • •*'*1 « K 5 1 <4 * * 4 «' £ • ‘ I
cos(rc, p) = COS ϕo cos(rc, .r) + sin ϕ0 cos(rCJ z/).
Dezvoltînd în seric distanța curentă r pentru rc > d, obținem forma lineară în prima aproximație
4 • '• % M •* » , . ♦ * i . * • •
r = rc — p [cos ϕ0 cos(rc, x) + sin ϕo cos(rc, y)] =
= rc — [x coș(rc, ;r) + y cos(rc, y)],
deoarece în planul xOy avem
.r = p cos ϕ0, y == p sin ϕ0.
I'Ig. 3.4. Budlntor phuu Alegerea sistemului de axe In VQdorca ovainйгц Integralei B-H.
i
Introducînd această expresie pentru r în (3.1) obținem
-jpr

(3.12)
care reprezintă formula generală de calcul pentru determinarea cimpului îndepărtat al unui radiator planar de suprafață S. (La numitor în (3.1) distanța r a fost aproximată prin rc).
Remarcăm următoarele fapte : a) în (3.12) x și y reprezintă coordonatele unui punct curent de pe suprafața S ; b) presiunea P este funcție de poziția punctului de observare și anume de distanța rc și coordonatele sale unghiulare, în raport cu sistemul de axe, 0 și ϕ, coordonate care sînt argumentele funcției de directivitate B(Θ, ϕ). într-o altă alegere de coordonate curente dc integrare, p și ϕ0 sînt coordonatele de integrare.
Dacă evaluarea cîmpului se face pe axa Oz, axul radiatorului, avem cos(rc, x) = cos(rc, i/) = 0 și obținem atunci expresia presiunii axiale
(3.13)
expresie pe care am folosit-o în paragraful precedent.
înmulțind și împărțind expresia presiunii dată de (3.12) cu debitul mediu Qv, obținem formulele generale
P(rc, Θ, ϕ) = РажЯ(Θ, ϕ), (3.14)
Я(Θ, ϕ)
p{jȘ[.r eos(rc, т) 4- y cos(re,y)]}dQv
(3.15)
valabile pentru zona cîmpului îndepărtat. Se observă că Pax depinde numai de rc și de Qv iar R depinde numai de poziția vectorului rc (perechea Θ, ϕ) dar nu și de mărimea vectorului.

3.2.2. Radiatoare discrete grupate

ЯГ \ ’ "■ .- *• . w ■ *
* t *
O situație întîlnită în aplicații este constituită dc sistemul radiant alcătuit din л radiatoare așezate planar pe o anumită suprafață (panou, coloană).
Ipotezele în care analizăm acest sistem sînt următoarele : a) dimensiunile fiecărui radiator sînt mici în raport cu lungimea de undă astfel că fiecare element al sistemului este practic punctual și poate fi caracterizat numai prin debitul mediu; b) cele n radiatoare oscilează sinfazie, chiar dacă debitele individuale sînt diferite. Notăm cu rk raza vectoaro unind radiatorul de ordinul fc cu punctul de observare, /; 1,..,, /1, iar cu raza vectoare unind punctul
de observare cu centrul geometric al sistemului radiant» Situația este arătată în figura 3.5,

Presiunea rezultantă creată lor individuale create de fiecare
. 3.5. Radiatoare grupate. Alegerea sistemului de axe în vederea evaluării integralei R-H.
în punctul dc observare este suma presiuni radiator în parte
adică
к
în zona cîmpului îndepărtat avem
rA. = rt — pi[cos фон- cos(rc, Xk) + sin фoi cos(rCI J/x-)] rc
— [Xfc COS(rc, Xj.) + Ук cos(rc, J/s)],
k = 1,.. ., n, la numitor rk ~ rc.
Obținem în final
P = Рлж(rc)Л(Θ, Ф).
(3.16)
P(0, ϕ) = _1— QrĂ. exp{jŞ[xfc cos(rc, xĂ) + yk cos(rc, yt)]}. (3.17)
к к
Formula (3.17) se poate generaliza presupunînd că fiecare radiator individual are caracteristica de directivitate parțială BP*-(Θ> ϕ). Atunci (3.17) devine
«(0. Ф)
Qtk ϕ) oxp {IЭДx,. eos(rc, xk)+yk cos(rr> yt)]}.
(3.18)
136
Dacă radiatoarele sînt identice, Qlk = Qv, ϕ) — Rp(9, '■?)• avem Д(Θ, ϕ) = Я,(Θ, ϕ) Нв(Θ, ϕ), (3.19)
I
în care este caracteristica de directivitale a grupului constituit de n radiatoare individuale nedirective.

3.2.3. Grupul format din două radiatoare

Pentru ilustrarea teoriei expusă în paragraful precedent considerăm un grup format din două radiatoare poziționate așa cum se arată în figura 3.6.
Formula (3.18) devine în acest caz
R(0, ϕ) = —Г—[Qvl fîpl(0, ϕ)c?r> + Q„RpS(0, ϕ)eH Qvl +
in
care
Sl> 2 — 2
Folosind reprezentările
vectoare
care intervin în exprimarea
funcției de directivitate
Г1 = [a?i, 1/1, zt] = [0, <7/2, 0], vers(r,) =~ [0, 1,0],
*•-'' ’’ • чйр I • * \ Л *•* * \ (4 ■ V ■ * i m
r3 = [®2> 1/2, z2] = [0, —d/2,0], vers(r2) = [0, —1,0], vers(rc) = [sin 0 cos ϕ, sin 0 sin ϕ, cos 0],
■ obținem forma finală
• * • ■ ’
(3.20)
R(0, ϕ) =
și 11
sin
*) ■
vederea
» » 14,
radiatoare. Alege-cvaluării integra-

Fig. 3.6. Grupul format din două rea sistemului dc axe în
lei
137

Davă cele două radiatoare sînt identice (8»> h»'“
obținem .
R(0, ϕ) == К'ДΘ, ϕ) cos U ^-siw 0 s<n ’t*I'
Caracteristica grupului nedireetiv este, în conformitate vn (3.1
(3.31)

- cos i3 —“ si n 0 sin U j4
și are următoarele simetrii (ne ocupăm în continuate do eaaul H,, O jR(O, Φ) =
W, — Φ) — Ж — O, ϕ) == lî(-* ih — ϕ) ‘ ’f '
— R(0, st ϕ) ~~ **
231
-8111 0 b
în planul ϕ == O, jR$(05 0) — l adică este un ccrc. Caracteristica interesantă pentru aplicații sc găsește tn planul ϕ - n U\ în care avem '
Jî(9,n/2) -- cos
această caracteristică are simetrie cuadrantală, adică forma din cadranul 1 se regăsește prin reflectare, față de axe, în celelalte cadrane, deoarece arc loc
Й(Θ, 7c/2) = — (к зт/2) — J?(~ — 0, ft/2) R(— it +
• t • 4 < » J *
+ Θ, îî/2).
• *
Este deci suficient să fie studiata forma polarei numai în primul cadram
Anularea cîmpului după o anumită direcție constituie ceea ce se numește o extincție. Din (3,22) se observă că dacă
1 1 1
atunci nu se produce nici o extincție după nici n direcție. Dacă se produc două extincții la 0 = ± я/2» în sîirșil dacă se produc mai multe extincții in cele patru cadrane.
Ex. 3.2 t ■ Olreetlvlteies unul grup tle dimă nvtmifonur tn iHtțrlie stmuțlt
Se considera un sistem de recepție aeustH cmislttmt din dmul ndmmtnnne
Identice \l uvdi rectlve. Siluete l« disumpi </0,5 m. Sd se serie formele concrete ale pelnvctnr pentru d X
— f/l> 1/2 îl 4/2 $l sft se reprezinie grafie.
138

Vig. 3.7. Caracteristici de dircctivitate pentru un grup format din două microfoane identice : a) d = X/4 ; b) d = X/2 ; c)d — 3X/2.
Pentru colo trei situași obținem
p O ,<O
a) Xi = 4d = 2 m, fi = —~ ’—— = 171,5 Hz,
Xi 2
/Цθ) = cos(45°sin 0);
b) X. = 2d = 1 m, f3 = 343 Hz, Л5(0) = cus(90°sin 0) ;
c) X, = 2d/3 = 0,331 in, /, = I 029 Hz, Л\(Θ) = cos(270’sin 0).
• Ț ’lr 1 •* / -v' Ь I •
Reprezentările celor trei caracteristici de directivitate sînt date In figura 3.7.
Sistemul acustic considerat se numește bidirecțional ■ deoarece K(0) =» = R(~).
Se observă că în domeniul 2d < X sistemul recepționează cu ponderi apropiate toate sunetele indiferent de direcția de incidență, adică sistemul este practic nedireciii^ ceea ce uneori constituie, un dezavantaj.
1
3.2.4. Șir liniar de radiatoare
Grupul liniar constituit din două radiatoare mai are încă un dezavantaj în afară de cel mai înainte menționat : orice lob, frontal, de spate sau lateral are aceeași înălțime normată egală cu unitatea. în multe aplicații este necesar ca lobii laterali să aibe înălțime mai mică dc.cît cei doi lobi antipodici. Acest deziderat este realizat prin utilizarea unui șir liniar constituit din zi radiatoare identice. ’ 1
Considerăm un sistem acustic constituit din n radiatoare (sau receptoare) nedirective așezate în lungul axei Oy și avînd vectorii de poziție
rÂ. =» [0, /<(/, 0], k — 0, 1, ..n—1.
Situația este arătată în figura 3.8. Evaluăm directivitatea in planul ϕ - rt/2.
Considcrînd cele // radiatoare identice, (3J6) devine
139
Fig- 3’8. Șir liniar format din n radiatoare. Alegerea sistemului de axe în vederea evaluării integralei R-H.
care arata că presiunea axială generată de șirul de radiatoare este egală cu n (numărul de radiatoare) ori presiunea axială generată de un radiator singular.
S-a ales ϕr = 4 к deoarece în mod obișnuit acest sistem are deschiderea în

întreg spațiul. Dacă sistemul este receptor, adică este constituit din n microfoane identice, nedirebtive și fazate, avînd ieșirile electrice montate în serie, atunci Ia incidența presiunii după axul sistemului se obține o tensiune de n ori mai marc decît tensiunea furnizată de un microfon singular.
în aceste ipoteze membrul drept din (3.17) devine notînd cu (3 d sin 0 = Д :
A . пД
Д sin---
. Д n sin---
2
Lăsînd de o parte factorul exp[j(n — 1) Д/2], de modul egal cu 1, putem scrie notînd cu Z = (n — V)d (lungimea geometrică a coloanei) :
H(0) =
sin 0
n Sin P
(324, ă)
sin 180°
n
sin 0
(3.24, b)
n sin 180° —
n
sin 0
Ca și grupul pentru n = 2, grupul pentru 2 este Mdirec/ionaZ dar spre deosebire de precedentul lobii laterali au înălțimea mai mică decît lobii antipodici axiali. Acest fapt va ii ilustrat printr-un exemplu. Condiția de producere a extincțiilor este similară cu aceea de la grupul cu n — 2 :
Ex. 3.2.2. Direct Ivhotc» unul șip cu 10 rndlntmuc 1ц diferite situații.
Se consideră un șir liniar format din 10 radiatoare cu / « l lob lateral, Să se scrie concret formele polarelor pentru //X grafic. * '
m. Să se deducă niăriinea primului
5= 1/4, 1/2, 3/2 și să se reprezinte
HO
Notăm B(d/2)sfn 0 •- x și scriem
1{(x) =
sin 10x
■ ■■ — ■ II ■■■ 1 *
10 sin x
Punctele de extremum în O și In x se conservă prin transformarea introdusă pe 0 & [o, тг/2] deoarece funcția sin(-) este monotonă pe acest interval. Derlvlnd K(x) obținem condiția de extremum
—= 0—» 10 tgx = tg IOjc. ’ dx
Exprimăm pe x In grade. Pe intervalul x [0, 9O°] ecuația punctelor de extremum admite rădăcini pe intervalele (18°, 27°), (36°, 45°), (72°, 81°), după cum rezultă dintr-o construcție gra-
fi că simplă. Prin procedee numerice obținem rădăcini.ie = 25.84° cu R(x,) = 0,225, x, = 44,42’ cu fl(x2) = 0,1421, x3 = 80,91° cu 7?(xa) = 0,101.
Valorile asimptotice ale rădăcinilor sînt de forma (2k + 1)/л, к 1. iar cele ale maximelor loburilor laterale 1/n. Se observă că se produc maxime ale loburilor laterale dacă are loc ine-
galitatea.
180°
■ ih . ■
Caracteristica de directivitate are expresia
• «

sin 0
200°
sin
Л(Θ) =------
10 sin I 20° — sin 0

iar condiția de existență a primului maxim lateral este

Pentru cele trei situaţii avem expresiile concrete ale pohrelor

; c0/)ч = 343/4 = 85,75 Hz, sin(50° sin 0) 10sin(5°sln θ)

171,5 Hz,
Pentru primele
/Ц0) ~
două caracteristici nu se
0,007, « 514,5 Hz,
■ i . « ! ' ;
/?(l(0) ~
< \ , I i- r " .1 > / 41
sin(100° sin 0)
10 sin(10° sin 0) produc extincţii,
1 I
sln(300Q sin 0)
10sln(30° sin 0)

*

141
1TI« Ч 9 Caracteristic de directivitate pentru un şir format din 10 a' radiatoare identice : «) Z = X/4 ; b) l = X/2 ; c) f = 3X/2.
Pentru caracteristica c) se produce (în cadranul 1) o singură extincţie la 180°
300° sin 0 = 180°, 0 = arcsin------- — 36,87°
300°
iar primul lob lateral are un maxim la
25 84° 30° sin 0 = 25,84°, 0 = arcsin —------- — 59 46°.
30°
Reprezentările grafice ale celor trei caracteristici de directivitate sînt date in figura 3 9 din care rezultă care sînt avantajele sistemului de recepţie constituit din mai multe microfoane în raport cu sistemul constituit din două microfoane situate la distanţa 1.

3.2.5. Sistem acustic ultradirecţional

Un sistem acustic (de tip receptor) care are caracteristica de directivitate de tip unidirecţional, adică avantajează sunetele care sosesc frontal în raport cu sunetele care sosesc din spate şi care este mai directiv decît sistemul unidirecţional elementar, B(θ) = 0,5 4- 0,5 cos θ, este realizat de aşa numitul microfon-tun, a cărui principiu de funcţionare este prezentat în continuare. Schiţa de principiu este dată în figura 3.10.
în incinta acustică I au acces n tuburi subţiri, fiecare avînd lungimea /0 = kd, к = 0, . . Cîmpul acustic crează presiunile corespunzătoare prin cele // orificii terminale ale tuburilor subţiri. Axul sistemului este chiar Or. Ca şi în cazul şirului liniar de radiatoare vom evalua caracteristica de directivitate în planul ϕ == k/2. Pentru o undă plană care soseşte sub înclinarea θ faţă de axul sistemului, diferitele presiuni parţiale generate de fiecare tub au defazaje diferite între ele, defazaje care depind atît de defazajul geometric, d cos θ, cît şi de defazajul din tuburi, / - - Ay/, în care / ~= (n —1) d este lungimea activă a tubului. Luînd ca referinţă presiunea din planul A' AA", presiune notată cu Pa,, presiunea generată de accesul cîmpului prin orificiul к (planul de evaluare fiind planul 00') este dată de
P == Pflx exp {-j p [7 — kd + kd cos 0] }
kd(]

142
Fig. 3.10. Schiţa de principiu a unui microfon ultradkocţhmnl împreună cu diagrama care ilustrează defazările între sursele corespunzătoare celor n tuburi.
iar presiunea totală în planul 00' rezulta
n— i
P = S exp[,i p kd(\ - cos 0)].

Ă‘=o
Comparînd expresia obținută cu expresia presiunii globale generată de radiatoate rezultă imediat că i— , dată de
i. de șirul funcția de directivitate a sistemului este
sin I nfid sin2
7?(0) =
Г 0 nsin I sin2 —
(3.26. я)
17) /   H
360°---sin2 —
n — 1 X   2
n sin 360°
l . ч 0
— sin2 —

sistemul considerat avantajează sunetele frontale atît
Se observă
în raport cu sunetele din spate, deoarece avem
sin npd n sin pd
cîl și în raport cu sunetele laterale, deoarece avem
7?(0) -
I (л 1 a sin I (ă——
143

înainte de a trece la un exemplu este util să prezentam unele observații privitoare la alegerea sistemului de axe pentru diferite* sisteme radiante. Astfel. în cazul dipolului acustic axul principal esle ales în lungul dipolului ceea ce conduce la obținerea presiunii maxime pe ax iar caracteristica de directivitate are simetrie de rotație# Pentru șirul liniai de radiatoare axu principal este normal șirului, deoarece pe aceasta direcție se* obține presiunea maximă. Caracteristica de directivitate depinde atîl de 0 cît și de ϕ, dar in utilizările obișnuite caracteristica de directivitate este operata în planul Φ = Tv/2.
Ex. 3.2.3. Direct Ivita tea unui microfon ultradlreețional în diferite situații. Se consideră un microfon tubular cu 50 de tubtiri distanțate la (1 = 0,03 m. Să se scrie formele concrete ale caracteristicilor de directivitate pentru Z/X — 1/4, 1/2, 1 și să se reprezinte grafic. Punctele de extremum se obțin prin aceeași teorie ca și cea de la exemplul 3.2.2 notlnd de data aceasta x = pdsin2 (0/2). Pentru cazul considerat, n = 50, valorile x^ care maximalizea/ă K(x) sînt aproximativ de forma (2k + l)90°/50 = (27’ + 1)1,8°. Se produce deci un maxim lateral dacă   .>.   . i
360° l   l xL
-     --- X } •>   -----’
49 X X   7.35°
iar pentru primul maxim condiția este
Pentru cele trei situații obținem
a) Xj = 4Z = 4 -50d
4-50-3-10-2
= 6 m. /', = c0/X, = 343/6 = 57,16 Hz.
sin I 91,84° sin2
7?,(0) =
sin 91,84° sin2
0
50 sin 1,837 sin2—
1,6 sin2 —
ft) л. = 21 = 3 m. Л = 114, 32 Hz,
sin 183,6° sin2
sin
183.6” sin2 -—
0 1
50sin 3,67°sln2-—
c) X, = / = 1.5 m, Д - 228.64 Hz,
sin
1Z.(O)

367.3° sln‘ —
2
■ — R И МГ| III ■ — ■
sin
367.3° sin» —
50 sin
7.35° sln“

Caracteristica a) mi are nici o extincție. CaraeterKlco b) are o extincție pentru
183,6* sin'—
2
180*, sin*"**
9
030,
0 2arcsin0.99 164*.
144

.•и.-л*,'- -

’/'V

Flg, 3.11. Caracteristici de dircctivitate ale unui microfon ultra-direcțlonal cu 50 do tuburi : a) l'~ X/4 ; b) l -■ X/2 ; c) l ~ X.

dar primul lob nu-si Caracteristica c) are
> I
367,3° sin*
primul siUi lob oslo
Q
atinge maximul deoarece //X < 0,735. două extincții pentru
4.4ч < -■ 'П *
— — 180°, sin—
2
P. > 1II ! ПГ!
180°
367,3°
= 0,7» 0 =
2 arcsin 0,7 = 88,8°,
307.3° sin» — = 300°.
maxim pentru
sin
. 7л3б°
O =• 164°

*
î ' I 1 ! 4 l. P
J

0 = 2 arcsin 0,857 ~ 118
al doilea lob nu-;l atinge maximul (deoarece 17;35°< 5»1,8° =. 0n.

ReprezentAi’lle grafice ale celor trei cnraclorlsllcl de dlroetlvllnle slut date in figura 3.11.

3.2.6. Pistonul circular în eonul infinit

* î ■ * ’J i\ Г И Г') • ’ t • / I i i / И
' ■ ... .

Un radiptor imporlant în apljc.ațil este pistonul circular, de rază montat într-

un ecran ţidinii şl avînd viteza uniformii» Un aserncuiea sistem acustic modelează difuzorul cu radiaţie directă avînd conul circular (modelarea este valabilă înlr-iin domeniu dc frecventă în care efectul eomeităţii membranei este neglijabil),
10 — Sisteme ejectroacusticc -■ rd« 110
145
И v*
mai ini îi. linînd seama ca
mstonulni circular folosim teoria expusa
XX'X: .xx. >■.. —... <><■
- • tTb _
- ‘Kn, = 2^
0>

ЫВ i„ '“SivL-X, obsşrvăm <Ş W eu,„ a Г«<
de coordonate, a se vedea figura 3-1 sistemul acustic - simetrie de rolalie eu axă de rotaţie'Oz, astfel ca funcţie ct‘ d \fel
nu depinde de i. Putem deci alege punctul de observare in planul xO., astfel incit vectorul л are coordonatele
rc == [sin 8, 0, cos 0],
iar integrala (3.15) devine
Я(Θ) = ^7
•Je
formula vala
în ceea ce prîves ales sistemul de axe
are
exp(j3.r sin 6 cos 60)dS0>
Trecînd la coordonate polare
sin Дь dS0 =
obţinem mai departe
x *
J-

Я(Θ)
P__ VexpCj^G sin 0 cos ϕo)cIϕo
0
a
0
T 9
care devine apoi, folosind reprezentarea funcţiilor funcţiei generatoare (Anexa 2),
’---1 ч
Beseel prin intermediul
sin 0
Л(0) -
o o
*> ? ' 7<;?*0 f* • L • /*<*6.1 --— V / j *
Folosind in continuare relaţiile integrale intre funcţiile BesseL obţinem in final
«(0) =
II.ϕr.aiп 0)
I ■■■■ ■ R ■ y ■ НЧ — ■■ ■■
£re sin 0
Se observă că de fapt caracteristica de directivitate (3.28) este o /‘nzni/k ţk raratkristiii avind eu parumelru udinwn^ontd ^ra. Cara el eristic a este bi-direcfionala.dar are s*r/ix numai reprezentarea pentru semkpu(iu(0 c. [0, тс/2]. Cind 0 parcurge intervalul [0, tţ/2], parametrul parcurge intervalul' [0, {J Л| astfel eă alura caracteristicii de directivitate depinde de fapt de alura funcţiei
j■ T > * t 1 *
2.1 i(x)
146
<4

*, = 3,6317lt x3 = 10.17347 kz-7.0IM, *<--13.32369
Fig. 3.12. Graficul funcției. F(x) = |2Jj(x)/x. | reprezentat în funcție de x pentru două scări : a) x e [O, 4] ; b) x e [O, 10].
Funcția F(a*) este reprezentată grafic în figura 3.12 iar valorile luate de această funcție pe intervalul [O ; 9Д] cu pasul 0,2 sînt date în tabelul 3.2.

i I П 11 »?) 9 ,'H
2J4X)
Funcția F(x) = —
unГ . uu vuii n nlx 1!.
Tabelul 3.2

Mi •- .	P(x)
0,0	
0,2	
0,4	
0,6	
0,8	
2.0	
4-1,0000	
0,9950	
0,9801	
0,9557	
0,9221	
0,8801	
0,8305	
0,7124	
0,6461	
0,5767	
0,5054	
2,4	
2,6 .	
2,8	
3,0	
3,2	
4,0	
4,4	
4,6	
4-0,4335	
0,3622	
0,2926	
0,2260	
0,1633	
0,1054	
< 0,0530 4-0,0068 -т-0,0330 -0,0660 r-0,0922 -0,1115	
4,8	
5,0	
5,8	
6,0	
6>4	
6,6	
,6,8	
7.0	
-0,1244	
-0,1310	
-0,1320	
— 0,1279	
-0,1194	
-0,1072	

-0,0922 -0,0751
— 0,0568
— 0,0379
— 0,0191 -0,0013
Din grafic şi din tabele se trag următoarele concluzii :
_ 4 i W t И * к . 1. ...
7,8
8,0
8,8
9,0
4-0,0151
0,0296
0.0419
0,0516 , 00587
0.0629
0,0645
0,0634
0,0600
0.0545
0.0472
0,0386
209
3,83,
o
1,64r0
produc extincţii
209
147
t I t /
XI
343
1.64Г0‘
atunci nu se b) dacă

atunci
= arcsin •U'° — = arcsin -
o

dacă
o?
<’o
l,15r0
298
---- >
atunci
se produce cel puţin o
a doua extincţie definită
dc
iar la
3 A Sin Θ. = 7,o 1,
deschiderea
w = arcsin
t A
0.848 —
r0
. 7,01 arcsin — 0ro
arcsin
».
.se produce un maxim al primului lob lateral, maxim avînd mărimea 0,133.
Se observă că în domeniu? de directivitate pronunţată,Ş r0 > 1, energia radiată (sau energia recepţionată) este practic concentrată într-un con avînd

deschiderea 2 6j (θ, mai înainte definit).
(3.)»l.S.
- -----» C’.jA EIГиш’I
Fx 3.2.4. Directivitatea unui piston circular montat într-un ecran infinit în diferite situații.
Se consideră un piston montat într-un ecran infinit avînd raza r0
caracteristicile de directivitate pentru situațiile prft= 1,6 trei caracteristici.
Din £r0
x fixat rezultă următoarele formule
■■•• 4J
de calcul

O
Obținem
2k/0
• > * ■
1.0
O< i
343x
2k0,1
545,9x
= 873.4? Hz, X
îl
! < l 9 T f >
0,1-2тг/1,6 = 0,392
0.209 jiul
b; toi
I 1 : £
' • ' " ‘ ' * I r’< ț MP’M'
Polarele a) si b) nu prezintă extincții.
Polara e) prezintă o extincție in
li eh) 0} да 3,83, 0 r - arcsin (l
" - . u if,
are un singur lob lateral rare devine maxim pentru
0 sin
0.1 m. Să se determine
3 ; Cx. Să se reprezinte grafic cele
m
m
ni.

89Д0
, 5,33
,v arcsin —

Reprezentările grafice ale ce,Iar trei cârâcteristlci de dlroetlvltato sînt date
48

Fig. 3.13. Caracteristici de directivitate ale uuui piston circular cu viteză uniformă, montat într-un ecran infinit :
b) pr0 = 3 ; c) pr0 = 6.

3.2.7. Pistonul dreptunghiular în ecran infinit

important în aplicații este pistonul dreptunghiular
Un alt radiâtdi montat într-un ecran infinit și ăvînd viteza uniformă.
Poziționarea sa în planul xOy este arătată în figura 3.14. f . ?
Presiunea axială se exprimă prin formula care decurge din (3.13)
" QBe’i&r‘= 2 G6Voe“J℘r*
c V^ГC
svo = 4 ab\
(3.29)
0*

v
1 k_
sin 0 sin 6,
Sistemul acustic nu prezintă simetrie de rotaţie şi ca atare funcţia de directivitate depinde atît de Θ cît si de ϕ. Tinînd seama că
•' ■ : ! ’• - I ■••')}. ‘ ’ ;■ - - '
sin 0 COS ϕy £OŞ(j>, Z/)
obţinem aplicînd formula generală (3.15)
X
ЖΘ, Ф) = —
‘ 4ab
1

>4 'jen i .<» n»
. 7<И' ; > Ч» 1 i

Fig, ЗЛ4. Piston dreptunghiular montat într-un ecran finit. Poziţionarea sistemului dc axe.
*• <‘ \ 3 ♦ (ж •' * * - — f. r “* i • ь I к' V < ♦ ■ \
149
Л(Θ, y) == Sa[fi a sin O cos y]Sa[£ b sin 0 sin ϕ],
(ЗЛО)
în care
Sa(.r)
Funcţia Sa(x) apare în teoria radiatoarelor acustice sau electromagnetice, în teoria înregistrării magnetice şi în teoria semnalelor şi este, numită alternativ : funcţia de fantă, funcţia de eşantionare sau funcţia sinus atenuat. Reprezentarea grafică a funcţiei Sa(.r) este dată în figura 3.15 iar valorile luate (le, funcţie pe intervalul [0,8] cu pasul 0,2 sînt date în tabelul 3.3.
i pB iî 4 -• ‘ Г H V C ЙОЭ O П Гв X i c - O, / J - ■. I 1 i* V
Tabelul 3.3

X	X -jtf* F(x)	*■>-*-*.'***■	v - X F(x)	X F(x)	* X F(x)
0,0	l,0t)00	2,0 +0,4546	4,0 — 0,1892	6,0 —0.0466	
0,2	0,9933	2,2 0,3675	4,2 -0,2075	6,2 -0,0134	
0,4	0.9735	. 2.4 0,2814	4,4 — 0,2163	6,4 +0,0182	
0,6	. 0.9411	... - 2,6 - 0,1983	4,6 -0.2160	6,6 0,0472	
0,8	0 8'987	2,8 0.1196	4,8 -0,2075	6,8 0,0723	
1,0	0,8415	3,0 0,0470	5,0 -0,1918	7,0 0,0939	
1,2	0,7767	3,2 — 0,0182	5,2 -0,1699	7,2 0,1102	
M	0,7Q39	3,4 -0,0752	5,4 — 0,1431	7,4 0,1214	
1,6	- 0,0247	* 3,6 - 0,1229	5,6 -0,1127	7,6 0,1274	
1,8	0,5110 e •	3,8 -0,1610	5,8 -0,0810	7,8 8,0	0.1280 0,1237

150
Eunctm de vliroel i\ilale /?((), ϕ) este produsul a două caracteristici dc direct ivitul o
Жϕ) /6(0. ϕ) H„ (0. ϕ).
ДД<)> ϕ) Sa(p a sin 0 cos ϕ). /?,/(), ϕ) Sa(f$ b sin 0 ьіп фл
Din alura funcţiei Sa(.r), dată în figura 3.15. se obşersă ca fiecare ca-raelenstieă parţială, K, şi 7?|z. generează flecare în parte polare cu un lob central şi cu lobi luleralL Specific este faptul ca lnul(imea lobilor laterali &>le mai mfcti decil hu'ilţimeo lobului ventral. Luînd ca deschidere a polarei (în raport cn unghiul 0) unghiul pentru care apare prima extincţie la ϕ fixat, fie acesta notat eu iovele două deschideri au expresiile
sin 0
/к
— I ■■■!■■■ ■ ■■ . 9
fi/; sin ϕ0
realizate : pentru /?T în planul t iar pentru ll„ în planul фп тг/2, plan ia este că pistonul drept unghiular prezintă = 7z/2, cea mai
1.V
3« COS ϕo
din care rozul Iй că deschiderile minime sînt ϕ* plan în care avem /?„ in care avem 1- Condu;

directivităţi diferite în cele doua plane principale, ϕ 0 şi ϕ îngustă polară realizîndu-sc în planul principal care conţine dimensiunea cea mai maro, 2 a sau 2 b.
Pentru a ilustra modul de aplicare a faptelor mai înainte arătate, considerăm o incintă de televizor care are montat, în stînga cinescopului, un di-fuy.or eliptic, alungit aşa cum se arată in figura 3.1G. Asimilăm difuzorul eliptic eu un piston dreptunghiular (în acest caz radiaţia are loc în întreg spaţiul, Φ, 1 dar acest fapt afectează structura funcţiei de directivitate) avînd dimensiunea b mică fală do a. Alegem ca date tipice b 0,16 m, a = 0,04 m, in plan orizontal, planul л():, adică ϕ0 — 0, caracteristica /?z începe sa se
___ i. v. ....1 ___. ‘ n v
343
Fig. 3 l6s Secţiuni ale funcţiei unui difuzor eliptic montat pc
do
directivitate a panoul unui televizor.
3287,5 Hz,
frontal al

151

ori mai mică
in timp ee caracteristica /?„ începe să se îngusteze de la o frecventă de patru 1071,87 Hz.
caracteristică de directivitale idativ i o caracteristică relativ îngustă >. în acest mod se realizează plan orizontal iar în planul
Construcţia este gîndită să ofere o largă in plan orizontal, planul de ascultau în plan vertical, plan neutilizat pentru ascut laie. o suprafaţă de radiaţie acceptabil dc inaic în vertical radiaţia fiind relativ îngustă.
în tratările prezentate piuă acum viteza de oscilaţie pe suprafaţa radiatorului a fost considerată uniformă. Următoarele două paragrafe vor fi consacrate analizei situaţiilor în care viteza dc oscilaţie nu mai este uniformă.
3.2.8. Radiatoare de tip bandă
Considerăm un radiator dreptunghiular de lip bandă, care este caracterizat prin inegalitatea « « b, în conformitate cu notaţiile din figura 3.14. înli'-un anumit domeniu de frecvenţă, caracterizat prin inegalitatea (3 a < ~, caracteristica de directivitate în planul ϕ =' 0 este largă, apropiată de un cerc, în timp ce în planul ϕ = -/2 caracteristica de directivitate prezintă o serie de extincţii. Vom analiza în continuare caracteristica de directivitate in planul ϕ .== ~/2.
')!) !' 1(1 i'Jf! : O (П ’
Dacă viteza de directivitate
de oscilaţie este uniform repartizată obţinem caracteristica
Я(Θ)
== Sa(B b sin Θ)
63.31)
Alura funcţiei Sa(a*) a fost dată în figura 3.15, curba a. Viteza de oscilaţie uniforma este realizată în unele dispozitive electroacustice cum este spre exemplu microfonul dinamic cu bandă.
în alte dispozitive electroacustice, cum sînt cele de tip electrostatic, banda este fixată la capete iar mijlocul are oscilaţie maximă, astfel că distribuţia de repartiţie a vitezei de oscilaţie se poate aproxima printr-o lege de lip parabolic
o
ba
Debitul mediu se.calculează prin
. 'Г b
Sab
b*
o

1 fi V !
iar funcția de directivitate este
ПьЧ I
dată de.
A(0) ==j —1L
\ e8^n ® 11
152
Prin integrare și grupare convenabilii obținem in linul
7î(0) -
----------[Sa(ft b sin 0) cos((3 b sin 0)j. (P&sln 0)*
Forma polarei (maxime, extincții) esle comandata de alura funcției
1
= —— [Sa(.r) — cos <r|, (3.33)
Хй
care este reprezentată în Figura 3.15, curba &, iar valorile luate de luncție in intervalul [0, 8] cu pasul 0,2 sînt date în tabelul 3.4.
Tabelul 3.4
i т r
-
cos x
Funcția F(x) =
1 ,'jh и

,	. H ..	♦ T * • . K I < 1 te					
X	• ; F(x)	X	F(x)	X	* F(x) 1	X	/•(X)
0,0	+ 1,0000	2,2	+0,5926	4,4	4-0,0141	6,6	-0,0654
0,2	0,9960	2,4	0,5306	4,6	-0,0147	6,8	-0,0517
0,4	- 0,9840	■2,6	0,4683	4,8	— 0,0384	7,0	-0,0404
0,6	0,9644	2,8	0,4063	5,0	— 0,0570	7,2	U 0,0288
0,8	0,9374	3,0	0,3457	5,2	-0,0708	) • 7,4	-0,0170
‘	1,0/ . 0,9035 .	3,2 ! 0,2871		5,4	-0,0800	7,6	- 0,0025
1,2	0,8632	3,4	0,2314	5,6	-0,0850	7,8	+ 0,0036
1,4 i	0,8172 !	3,6	0,1791	5,8	— 0,0861	8,0	0,0420
1,6	0,7663	3,8	0,1308	6,0	-0,0839		
1,8	0,7113	4,0	0,0870	6,2	— 0,0788		
2,0	0,6531	4,2	0,0480	6,4	-0,0714		

Esle interesant de comparat proprietățile dedirectivitateale radiatoarelor de tip bandă în două situații : cu viteză uniformă, cazul I, cu viteză neuniformă (de tip parabolic), cazukll.
a) Presiunea axială (sau sensibilitatea axială pentru cazul recepției) în cazul II scade la 2/3 ori față de presiunea axială din cazul I, scăderea datorîndu-se micșorării debitului mediu (în ambele cazuri se consideră că viteza la centru este aceeași) ;
b) prima extincție se produce în cazul I
în cazul II
153
o primul lob arc maximul la
iu cazul 1 4i49;
fi I) sin 0,v - 1,403. sin ()w ——
iпйЦiiиva lobului fiind (Ic 0,2172 ;
in cazul П
fi b sin O.y — 5,943, sin Од/ —
5.943
~P»
iuiiltimva lobului fiind <lc 0.08/.
Rezultă că polara esle mai lângă in cazai II dar înălțimea lobilor,secundari este mai mică.
Ex. 3.2 5 Direct(vitalea comparativii a radiatoarelor de tip bandă eu viteza uniforma ți cu viteză reparitzală parabolic. , » ; •
Să se traseze pe,același grafic șl să se compare caracteristicile dc dircctivitate pentru un radiator de tip bandă pentru care pb -* 1.493 in doua situații : viteza este uniformă șj viteza este repartizată parabolic. Parametrul (ăb fiind 1 493 rezultă că iu al doilea caz se pi odiu c o extincție la 0л= iar in prjinul caz se produce o extincție la
41493 sin Oi = тс, 0

. = arcsin------
4,493
Totodată din graficul b din figura 3.15 se observă că direcția pentru care se produce e* tinclia in cazul 11 corespunde direcției pentru care se produce maximul primului lob lateral in cazul II. Gete două polare slut date in figura 3.17c
Dacă acceptăm ca energia1 radiată (sau recepționa tăi este localizată în conul în care vab-ar.a funcției de dircctivitate nu Scade la mai puțin de 0,5'din valoarea axială (cea cc iu putere înseamnă o scădere dc 1 ori) atunci în cazul I conul dc radiație are deschiderea de
2 arcsin -
4,493 w > v < “
iiit 1IГ cazul "IГ
J ig. 4.17. (ziractprlslllei do directivitate comparative pentru un nuliul dv, lip buadA, In mumiiș ft)> a 4, lQ.; ;((), vlt(!zn estc ro. pai Llz.nlЛ uiUlnrin ; ft) vlluz.ti oslo repartizată parabolic.
154
3.2,9. Vishnmo circulare cu viteza neuniformă
a Fost analizata directivitfltea pistonului circular și avînd viteza dc oscilație repartizată uniforrm S-a
în paragraful 2.3.6 montat în ecran infinit arătat eă membrana difuzorului cu radiație directa poate fi asimilată cu un asemenea sistem acustic. Sînt situații în care aproximarea dc acest tip nu este principial posibilă. Astfel, pentru membrane acționate electrostatic, fixate în mod normal pe conturul circular, aproximarea deplasării în regim euasistatic este aproximarea de. tip parabolic așa cum s-a arătat în paragraful
1.3.2. Pentru plăci încastrate aproximarea în regim euasistatic se face folosind o parabolă dc gradul 1. Sîntem astfel conduși la necesitatea analizei direclivi-tătii pistoanelor circulare avînd viteza normală repartizată după o lege de lip parabolic generală
VÂ-(p) = Vл/,
)2
—— I •
2 I
0 J
Profilele V\(p) pentru /c = 1, 2, 3 sînt reprezentate în figura 3.18. Pentru început vom calcula debitul mediu
2
i I r2 O
2 Mk c M*
°.A-.+ 1 ‘'*+1'
aici deducem expresia presiunii axiale
. P(aM^ S’o
2-rc 7c + 1
(7) Л |. » < , ’ 1
Făcînd același raționament ca cel utilizat în paragraful 3.23b funcția de directivitate F?Ă(0) exprimabilă sub forma
Ahim iol i ’чиііек J., : ev
pdp J0(pp sin 0)=^
- - (0)/Л
Dc
' П |
ax
9 IЭГГI
№
A/Ă
L 4
d ; ■'i!r.i'ho j 1 r
o
(i? n iи „лер.
i c I •
01 ..... 1 i
(3.36)
Д’о

1 *
llg. 3.18. Profllelu diferite ordine : a] /.
3r0

I

-j ,Ţd A-Jn(x),
o /

155
■ Ч A
И -**
да*
■ Жъ
. _:<4.
Л? - j j'l <’> |f I ’> Ujb ‘ ’ ч • U
directivitate (3.28) care Un calcul direct arată că
‘ iU / : IUI ’ ir*, i'ţq
J?Ă.(0) generalizează funcţia de
ca
Observăm
reprezintă cazul particular al funcţiei dată de (3.36).
ţ 2 * A 9
iar prin recurenţă obţinem formula generală
«O),1.'.
(Şr0 Sili Θ).
(3.38)
Este interesant de remarcat structura coeficienţilor numerici care apar în J?
i(0). în acest scop scriem dezvoltarea în serie a funcţiei Bessel JA.
,i(.r) : .!„(,)» y -----tiŢ---------
' l 2'r m\(k + 1-1- n?)î ni—o

din care se vede că primul termen al dezvoltării, ni — 0, esle
•Л +r(4') ~ (+) ' —1— 114- . . .1.
iujh И<1cu rmmcnui uezvollarp pentru m == 0 se obţine o funcţie cu proprietatea
de bază1 a funcţiei de directivi ţaţe şi anume aceea
Л 3 / (VI” .1)1
împărţind funcţia ’W.v) cu termenul dezvoţlăiij pentru m
t • _ 1 - 1 * мк к . • A
de a avea valoarea 1 pentru .г + 0, adică 0 -« 0.
Curbele tipice directivitfţţii, descrisă de (3.37). sînt reprezentate în oTiw
in,"vah" I». 4 eu pasul
156
Tabtlul Я. $
8,L(x) . 18.1 д.
Funcţiile Г.(x) —, /\(x) ----------—
X5 iV’
X K.(x) (Ч U • • Fs(x) • X F,(x) F,(x)
0.0 4 1.0000 4-1,0000 4,0 + 0.1821 + 0.3226
я 0.2 0.9967 0,9975 4.2 0,1408 0,2814
0,4 0,9867 0,9900 4,4 0,1033 0.2424
0.6 0.9703 0,9777 4,6 0,0698 0,2057
0,8 0.9477 0,9606 4,8 0,0403 0,1715
1,0 0,9192 0,9390 5,0 4-0,0149 0,1401
1.2 0,8853 0,9132 5,2 -0,0064 0,1115
1,4 0,8464 0,8833 5,4 - 0,0238 0,0857
1.6 1 0,8030 0,8499 5,6 -0,0373 0,0628
1,8 0,7559 0,8132 5,8 -0,0473 0,0428
2,0 0,7057 0,7737 6,0 г- 0,0540 0,0255
2.2 0,6530 4 • • J1 Г 0,7318 6,2 — 0,0577 4-0,0109
— ■ • 2,4 0.5986 0,6879 6,4 -0,0586 -0.0011

2.6	0,5432	, 0,6426	6,6	-0,0573	— 0,0107
2,8	0,4874 '	0,5963	6,8	— 0,0540	-0,0181
3.0	0,4321	0,5494	7,0	-0,0492	- 0,0234
3,2	0,3778	0,5025	7,2	< -0,0432	- 0,0270
3,4	0,3251	0,4560	7,4	- 0,0364	- 0,0290
3,6	0,2746	0,4103	7,6	-0,0290	- 0.0291
3,8	0,2268	0,3657	7,8	-0,0215	- 0.0290
		8,0 -0,0141		- 0,0270	

II!.- t ! ■ • • . 1 ' ■

Pe baza calculelor, prezentate.-se-poate da o metodă de calcul al funcției de directivitate a membranelor (plăcilor) cu viteză de oscilație neuniformă (cu simetrie de rotație) în condiția că oscilația este sinfazică, fără linii nodale, în acest scop se dezvoltă V(p) într-o serie sau într-un polinom de parabole» conform cu formula .

. 1 H! - - >

V«X 1-4 ț 4 J

1 • l ■ ' il . I ! ■ •• IH ’»• ' • W

iar J?(0) se serie ca suma ponderată a directivităților parțiale generate de fiecare componentă din seria considerată. Obținem

I nu l

«(0) = I S ëiГ1 S WM) -

,Tn — prosin().

> . И

l;x. 3.2,0. OlreeUvIttttea rpmpmalivă a p.tMonulnI clmihw in ecran infinit pentru diferite repartiții a vitezei de oscilație.

Se consideră un piston circular montat Intram ecran Infinit șl care radiază în condiția £r0 ~ 8. Să se analizeze structura cunuitorlstlcilov de directivitate In următoarele condiții de repartiție a vitezei de oscilație : viteză repartizată uniformȚșpiirtlzțdă parabolic cu A' — 1,2.

157

<O v'ltezrt este rcpnrtlzntft uni fonii, к

Se produc doua extincții

la

-- 7,01

Op

7,01

— aresin

Iar primul lob lateral

este

Sw Zi 4 *

maxim la

ț }

Л/

i 1

aresin

Conul dc radiație

R — 0,5)

deschiderea

8 sin 0,

r4 И 1

2 aresin

= 32,66°

b) Viteza este repartizată parabolic

•"П .4 i i

CU

Se produc două extincții

la

iar primul lob

8 sin 0

»

02

lateral este maxim

aresin —— =

< 81 .<

90
**• v И ‘ •
I ЧЛ ’ t £ '
. 8 sin 0
M

o

52Î1 = 41,77°.
0 ?
8 Sin O д;
Conul de radiaţie are deschiderea
?■».» ІДО! *>b h:‘'dn *4 1«ь-thji j-
8 sin 0,
20,
2 aresin
c) Viteza este repartizată parabolic cu к -
1
8 sin Oj
iar primul lob lateral este maxim In

8 slnO .y
V
— aresin
Conul de radiaţie are deschiderea
OthOrf
I l f
Ca şl In exemplul di/Xo ge r om moft dona tapte deschiderea conului do radia ţie creşte odată cu
neuniform tatca (A' creşte) 1UV пкіхітШо’ lobilor latortdl scad.
158
3.3. Cîmpul axial al pistonului în ectan infinit.
tn paragrafele precedente a fost calculai cîmpul acustic creai de un piston circular (montat într-un ecran infinit) în zona cîmpului îndepărtat. Simplificarea substanţială a calculelor se datoreşle. exprimării relativ simple a distanţei r de la punctul de emisie la punctul de observare. Pentru unele poziţii particulare ale punctului de observare este posibil să se obţină o expresie a cîmpului valabilă in întreg spaţiul. 0 poziţie particulară importantă este poziţia axială a punctului de observare, poziţie pentru care vom deduce expresia generala a cîmpului acustic.
Considerăm, conform convenţiei adoptate la începutul capitolului, că pistonul este montat în planul 'xOij iar centrul său se găseşte în centrul sistemului de coordonate. Situaţia este arătată în figura .3.20.
Punctul de observare fiind pe axa Oz cîmpul nu depinde de (coordonata locală pe suprafaţa pistonului)., astfel că drept element de suprafaţă se poate alege coroana circulară de arie 2tt p dp. Totodată distanţa curenta r se exprima /.li
'■ = V p 2 + /1-
0 , — ë-^dSo =
2тс 1 г
I
Го
o
0) I
0 ■ • ■ : - I
ii ţ
Efectuînd schimbarea de variabilă
obţinem
care se mai scrie
Elg. 3,20. Pistonul elrciilnr in ecran Infinit. Alegerea sistemului de axe pentru dotorminarea cîmpului axial.
(3,40)
159
cave eunslituie expresia grimt’nlă n presiunii <г«;iiй pe axul pri/иip?^ б» ■.-

■v piston circular, eu viteză unllormii șl monllH hdl'-iin ^ei:ni infinit. Să arătăm en In dlstunțe muri, rv. (II.4Ч) se reduce la Ci.27;> pentrj aeeashț observăm eh expoiieЩIпIп din (3.40) are modul»! egal cu .vnital*», nslfol eй modificarea amplitudini! cute determinata <t<> funcția 'ut ' I-. к adPa Po de altă parte funcția argument a sinusului

scade monoton pe r,, « (0, oo) de In valoarea 0 r0/2 la 0. Rezultă eă pe ax s*-produc extincții numai dacii (Pr„/2) > n. Pentru eitimpHl'îearea ratjonameu'□-lui. in figura 3,21 a fost; reprezentată funcția pentru £r, = 1-. adică funcția eoncretA
MB I 'И
Se observă că l'\u) se anulează pentru u — 0 și и ~ 0.75 și ia valori
IB
uxime
pentru w — 0/291 și и 1.875. Pentru u > 2, /?(п) scade monoton către zero. în timp ce pentru и <_ 2> b'(li) iu valori oscilante. Pentru aplîeații este util sa fie separabilo printr-o anumită
inegalitate cele doua
doi
emi : cel
Elg, &3t. Graficul funcllol /'(ti) к1п{‘2к(\/1 4 u» u]b
160
in apropierea pistonului, caracterizai prin treceri prin :crot și cel depărtat de radiator, caracterizat prlnlro descreștere monotonă. Consideram mai întîi domeniul re > r(), pentru cnre sînt valabile dezvoltările
Noi ind
t.3
1 o
IM
(3.41)
mărime care se numește distantă de separare, (3.40) devine. în domeniul re > r0
(3.42)
Dară în plus are. loc r„ > r „ alunei obținem. înlocuind sin и cu », următoarea expresie pentru presiune
adică tocmai (3.27).
Concluzia care se dega jă din calculele prezentate este deosebit de importantă pentru măsurători : în vecinătatea radiatorului, rc < r gi cîmpul axial arc treceri prin zero dar unda este plană (valoarea maximelor este aceeași), iar în domeniul rc > rg cîmpul este sferic (amplitudinea scade cu 271). Acest din urmă domeniu (domeniul de undă sferică) este important pentru măsurări, pentru elalonarea transductoarelor. Se observă că situarea punctului de v observare în domeniul de undă sferică adică
reprezintă o condiție mai severă decît rc > r0 în domeniul lungimilor de undă mici.
Ex. 3.3.1. Ширш|и de separare In cîmpul unul piston circular montat îutr-un ecran infinit în diferite situații
se determine distanța do separare In următoarele situații: piston eu razii r9 - 0,1 in radiind în aer la 15 kl lz; pUton eu rn//d rQ 0,01 m radiind în apă la f ~ 10“ Ha; piston eu raza ru >=* 0,1 m radiind In apă la j'-- 10й II/.
sa
'O
/0
Distanța de separare не mnt poate exprima
V
11 — Sisteme dectroac'UHtiee cd. no
161
Pentru dalele problemei не obține
io *
a) r_ ~------ 15*10’ ~ 0,437 ni,
343
cifră care arată că măsurarea directivii ăț II ia o distanță de 1 m esle acceptabila;
IO'1
b, r = —IГ-------io* = 6,67-10 8 m ;

M98-1O»
O raza fiind de 10 ori mai mare declt în cazul />) distanța de separare creste de IO2 ori. adică rg = 6,67 rn.
Ultimul caz arată că pentru pistoane de rază relativ mare (spre exemplu radiatoarele piezo-clectrice) distanta de separare poate atinge valori apreciabile.
liste interesant de calculat valoarea parametrului (k0 precum și deschiderea unghiulară (la U - 0.5) care sînt realizate în aceste trei situații.
af —
=27>47
27,47 sin 0d — 2,25, 2 0d— 2arcsin -
pentru punerea condiției de calcul a deschiderii eonului de radiație se va vedea exemplul 3.2.6
— r© - 27110e = - ■ — IO"2 = 41,94, 1,498-10» 2 25 41,94 sin Θ4 = 2,25, 20d = 2 aresin —— = 0,15° ; 41,94
0 ? r, = 419,4. Г. 11- H ; l to j [J j(I : 20„ = 0,015°. ■ •
3.4. Impedanța pistoanelor.
în rnulte aplicații modelarea radiatoarelor reale circulare se face prin trei tipuri de radiatoare ideale de tip piston și anume :
a) piston circular montat într-un ecran infinit și avînd viteza de oscilație uniform repartizată ;
l'lg. 3.22. frel situații de montare acusticii a unul piston : «) piston In ecran Infinit; b) piston liber Iu spațiu ; c) piston capsulat.
b
162
M piston circular librr in spu(lu și avînd vileza (le oscilație uniform repartizată :
c) piston circular capsulat avînd viteza de oscilație uniform repartizată. Cele trei radiatoare ideale sini reprezentate schematic în figura 3.22,
Vom prezenta in cele ce urinează rezultatele privitoare la cele trei pistoane circulare eu vileza de oscilație uniform repartizată și vom arăta în ce măsură unele din aceste rezultate se pol extinde la pistoane de altă formă decit cea circulara. Unele din aceste extensiuni au fost deja prezentate în cadrul unor exemple din paragrafele consacrate radiatoarelor sferice.
Impedanța pistonului montat in ecran infinit
Integrala IU II poale, fi utilizată pentru a determina presiunea pe suprafața pistonului. Datorită simetriei de rotație a distribuției de viteză (in particular viteza este uniform repartizată) presiunea depinde numai de distanța de la centrul pistonului la punctul de observare. Notînd cu dSj elementul de suprafață asociat punctului de observare și cu dS elementul de suprafață asociat porțiunii de piston care crează presiunea elementară, presiunea rezultantă pe cercul p = и = const. se exprimă
P(„) ț= C _L e-JKd S. (3.43)
2tc r'
Reținem faptul că poziția elementului dSi este fixată în timp ce poziția elementului dS este o poziție curentă de integrare. Situația este arătată în figura 3.23.
Integrala (3.43) este constituită din două părți : o parte (I) care include contribuția elementelor dS cuprinse în interiorul cercului de rază и și o altă parte (II) care include contribuția elementelor dS exterioare cercului de rază u, adică cuprinse în inelul и < p r0. Se constată că (I) se poate integra folosind funcții cunoscute în timp ce (II) se poate evalua numai numeric pentru fiecare fixat. în cazul particular и = 0, presiunea este evaluată în centrul pistonului, integrala (3.43) se reduce la o contribuție de tip (II), contribuție care poate integra în acest caz. în adevăr obținem succesiv
l'ig. 3.23. Pistonul circular montat In ecran Infinit. Alegerea sls-imuital de uxe șl a ariilor elementare iu vederea determinării im* pedunțcl de radia|le.
163
care este tocmai (3.40) evaluată pentru r,. 0. în final presiunea pe suprafața
pistonului P(n) se poate calcula numeric iar rezultatul deosebit este ca Л-şj viteza este uniform reptirlizald pe suprafața pistonului. presiunea nu mai este uniform repartizată pe suprafața aceluiași piston. Calculele au fost pentru prima dată efectuate de Stenzel și MacLachlan. Graficele tipice ale presiunii

P(u) pe suprafaţa pistonului pot li găsite în lucrările [R\ ]. [SK-2J.
Cunoscind presiunea pe suprafaţa pistonului putem calcula forţa de radiaţie folosind (3.7) ţinînd seama că =- 1. Obţinem forma
Fr =]' /'(S)d.S', (3.4-1)
care nu se poale integra decil numeric deoarece P(u) nu este cunoscut decît numeric. Se poate însă obţine rezultatul sub formă analitică observînd că (3.44) reprezintă o dublă integrală, odată relativ Ia dS şi odată relativ la dS» adică
\ — e~iPr>dS dSj.
J r>'
*S o < <
Ţinînd seama de acest fapt putem calcula Fr în modul următor : integrăm în raport cu dS pe cercul Su : p u şi apoi în raport cu и de la 0 Ia r0 iar rezultatul îl dublăm deoarece fiecare element de suprafaţă apare de două ori în procesul de dublă integrare, o dată ca sursă de emisie şi o dată ca punct de observare. Putem deci scrie
1 • * ' < * * ◆ . • . ' . . • ' ' 9 * • ' . ţ •.
Fr = &±(C — e-^dSdS,.
7C J J Л
F • ' ■ ' • ' ' / ' *) S. 1
u U
Pentru calculul integralei pe Su alegem un sistem de coordonate polare cu centrul în p = n, ϕ = 0 unde se găseşte punctul de observare dSj (presiunea depinde numai de u), aşa cum se arată în figura 3.23. Elementul de arie dS se exprimă astfel
dS = rt dfj da
iar cercul Su este baleiat prin următoarele parcurgeri de intervale
a e [—Tt/2, k/2], rx g [0,2 h cosa].
Integrala pe Su se exprimă deci
164
Folosim apoi reprezentările integrale ale funcţiilor Bessel şi al funcţiilor Struvc (anexa 2) şi obţinem mai departe
in care St, este funcţia Slruve de ordinul zero.
Dispunînd de /„ putem calcula Fr prin (3.45) luînd pentru calculul integralei coordonate polare eu centrul in centrul pistonului, ţinînd seama de simetria de rotaţie, adică
Folosind din nou relaţii integrale relative la funcţiile Bessel şi Struve obţine: în final expresia forţei de radiaţie
It
în care 53 este funcţia Slnwe de ordinul întii.f
Comparînd (3.46) cu (3.8) deducem expresia impedanţei de radiaţie a pistonului circular montat într-un ecran infinit
(ЗЛ7)
Dezvoltările asimptotice (3.48) pentru cele două situaţii extreme : I Hcă cu aceea a unei .sfere pulsante iar cu o sarcină rezislivă ca si cum ar
permit descrierea comportării pistonului a frecvenţe joase comportarea este
îden-la frecvenţe înalte pistonul este încărcat un radiator de unde plane
165
----- Pro
•r
Fig. 3.24. Graficele rezistenţei şi reactanţei de radiaţie ale pistonului montat într-un ecran infinit, normate la S0Ze: a) rezistenţa de radiaţie ; b) reactanţa de radiaţie.
Graficele funcţiilor Rr şi Л'r în funcţie de parametrul adimensional 3re sînt date în figura 3.24 iar valorile luate de aceste funcţii pe intervalul [O ; 7,4] cu pasul 0,2 sînt date în tabelul 3.6.
Tabelul ЗЛ
0,0
2,0
3,0
J.(2x)
Funcţiile Fj(x) = 1----------, F2(.t) =
0,0000
0,0200
0,0780

0,1695
0,2877
0,4233
0,5665
0.7074
0,8367
0,9470
1,0330
1.0922
1.1214
1.1320
1.1194 1^922 1,0567 1.0191 0.9850

F2(x) X	7Л(x)	
0,0000	3,8	0.9581
0,1680	4,0	0,9413
0,3252	4,2	0,9355
0,4623	4,4	0,9400
0,5712	4,6	0.9527
0.6468	4,8	0,9709
0.6862	5,0	0,9913
0,6903	5,2	1.0107
0.6623	5,4	1,0263
0.6081	5.6	1.0364
0.5348	5.8	1,0400
0,4510	6.0	1,0372
0,3647	6.2	1,0291
0,2836	6.4	1,0171
0,2138	6,6	1,0011
0,1591	6.8	0,0013
0.1234	7.0	0,0810
0,1028	7.2	0,0743
0,0080	7,4	O,072t

0,1064
0,1220
0,1410
0,1588
0,1792
0,1783
0,1700
0,1554
0,1368
0,1166
0,0973
0,0812
0,0698
0,0639
0,0634
0,0676
0,0749
0,0837
166

Pentru a compara rezultatele exacte obținute în ac,est paragraf cu tratările aproximative dale în paragrafele anterioare (compararea va fi făcută în domeniul frecvențelor joase) vom calcula rezistența de radiație (care este în acest caz identică cu rezistența de radiație medie si cu cea raportată în orice punct al pistonului) precum și masa de radiație Л/JL Obținem

R
(3.49)
m; == -
w
—-(₽ro) bBZ, •57C
8
37V

8 a ~ po'o =
în paragraful 2.3.5 am obținut că pentru corpuri pulsante mici rezistența dc radiație (pentru viteză uniformă) este dată de
p _ $2ZCS2
Φv
Luăm = 2~, S = ~r% și obținem chiar (3.49), adică la frecvențe joase pistonul este echivalent cu un corp pulsant mic cu debitul S0V0, radiind într-un semispațiu. Același rezultat l-am obținut la exemplul 3.1.2 punctul a), în ceea ce privește masa de radiație M^r, aceasta nu poate fi dedusă din teoria radiației corpurilor pulsante mici deoarece această teorie folosește mărimile din cîmp evaluate în zona cîmpului îndepărtat în timp ce masa de radiație este determinată în mod esențial de cîmpul din apropierea radiatorului,
Remarcăm că 37° poate fi reprezentată ca fiind masa unui cilindru de aer. avînd baza So și înălțimea (8/3~)r0 = O,8488/'o (uneori în aplicații se ia valoarea rotunjită de O,85ro), care oscilează sinfazic cu pistonul.
La acest stadiu de prezentare a teoriei impedanței de radiație este important să facem unele precizări. Impedanța de radiație a fost determinată e valii înd forța de radiație de o singură parte. Dacă pistonul este montat într-un ecran infinit și radiază de ambele părți atunci forța totală de radiație este 2Fr (Fr fiind forța de radiație evaluată de o singură parte), astfel că impedanța de radiație totală este 2Zr, scriem Zrt (impedanța de radiație totală) = 2Zr (impedanța de radiație de o singură parte). Situația este arătată schematic în figura 3.25, a. în particular pistonul este încărcat pe fiecare parte cu ă/J iar masa totală care încarcă pistonul este 2M{!. O situație posibilă este aceea în care pistonul este montat într-un ecran infinit, radiază de o parte iar cealaltă fală este capsulată. Situația este arătată schematic în figura 3.25, b. în acest caz pistonul simte de o parte impedanța de radiație Zr, calculată în acest paragraf, iar de cealaltă parte o impedanță. notată cu Zwe și care este impedanța mecanică de intrare înspre montura de încapsulare. Avem în acest caz relația Zr/ Zr L ZW(I. în sfîrșil dacă pistonul este capsulat dar nu mai este montat înlr-nn ecran infinit atunci scriem aceeași relație Zrl -----; ; l Z7//<; dar de dala aceasta Zr este impedanța de radiație a unui piston capsulai liber în spațiu (teoria corespunzătoare va fi expusă mai departe) Situația este anihila schematic în figura 3.25, e.

o
Fig. 3.25. Sumarca impedanțelor de pe cele două fele ale unui piston In diferite montări acustice. o) piston montat in ecran infinit; b) piston capsulat în ecran infinit ; c) piston capsulat liber în spațiu.
ГЛ
г
ь
c
Reținem un lucru esențial : Zrt este impedanța simțită de piston ca urmare a interacțiunii sate cu mediul învecinat. La această impedanță se adaugă impedanța mecanică proprии-zisă a echipajului mobil așa cum se va arăta în capitollll d.
Ex. 3.4.1. Domeniul de valabilitate a aproximării de joasă frecventă pentru masa de radiație a unui piston circular montat într-un ecran infinit.
Se consideră un piston circular montat într-un ecran infinit și avînd viteza de oscilație uniformă. Folosind figura 3.24 și tabelul 3.6 să se determine domeniul de frecvență în care reac-tanța de radiație este echivalentă cu reactanța masei de radiație Mț acceptînd o micșorare cu 10% față de valoarea pentru frecvențe foarte mici. Să se calculeze apoi masa de radiație a conului unui difuzor montat într-un ecran infinit și avînd r0 — 0,15 m.
Definim masa de radiație generală Mr(co) prin
Mr(<o) = —
co
•|
și exprimăm raportai dintre masa foarte joase
de radiație generală și masa de radiație pentru frecvente

Mr(co)

M°r
_ f x r ■> ~ x r
8 /r
5<f
o____- _
? o 37T(pr0)
'C°0
Folosind figura 3.24 și tabelul 3.6 obținem valorile raportului mai înainte definit și Je reprezentăm grafic în figura 3.26.
** - . * • , ■ ‘ x j 4 | ; ț •. (J • * * | v * 7 4 ■ •’ | ’ i. »
к
Din figura 3.26 rezultă că raportul Mr/Mț nu scade sub valoarea 0,9 dacă parametrul Br0 are valoarea de cel mult 0,6. De aici obținem expresia frecvenței limită căutată
Oi» ' <
₽1Го = 0,6, f, = 0.G A. 2- .= 9?.6’343 J_,
;z’o 2tc r0 ь ' 1 ’ I t ! i (I I’ ‘i
i $2 75
f, [Hz] = , f Mf * ОЛМ°Г. (3.50)
Го .1
Domeniul de frecvență în care MrIMț este mai mie doeît 0,1 pentru care £ 3, adică obținem
este limitat inferior de
frecvența
3cГо — 3, /y 3—~ 5/\,
2к ru
r fu 1 103,75
/" . />f„ « (>,UU“.
f o
i i
(3.50')
168

Fig. 3.26. Graficul masei de radiație a pistonului montat în ecran infinit Mr(o>), raportată la masa de radiație pentru- frecvențe joase M9r.

Masa
de
radiație se poate calcula cu formulele

Mț = -------- (|Jr0) — ZC.S'O
3jT oj
— Pod! = — 1»2 IГо
0’
Pentru
Mț [kg] = 3,234 M M°r [g] -
i ■ difuzorul considerat obținem
° = 3,23 4,53 = 10,9 g, de o singură parte,
3,23/S [dm3J.
= 21,8 g, de ambele părți.

Deoarece conul unui difuzor de asemenea rază are masa de ordinul (15 — 20 g) rezultă că masa de radiație totală este de același ordin de mărime cu masa conului.
Pentru exemplul considerat frecvențele limită sînt
: 1'' ' • • • i' • i ’ r
32,75
Л =--------
0,15
Importanța acestor Impedanța mecanică
- X flj ; tf’ltM
globală a
• < 11 î. • *} ‘ Î I < ; g j : limită rezultă f / . • J
conului notată
din

,//iZ este dată de
| » I • : ' ’ 4 * ' ţ * * *
m p ’
este impedanţa mecanică proprie, avînd expresia
< * o j - cp*
7 m p
in p
■ ■ ■ —
Obţinem deci că
in
domeniul /' --
7 in >j
II) p
4 тe
(Mc 4- 2M?)Cwc
2tc
w • I r - r udică iooleza de calcul este corectă.
Formula este corectă numai daca A - A> Lo _ n (ceea ce se obţine în mod obişnuit rezonanţa în absenţa rad laţiei Mr - 0 <ceea frecvenţă fi7ic inlroducînd difuzorul ntr-o incinta cuasividata) aie ioc ш .
fizic intiociru na a u ţa efectuiUi de radiaţie se obţine /o < Zo - A-°
^DknuiHnd de forma generală a rezistenţei de radiaţie expresia generala a factorului de concentrare acu'stjcă .Pentri\?iSjt°1’Ualr^"’aVLT V^utcm tr-un ecran infinit. Referindu-ne la teoria expusa in paiagiatul .5.1.0 puie sene formula
4тг s; c Φ’ -Do
în care punem
Rr = R'rZcS0. = 2к
şi obţinem în final relaţia importantă
Ţinînd seama de dezvoltările asimptotice pentru R'r, formulele (3.18), rezultă valorile asimptotice pentru Do :
Reprezentarea grafică a mărimii /Jo în funcţie de pr0, pe baza figurii 3.21 şi a tabelului 3.6, este dată în figura 3.27.
Pentru aplicaţii se introduce coeficientul
dQ = 10 log /)0
(3.54)
numit Indice de directivii ale. în definiţie apare coeficientul 10 (si nu 20) deoarece D() reprezintă raport de puteri.
Ex. 3,4.2. Radiaţia în aer a unui piston circular în ecran Infinit pentru situaţia X == *rr0
Un piston circular, avînd raza r0 = 0,1 m, radiază in aer dc o singura parte şi este montat intr-un ecran Infinit. Viteza de oscilaţie este uniform repartizată iar radiaţia are loc la frecvenţa pentru care avem - тvr0. Sa se calculeze: a) impedanţa şi masa do radiaţie ; b) dacă amplitudinea de deplasare este Xo 240 4 m să se determine puterea acustică radiată ; c) presiunea axială la distanţa r,; ~ 2 in, deschiderea conului de radiaţie; e) factorul de concentrare acustică şi indicele de directivitate.
Calculăm mal Iutii parametrii dc radiaţie :
[I/o —: 2, »S0 ■-= кг* - к • 10 * m\
- 1 001,8 I Iz, ZeS’o IIбтГ’IO
— 13,01 kg«s >.
170

1
Fig. 3.27. Graficul factorului de concentrare sonoră Do corespunzător pistonului montat în ecran infinit, în funcţie de parametrul (3r0.

a) Din tabelul 3.6 obţinem
= 1,033, X'r = 0,5348, M°r = 3,23 g, M,IMţ = 0,31, de unde rezultă
Kr = I%ZCSO = 1,033’13,04 = 13,47 kg-s’1,
* . •> ж • ■ f * '• 4 * * Д " • • * "k
Xr = X'Z'S, = 0,5348-13,01 = 6,97 kg-s’1,
r
.1/, = 0,31.1/; = 0,31 -3,23 = 1 g = 10-3 kg.

b) Obținem succesiv
'Л =— Rr\ v» I’ = — /?,<■>’IA'o |*= — 13,47-4я'-1,091г-4-10-’ = 12.6 w.
9 2 9
c) Calculă
mai Intîi debitul
Qv = 50V0 = jcdX0S0 = j2*l 091,8-2-10’‘-7r’10'r = 4,3 10 rin’ &-\
J ș*w Г ol < ț j \ Ч QI / > ’ .< Jf • J r . • ■ ,4 ' ; C Î li ■ ’ * 4
f
din care obținem presiunea axială
I /'(2) I =
20-115-4,3-IU
/'(2) | (dB] = 20 Jog
2-10
= 28,4 Pa,
d) deoarece pre = 2 < 2,25 conul dc radiație are deschiderea chiar dc 180°.
c) Din grafic obținem
De(2) — 3,87, d0 = Ю log 3,87 = 5,87 dB.
171
* w
bl (W vrn tave v vwUtVMO U înăltuțelor obțlualo orcctulnd calculele pe «Itâ
cale- Celcnlâm tmi inttt tnlwsilatvtt do vudlațlo tixlalft
W<U
I l'(2) Г
2ZP
28
ПП
0,971 w.
Supt atu la echivalentă de radiație este du tu de
i™*;
2rt<2*
. V, WEW’TWW’ —
12,98 m’,

3,87
4>tBel că puterea acustică radiată se calculează prin
'Л ■ ’ 0,971 *12*98 " 12’G W‘
citri cave coincide eu cea calculată la punctul b).
bX. XlkSk Radiația îu apă a unul piston circular montat într-un ecran infinit, domeniul de radiație fiind iu lungimi de undă scurte
Ut piston. circular cu vaza r0 ~ 0,2 m este montat într-un ecran infinit și radiază m apa de •xire ac o singură parte puterea -- 10:- w la frecventa / ~ 20 к Hz. Să se calculeze . a) impe-iăixta de radiație x ^amplitudinea vitezei de oscilație șl amplitudinea deplasării: c) presiunea jlxU& creată la distanta rc ~ 2 m ; d) factorul dc concentrare sonoră și indicele de directivi-ute . o deschiderea eonului de radiație la o scădere de /10 ori (10 dB).
Ctktdăm tu&t tatii parametrii de radiație
3rc’20-103 -0,2
1,498’10*
« 16,78,
p = 5(3r0 = 5-16,78 = 83,9,
= 4tc40~* m\ ZeS0 = 1,537-10°-4k-IO’2 = 1,93-105 kg-s~*.
r [Xa formulele asimptotice obținem
K ~ i, a; ~ 0,
care rezultă.
= Z^CSO = 1,93-103 kg’S~4 Zr ~ Z?r.
Ih
(<♦<1
succesiv
(4
2*10
1,93-10*
V. = 3.22-W* tu-s-', I | -.= ILd : 3,2210 r 2.56-10 ’ w 2K-30-10’
in.
-3* * ГГ— ---------- -1.15 -10> Pa.

чТС
» l. utuuui D. -= (fir.)» 3 tu,7«» => 281.56 şl <1. 10 log p
«a МДЖ,
Ventkiui apwl vuluirea puterii prin lutonnediu) putorii axiale şl obţineai
10 log 281.56 -
t P(2) 1»
UZ,
IwJ i.lb’-10’-IOk
I ' ■ --- . .. ,
Pe   3’10W'1O*’3,81’IO’ ~
IO4 w,
«Шсі імсшйі cifru data IпЦІаІ,
Плайей» ей duloriU diroe-tiviutii prununţute supruiuţu de radluţie
.. IwJ llljţ
Лie - -   " "■ 0,178 iu*
/*. 'J8l.5ti   .
<44 iar
~ ZkPl VQ |\
2
0
172
a гр o valoare reiat i v mică.
H Din figura 3.12 rezultă că scăderea dc | 10 ori are loc pentru prrt 2,7, сом
vo « ondine la următorul unghi «ie deschidere
2 7
[JreslnO<t = 2,7, 20 (= 2aresin—* 18,5”.
1(1,78
3.4.2.   Impedanţa pistonului liber
Cîmpul pistonului circular liber în spaţiu nu se poale calcula cu ajutorul integralei R—II. Calculul se poale efectua în mod clasic pornind de la ecuaţia undelor de dificultăţile tehnice de calcul sînt mari. Se foloseşte faptul că pistonul infinit subţire (discul) este inclus într-o familie de coordonate sferoidale triortogonale în care axa mică a elipsoidului turtit tinde către zero. Pentru detalii cititorul poate consulta lucrările [MS-2], [SK-2], Vom prezenta aici ai rezultatele calculelor precum şi interpretarea lor.
în domeniul lungimilor de undă mari. (3r0 < 1, presiunea creată la distanta r este dală de   *
P = - —   f 1 + —]e-^r cos 0.   (3.55)
3~   r ţ jprj
expresie similară cu cea care dă presiunea la distanţe mari creată dc un dipol acustic.
Caracteristica de directivitate este bidirecţională, prezentînd lobii prin* cipali la Θ = 0 şi Θ = tu. Ca şi la celelalte tipuri de radiatoare în domeniul > 1 apar lobi secundari.
Impedanţa de radiaţie se exprimă sub forma
adică este egală cu masa de radiaţie, eiuduată de o singură parte, a pistonului montat tnlr-un ecran iпГiпЦ.
4 i î * •   * , г. Г. i; i : * >5 j: < < *?♦!*;)/. ? . i * И ' ’. ' t ' 1 • i
Remarcăm faptul că în domeniul pr0 << 1, devine
< ă dependenţa de rază şi frecvenţă este foarte accentuată*
care ara
\ uni tai in domeniul frocvcii|elor joase a eimpiihiî creat de pistonul liber folos ud
1) cu cele care se obţin aplicind teoiia
teoria cîmpului creat de corpurile oscilante miei
Să se compare rezultatele exacte (in domeniul (3r0 < . radiaţiei corpurilor oscilante mici (a se vedea paragralul 2.3..). Scriem formula presiunii, formula (2.87),
4 л г
in care ţinem seama că pentru cazul considerat avem
porjJ (din hidrodinamică).
M°r
Qc = 0, M°r =
(3.58)

de unde prin înlocuiri obținem formula exacta (3.55).
Pentru evaluarea rezistenței de radiație scriem formula (2.88)
= ^Zc (M^
2
12л
Po
hi care introducem condițiile (3 58) și obținem
r. 16P<roeZ?
o
27л
adică tocmai formula exactă (3.56,. Rezultă că teoria radiației corpurilor oscilante mici esle complet adecvată să descrie radiația pistonului în domeniul frecvențelor joase.
Reținem Faptul important că impedanța de radiație normată provine din împărțirea impedanței de radiație la Zc și la 2S0, deoarece în acest caz radiațiile celor două fețe nu pot fi separate.
în paragraful 2.3.6 la exemplul 2.3.4 am evaluat cîmpul acustic al unui difuzor liber echivalînd difuzorul liber cu un dipol constituit din două surse în antifază situaie la distanța d
niația acceptată conduce la erori echivalent pistonului liber scriem
=■- 2r0. Teoria pistonului liber arată că aproximări. Pentru a găsi distanța de a dipolului de = kr0 și egalăm presiunile date de (2.79)
4 л г
3л
din care obli ne ni
8
3л
3л
mărime
Ex. 3.1.5, Hrtdlu|in difuzorului liber in situația (3ra 0,1
Se consideră un difuzor liber în spațiu avînd r0 0,1 m șl radiind in condiția Br0 = 0 1. Să se calculeze a) presiunea creată ia distanța r - 2 m dacă amplitudinea danlasării este dc I A'o | x 10 3 m ; b) puterea acustică radiată.
P
174

'Mvulăiu parametru de vndluUe
i ФЛ0 n"
Uiți,
fi « t m | V„
ч pi
ы,Ml Hz. ,s'„ Tt'io ’ m*.
Un 'li. 1
I t I*
<n
^3<b)HZc |
lit." Иге-2
H
:i/v
b)
Rjdtpol echivalent) I Q» P —
2
((№,)*
I7V

4tc
0. Aceleași rezultate se pot obține prinlr-o
ч 11 F 1 ✓ 1 1
3.1,3, Impedanța pistonului capsulat
Problema determinării impedanței pistonului capsulat se poale rezolva

determininд cîmpul şi impedanţa la gura unui cilindru infinit avînd capătul la c = —oo iar deschiderea la r -- 0, Aceleaşi rezultate se pot obţine printr-o metodă fizică sugestivă. Dacă capsularea se realizează cu o incintă de grosime foarte mică este ca şi cum pistonul ar genera o undă de faţă în întreg spaţiul iar unda de spate ar fi absentă. Această situaţie se poate reprezenta ca fiind generată de semisuma a două cîmpuri : unul generat de un piston montat intr-un ecran infinit (radiind pe ambele părţi) iar altul generat de un piston liber in spaţiu. Reprezentarea este valabilă atît pentru presiune cît şi pentru impedanţă,
Notind cu indicele 1 mărimile din cîmp asociate pistonului în ecran infinit şi cu indicele 2 mărimile din cîmp asociate pistonului liber, presiunea rezultantă se exprimă prin
1 ПР^Ov___ol =
■'.WH ' vц » ’ \
~ JPfflQy.Q-jPr ‘I7ГГ
(3.59)
care se explica
Ik, în care are loc radiaţia. Se mai
— (pr0) c os 0 .
3тс
Pentru < 1, presiunea rezultantă se reduce la 0,5 P fizic prin dublarea unghiului solid, observă că in acest caz pistonul
aceea că radiatorul nu are undă de spate.
Pentru determinarea importanţei rte radiaţie (de o singură parte) calculăm semisuma dintre impedanţa pistonului în ecran infinit (evaluată de o singură parte) şi Impedanţa pistonului liber (evaluată de o singură parte), adică
175
termeni ca
«
o-
--- i-"0/ ' J o Vl Чтг
27n2 3те •*- J
ordin de mărime obţinem în final f
oi *-'o "" /v o*
(3.60)
Privitor la formula (3.60) remarcam ci ou a
Mai întîi rezistenta de radiaţie este jumătate din rezistenţa a pistonului în ecran infinit (evaluată de o singură parte) deoarece solid de radiaţie se dublează, 2л -» 4л. . „ , <•
în al doilea rînd masa de radiaţie Mr se exprima sub loi ma

^0
t I » 1
radiaţie unghiul
sau
care arată că masa de radiaţie se poate reprezenta ca fiind masa unui cilindru de aer avînd baza So şi înălţimea (2/л)г0 =*= O,637ro, masă de aer care oscilează sinfazic cu pistonul. <
în legătură cu evaluarea domeniului de aplicabilitate a formulei asimptotice pentru masa de radiaţie a pistonului capsulat putem utiliza şi în acest caz limitările arătate în exemplul 3.2.8.
3.5. Rezonanta în sistemele acustice . .
■ • * • ‘ ; i’ : : ' ■1 • •• :
. i . i 1
În capitolul 1 am studiat rezonanţa în sistemele mecanice cu parametrii concentraţi sau distribuiţi. Elementele finite sau diferenţiale cu efect inerţial, elastic sau fricţional erau localizate în corpuri solide. Sistemele acusfice sini constituite din onticii, incinte, tuburi,încare efectele fundamentale susmenţionate se produc în mediul fizic (/azos, în cazul de fa(ă acrul. în aplicaţii sistemele concrete apar ca sisteme mecano-acustice sau electro-mecano-acustice. Acest pajagial conţine analiza sistemelor acustice, în special a elementelor de ciicuil acustice. Sistemele eloctro-mocano-a'cuslice vor fi analizate în capitolul ,4. . < ' 1
3.5.1. (ondiudniibi unei deschideri

• Î . • I ‘ I И • i) 1 i ’ l ' • к |
Consideinm un Iul) de lungime / şi de secţiune uniformă Capetele tubului au condiţii acustice fixate.: deschidere în ecran infinit deschidere intr-un tub de .secţiune diferită (mai mare sau mai mică decît So)’ ele. Specificul situaţie) <>,sie modificarea ariei frontului de undă do la tub la exteriorul sau. l.iteva situaţii posibile sini arătate în figura 3.28.
176

3.28. Situaţii acustica tipice ale unui tub scurt: «) ambele capete sini tu ecran infinit; l>) un eapăt este în ecran infinit iar celalalt este conectat la un tub mai larg ; c) ambele capete sînt conectate în tuburi mai largi.
• •
I < || l: • * 4
¥ и ■ « ^4 J P () Г V*j — — *—*• - I)
Fie acum domeniul de frecvenţă caracterizat prin fW < 1 (tub scurt în raport eu lungimea de undă). Viteza do oscilaţie este distribuită în tub uniform. aerul oscilează ca un tot. iar efectul este inerţial. Presupunem că prin-tr-un anumit procedeu (nespecifieat aici) am calculat energia cinetică a întregului cimp acustic (tub şi exteriorul său). Nolîntl cu p0 viteza (uniformă) de oscilaţie din tub, putem scrie energia cinetică sub forma următoare
Ir •VI <Ч П1 К ! г V*11 i I > 11 *1 i 4 * i ■ . (1 I 1» * I 1 i > ! (I • > L. a 7 ro s

I \

3 / »»x

(3.62)
Po
esle comlucfunZa acustica a deschiderii, exprimală în m
iar Ma masa
in
a deschiderii (prin deschidere înţelegem tub împreună cu terminaţiile fizice de la cele două capete). Remarcăm că în exprimarea masei deschiderii am scris nu lungimea geometrică Z ei lungimea echivalentă Z(., cu Z, > Z. tn general putem'scrie
(3.63)
Д » Ь • . IV
So, masa in acest oscii înd sinfazic) de la
~)ro :
ecran infinit
b} SI (2/к)гй 0,()37rn (paragraful 3.1.3) pentru deschidere care comunica cu întreg spaţiul, y,. - -In, (capsulare echivalentă).
Remarcăm faptul că efectul reactiv esle localizat în vecinătatea radiatorului deşi energia cinetică esle localizată iu întreg spaţiul, valorile de la distanţe mari fiind relativ mici (scădere de ordinul r~2).
Problema determinării masei unei deschideri se mai poate trata şi din all punct de vedere (decîl cel al radiaţiei pisloanelor in diferite condiţii acustice), Se consideră un plan infinit (perfect rigid) avînd o deschidere circulară
12 — SisteiDc clePtroncusticc cd. 1 IU
177
Să comparăm relaţia (3.64) cu relaţia care se obţine folosind teoria radiaţiei Pentru un piston in ecran infinint masa antrenată de ambele părţi este (le două ori valoarea furnizată de (3.49), adică pfl(l6/3,.)r0.Sn, din caic (ompaiim eu (3.62) şi (3.64) obţinem relaţia dintre сотиnciania rezult ind din teoria radiaţiei G' si conducdanta dedusă de Rayleigh, notata cir G?
0.925G = — G.
. 1,08 .
! __ °o
Ir - - -------
16
— r0 3k
Concluzia acestui calcul este
1 W A wft M ш fc* * Ж _ ▼ b

16
3тс2
1g
că.abaterea relativă dintre G şi Gf este de 7.5%, abatere nesemnificativă pentru aplicaţii. Diferenţa decurge din ipotezele de calcul : a) scurgere staţionară a unui fluid incompresibil (G) ; b) piston cu viteză uniformă pe întreaga suprafaţă (G'). Pentru situaţia în care în deschidere se găseşte un piston rigid (con de difuzor), mişcarea reală este mai aproape de ipoteza b) în timp ce pentru situaţia în care în deschidere nu există piston mişcarea reală este mai aproape de ipoteza a). Teoria este valabilă şi pentru deschideri (cu sau fără pistoane) eliptice nu prea alungite, luînd pentru deschiderea echivalentă o rază rt. care decurge din egalitatea ariilor
t u:A'p' u n n г/кvv.' И 'Л oir.o ni
2 . e
.J Mir* - n. :u; .UI li 1 hl'RI'll П(| Я •!!ЕЙ iiППiЛI !; > i‘.И И'ГІЦfll 1 ti în care S este .aria elipsei
. ' ■> ; •' -I:' 7‘ ‘ 1 • ' Л . j
In aplicaţii se lucrează fie folosind conductanţele acustice ale deschiderilor, fie folosind lungimile echivalente date de teoria radiaţiei (în lucrare vom folosi acest ultim procedeu).
Terminaţiile studiate pînă acu m (deschidere în ecran infinit şi deschidere capsulată în spate) nu epuizează varietatea carurilor întîlnite în aplicaţii* O situaţie importantă este aceea a unui Gză infinit de diametru avînd practicată o (Ijafrai/mă foarie, subţire, de diametru d ^2/ arată în figura 3.29. Procesul fizic care are loc î modul uripălor, La distanţe mari de. diafrflgmă (locul diseontinuităţii) exist
e — \j S/tC,
I Іц. 3.2(1, 'Гпь nnlfonn de diametru </,, = o dinrragiml subţire de diametru d

\u‘ a vină
rQ4
178
numai o unda plană uniformă (analizăm domeniul de undă plană definit la unde cilindrice). Prin existenţa neudiformităţii sini generale moduri de propagare superioare neuniforme. care nu se propagă (au constanta de fază pur imaginară). Ele sini structuri staţionare care înmagazinează energie reactivă. Se constată că energia reactivă stocată in cimp este pozitivă deci energia in cauză este o energie cinetică. Pentru a introduce rnasa echivalenta deschiderii folosim următoarele considerente. Sistemul fiind liniar energia cinetică este proporţională cu pătratul modulului vitezei din cîmpul de undă plană. Notăm această viteză cu Vw. Pe de altă parte neuniforinitaîea produci ndu-se pe o porţiune de dimensiuni mici, intre viteza Vir şi viteza medie din deschidere, viteză notată cu V., subzistă relaţia
vA,s-., = V„Se.
care exprimă conservarea debitului. Masa asociată deschiderii va fi raportată la viteza medie din deschiderea diafragmei, adică energia cinetică IF, va fi exprimată sub forma 1
■ ■ . ■ ■ . i l i; t ■
и•; --= -- л/1 v0 p = - л/« | Ой
9 9
din care rezultă masa mecanică (sau acustică) asociată diafragmei.
în mod evident mărimea masei asociată diafragmei depinde de raportuj dintre raza diafragmei şi raza tubului. Cazurile limită sînt : a) raportul r0/rM este foarte mic fată de 1, situaţie în care masa corespunde masei de radiaţie a unui orificiu practicat într-un ecran infinit; b) raportul r0/rJZ este foarte data de
apropiat de unitate, situaţie in care influenţa diafragmei este neglijabilă deci masa asociată este nulă.j,
Determinarea masei antrenate pentru un tub cu diafragma a fost făcută de V. A. Fok iar o formulă aproximativă utilă în aplicaţii a fost
179

numai o unda plană uniformă (analizăm domeniu! de undă plană definit la undo cilindrice). Prin existenţa neuniiormilăţii sini generale moduri de propagare

superioare neuniforme, care nu se propagă (au constanta de fază pur imaginară). Ele sînt structuri staționare care înmagazinează energie reactivă. Se constată că energia reactivă stocată în cîmp esle pozitivă deci energia în cauză esle o energie cinetică. Pentru a introduce masa echivalentă deschiderii folosim următoarele considerente. Sistemul fiind liniar energia cinetică esle proporțională cu pătratul modulului vitezei din cîmpul de undă plană. Notăm această'viteză cu ViV, Pe de altă parte neuniforinitatea produ-cîndu-sc pe o porțiune de dimensiuni mici, între viteza Vл/ și viteza medie din deschidere, viteză notată cu Vo, subzistă relația

X
Jr ! л *1
= Vq.Șo,
Ш. • • • - . * - -

care exprimă conservarea debilului. Masa asociată deschiderii va fi raportată la viteza medie din deschiderea diafragmei, adică energia cinetică IVc va fi expri m a f ă s 11 b for m â
• * : • î l t! 1 • *
... ’• •! /.y. i;

din care rezultă masa mecanică (sein acustică) asociată diafragmei.
în mod evident mărimea masei asociată diafragmei depinde de raportu] dintre raza diafragmei și raza tubului. Cazurile limită sînt : a) raportul r0/rM este foarte mic față de 1, șjfualie în care masa corespunde masei de radiație a unui orificiu practicat într-un ecran infinit; b) raportul r0/rv este foarte apropiat de unitate, situație în care influența diafragmei este neglijabilă deci masa asociată este nulă. . r (,
Determinarea masei antrenate pentru un tub cu diafragmă a iost [acuta de V. A. Fok iar o formulă aproximativă: utilă în aplicații a loșt data de V. S. Nesteroy, [-RV]. Masa asociată se exprimă prin :
a) folosind,, teoria radiației
. j ■ 1 J ; i J .î : t I ♦, • * : *) : м i ! • » I. r > , • * • • •
<1 ‘2i'q,
179
l

; I / 11 i I *. : i > > > ' i ’ >
Funcția F(d/dM) exprimă
într-un
* ecran infinit reprezintă masa diafragmei în tubul acustic de diametru fixat, л
* л • â 1 >■ V /"Л "К Т 1 I 1 _ 1
t и
9 4 % •
ce fracțiune din masa diafragmei
Funcția F(.r) sub forma aproximativă dală de S. Neslerov este data de ' Г*
t •
F$) = 1
d
_V % 1 x F 1 *
1
ГМ
masa
: 0,066 ~ (1/1’5) se poate considera că deschi-
'• M
și este reprezentată grafic în figura
a) pentru (d'l'dM') > 0,8 efectul diafragmei este nesemnificativ scăzînd la aproximativ 0,06 din valoarea pentru (d/dxl) = ‘0 ;
l>) acceptînd o modificare cu 0,1 față de' situația' diafragmă în infinit, rezultă că daică (d/d^f)'1
derea este practicată în eidrair'infinit
Remarcăm următorul fapt important. Masa asociată diafragmei. formulele (3.65), reprezintă masa evaluată de ambele părți. Dacă de o parte deschiderea se continua cu un tub uniform, cum sînt spre exemplu situațiile aratate. in figurile 3.28, b și 3.28, r; atunci masa asociată saltului de secțiune esle jumălale din paloarea dalii de formulele (3.65).

O ultimă observaţie. î.n multei aplicaţii tubul de secţiune mare (dxl) mi este infimi dar ţinînd seama că efectele. reactive sini localizate în vecinătatea
Л (■> III) ' ,m>""" AI.
In taMul 3.7 Sini ,|,1C| nWnfi,,,.! ,K„1SU,.(.
masele mecanice şi masele acustice aso-
iцЬц/иі deser(iuijpf mqre cslc dc (
împreună eu ; alnngirile introduse, ciate.
180
Tabelul J. 7
Masa echivalenta pentru diferite structuri acustice pe = 1,21 kg-m'1
Masa echivalenta
Structura acustica
intr-un
Al \ Al
O,4244ro
= O,8488ro
\
Piston liber in spaţiu
Deschidere (pistonl de raza r(ecran infinit
16
16
Al Al
AZ =
= 0,6366r
M =
P<Д1
Al
fub uniform cu diagramă
Funcţia Fok
0,651 'A'
16
Po
Piston capsulat sau tub spaţiu
p0 0,654
л/ _ 221
p0 0,245
Al

deschis
Al
—i i
</■ \2r0

porj = 3,23rJ [kg]
181
Tabelul 3.7 (continuare)
Structura acustică
Masa echivalentă
infinit
Tub deschis intr-un ecran
Salt de
secţiune
de o parte într-un ecran cealaltă intr-un tub larg
P«rS
7 Tub deschis infinit» de
M =
o
182
Л ' tS.
p0 0,327Z
âl
Д1
Salt de secţiune realizat priiitr-un tub scurt
Л/

Ma -
AZ =
„ 8Ă' Ma =
г0, ăl
1,178
1,178
кіГv ăl
— A'ar 3к
3 0

vл*

ж* • ■ «j жіс‘1к ■ і’ИЖй’Млал ■

I <ib< hli Л,» (< VUl MVI3I <
Structura
1
і Л
IM
.u,

) l/HleUl»’ uxn’f nb .
Introducem în acest paragraf elementul dc resortului mecanic» 'adică elen
energie potențială.
Considerăm o masă dc aer (
Pf*
n0
este de lip elastic
ь ' ' C' По '•
ca reacția de comprimare (AlhV(-CxSle deplasarea volundcă variabilă
'. In mod evident ДП?:
iar derivată în raport cu timpul a acestei mărimi conduce la viteza vehunică
variabila, mărime notată cu c/^.. Expri ma in în (3»67) preșiuneu aplicată țiu
l°c de presiunea de restabilire) și trecem la amplitudini complexe. Obținem
/ >’ - -■ 1
/ « •— 'W ■ ■ ■ ■■ ■
По jco
j<oC«v
183
Pentru a preciza modul dc trecere de la mărimi acustici nice considerăm o
secțiune prin care aeiul inii a țusi 1,1 această secțiune So. Cu aceste
precizări (3.68) se rescrie
la marinii nieca-volunuil Qo, fie
F = l> So SnV - - — —- ' ‘ ~
din care rezulta relația cantata
Este interesant de comparat comportările celor două structuri acustice analizate
: salt de secțiune și cavitate intercalata între doua dcschideii mu i.
Considerăm structura acustică cu salt de secțiune, de la secțiune mica, de rază
r0, Ia secțiune mare, de rază rv (situația 6 din tabelul o./). Indexam cu 1
mărimile de la stingă saltului dc secțiune iar cu 2 mărimile dc la dieapla.
Reamintim că masa antrenată este raportată intotdeuna la viteza din secțiunea
mică. Efectul masei M asociată deschiderii este modificarea torței de la
secțiunea So la secțiunea adică г .
în timp ce debitul
nu
se modifică
Trecînd de la presiuni și debite, cele două relații
devin
ii'ciч;/ m ІтгснТ

(3.69)
care reprezintă relaţiile generale de continuitate (in domeniul frecvenţelor joase) asociate saltului dc secţiune, ecuaţii care corectează ecuaţiile de continuitate, date la punctul b) de la paragraful 2.1.4.
. Fie acum o cavitate de volum în care accesul se face prin două deschideri, de secţiune şi respectiv S2 cu orientările debitelor în opoziţie fală de volumul dc aer. Situaţia este arătată în figura 3.31. Ecuaţia de descriere este
din care deducem cele
două
relaţii asociate structurii Cи = Ors + jwC(,(,Pi, P| — P.J.’
considerate
и 11 j ш • <
(3.70)
do
’fr, Aг > Гъ
' “• '•'» h; ! г-1 '■
volum Й„ ovinii
3,3 î, Incintă
acustică
două orifieii Un B’tJi'wb
de acces.
184
Se observa că cele două structuri sini într-un anumit sens duale : relaţiile de descriere asociate primei structuri se transformă în relaţiile dc descriere asociate celei de a doua structuri înlocuind presiunile cu debitele; este adevărată şi implicaţia în sens opus. Ecuaţiile (3*69) şi (3.70) vor servi în capitolul l la fundamentarea circuitelor electrice echivalente pentru structuri electro-îneca no-acustice.
Transmisia
sunetului
o * o O • <■ * * O«
I t t $ * 10 *
prin tuburi uniforme
Vom analiza procesul de transmitere a sunetului prin doua tuburi acustice lungi si de secţiuni diferite. Distingem doua cazuri după cum în direcţia de transmisie se trece de la secţiune mare la secţiune mica sau de la secţiune mică la secţiune mare. ;
Cazul a. Sunetul trece dintr-un tub de secţiune mare într-un tub dc secţiune micii. Situaţia este arătată 3.32 a. Presupunem că în tubul (7) se propagă numai unde plane şi că diametrul tubului (2) este mic în raport cu lungimea de undă. Putem determina parametrii ele transmisie pe baza teoriei expuse în paragraful 2.2 cu următoarele precizări : este necesar să determinăm impedanţa acustică pe care lucrează tubul (I.) şi să ţinem seama de ecuaţiile de continuitate (3.69). în acest scop scriem ecuaţiile cîmpului acustic în debite şi presiuni cu luarea în considerare a relaţiilor (3.69) şi obţinem
Avem totodată următoarele relaţii care furnizează impedanţele de mărimi acustice
o ■ ’ ;• 1 , • y; :
undă în
lub larg.
I0g, 3,32. Transmisia sunetului prlnlr-uu tub eu salt de sevţi une ; a) de la Lub larg Iu Lub Îngust; b). du la tub îngust (a4

»nt j
165
di?, unde, prin împărţirea membru c.u membru a <el<>> impedanţa acustică do sarcină pe care lucrează tubul (
care se mai scrie folosind tabelul 3.7
în ipotezele făcute (Şr2) < 1 impedanţa acustică de intrare cu ZJS^ astfel că obţinem următoarea expresie pentru
în care
* > i * > i; 11 fii < î •}'1
• îtli1 ’• s; j и • >
Se observă că este practic egală
coeficientul de reflexie

l » î ' ■ 4 1 ♦ ' V I f ' < I s** | I V ; Г f • Mftjî
, = Z-f-гдгс/5i) = (Zc/S.) - (ZJ5,) = S1 - 5» (3.73)
4r Zai+.(ZJS1) (Zc/S.) + (Z./Sx) s, + s.
iar pentru coeficientul de transmisie
Remarcăm faptul că cei doi coeficienţi depind numai de raportul secţiunilor intrucii efectul masei asociate deschiderii de rază r2 este neglijabil.
La frecvente înalte pentru care avem X < d2 coeficientul de transmisie este practic egal, cu raportul S2/Si deoarece în tubul mic se transferă un fascicol de undă plană iar restul este complet reflectat de inelul de raze r2 şi rv
Cazul b. Sunetul trece dintr-un tub de secţiune mică într-un tub de secţiune тare. Situaţia este arătată în figura 3.32, b. Ecuaţiile acestui sistem sini similare cu cele dc la punctul precedent cu deosebirea că sistemul de ecuaţii este de dala aceasta următorul
deoarece, aşa eum am sublinia! în paragrafele precedente, masa asociată saltului de secţiune este raportată la secţiunea mică'. Cu această modificare impedanţa acustică de intrare, văzută de tubul (7) este
sau altfel scrisă
*
186
in (чi re
Dacă 5. 5j este mare faţă de unitate alunei componenta reactiva a impedanţei acustice de intrare nu se mai poate întotdeauna negli ja iar mărimile Ar şi trebuie să fie calculate cu formulele generale care nu mai conduc Ia expresii simple ca în cazul precedent.
La frecvenţe foarte înalte pentru care are loc л < coeficientul de transmisie devine egal cu unitatea deoarece deschiderea de diametru d{ radiâza practic un fascicol de undă plană în tubul de diametru d2,
MB к — ш -■ W « M • 1 ** < » Л «1*1 u < a “ * * 3| I « \ X % ■ ţ ж
1 ‘.l * W
JB
J ’ 4 4 *. «. 1* W IЙ >>lJ» t’ 5 >) J ~ T > • F l 1 » > y- « *
> ; j ■ i; • < v i g i ; - Нэг г» i \ ■■ <*r♦ l Z.
3.5.4. Impedanţa tuburilor scurte
Considerăm un tub acustic de secţiune constantă So
Mărimile de cîmp asociate secţiunii din stînga le indexăm cu 1 iar cele asociate secţiunii din dreapta cu 2. .Situaţia este arătată în 3.33 a. Definim impedanţa acustică terminală, notată cu Zn2. si. impedanţa acustica de intrare, notata cu Z
. si impedanţa acustică de intrare, notată
Urmărim să determinăm impedanţa de intrare pentru impedanţă terminală fixată în următoarele ipoteze : în tub se propagă numai unde plane şi lungimea
2.2.3 în modul
tubului este mică în raport cu lungimea dc undă J3Z < 1.
formulele (2.46) din paragraful
în acest următor
scop
rescriem
— Qc> sin 3/,
0
i*ig. 3.33. Impedanţa tuburilor scurte : u) schiţă dc principiu ; b) secţiunea terminală comunică cu un volum mare; r) secţiunea terminală conmnieă ru un tub îngust.
187
IMпiло factori are adecvată şi e* me-mbcu obţinem
membru
-----[kg-s ‘-in
Se observă că iu4>rdauţa do reteriuţa osie длс/ ş «<• umpedaulă terminală oarecare) uu se obţin reprezentări sugestive inşi doui errrnri inkuvMUte pentru aplicaţii. '
«. Г«&«< este conectat la a incintă de volum OP, mult mai mare teci sm-jimtl ;«ă«/mv \l tu acest caz tu secţiunea (2) este conectată masa anlie-tt»t.i a deschiderii (2) ai elasticitatea incintei, adică impedanţa

jw Йo

yp°
n»
nat ia e^te arătat& tn figura
următor

^’o
гв»$ЛВі)
\i-âtum că în ipotezele de analiză numitorul din dfe unitate. Ținem seama de egalitatea
(ȘOȘ. _
_ L ■■-- _ ■ ■ ^r-— M
Xc
este foarte apropiat

s evaluam lu^rhuvu
1 ’ 11 *
tv
v.nv este iu tuvd evident шieй față de unitate. Am ubUntU deci
7 î » > ФА(\йv ; l vPa ; 14~ л/ 1 y/>
^r+ 1 — +v;—7Г ~ э
слгv arata ca în acest caz tubul scud sccutnporlă ca o zmusd e^ahl cu masa cola-mutai dc aer cuprins tu tub.
t and b- t ubul este terminal pe nu perele iu care r.\7e practica/ un orificiu, de e<-i.d(«hui|d ti, midi mai mied deill emulm-laida lutmlm. tn acest eaz in srtțiunea (2) este conectată o masă egală eu masa deschiderii adunată cu masa antrvuutft, udictj
Ip& ța j<v> J t,
“»• (ît
ua
SihvUia oslo arйiaiй in l'is’iii'ii 3,33 c.
Hosoriom (3,75) in modul iirmiilor
- <i a 'Ja
(3.78)
Arătam oă în ipotezele laente număriilornl din (3.78) este foarte apropiat fată de unitate. Evaluăm raportnl
4
care arată că în acest caz tubul scurt se comporta ca o elasticitate egală cu elasticitatea volumului dc aer cuprins în tub.
Remarcăm faptul că : în cazul a) tubul modifică presiunea, debitul rănii-nind constant în timp ce în cazul b) tubul modifică debilul, presiunea răminînd
nms/unfd. t{i| >} Ut v
», /' ; h»; Л-»’: I'C e: na îd Го. i i/ te» Orî.E) *>b г.іпамг Імііиі l
3.5.5. Sistemul acustic elementar. Rezonatorul lîelmholtz
j « î] (\ <;ч ~ Ц И
Dispunînd de elementele acustice de bază, elementele inerțiale, elastice >i disipative, putem introduce svs/emu/ acustic elementar, denumit rezonatorul Hchnhollz, prin analogie cu sistemul mecanic elementar, introdus în paragraful 1.1. Tratarea va fi făcută în domeniul frecvențelor joase în care structurile pot fi caracterizate prin parametri concentrați.
Elementele disipative sînt materializate, prin rezistentele de radiație ale deschiderilor spre spațiul nemărginit.
Elementele inerțiale sînt materializate prin masele de aer cuprinse în tuburi și prin masele de radiație (antrenate) asociate deschiderilor.
Elementele elastice sînt materializate prin elasticilățile unor volume de aer la care suprafețele dc acces sînt relativ mici.
Rezonatorul lîelmholtz se prezintă sub două forme după modalitatea de aplicare a presiunii» adică în esență după modali la t ea de acces în rezona lor. Cele două forme sînt prezentate in figura 3.34.
Cazul a. Hczniudor cu impedanță de lip serie, a cărui schiță de principiu este data în figura 3.34, a. Presiunea este aplicată prin gîtul rezonatorului.
Masa acustica a rezonatorului are1 expresia

(3.79)
189
o

Wlu atll, IUr/.onntoriil I IcIшIioII.7.: a) eu linpedanțiî de Lip ho'vIo 'In cu linpvdautlt du Lip derivație (paralel).
I И I 4 H p • ! (' l ' '
inouv \i, oslo eoreella de masă anlrenaLă la capătul de acces din exterior iar \/„ oslo eorootia de masă ant renați! la capătul adiacient iпciпieь Conform teoriei expusă in paragrafele precedente, corecția Д/2 se ta 0,8488yi сспи,Лн limp ee Д/, se iaTic O.8488ro (dacă rezonatorul are ortftc.ul de acces din cimp osie practicat într-un ecran inlinil) Ite 0,(mbb/0 natnrul este Uhor în spațiu.)
Putem scrie deci :
i .вето
(dacă rezo-
I к Г \
•Яi\ч Ui ii\ pentru rezonator montat in ecran inlinil și
' '' \ . < tur I . • •
' M ' I • 1 , .) I /() «
pentru rezonatorul liber in spațiu, j'inînd seama do (3.80 a)
V, I Iii
A/„ = S»
pentru rezonator montai. ,in ecr;vj). inlinil și
ТЛIИ‘ШI')Ь •Я01.Г) Po { 1 I Q I . / ■
0
(3.80 />)
' f t 1 •. ”
(3.80 b) masa acustica totala
•1 ; ' 0,541 ’
se
t Uni1» I
exprimă
(3.81 «)
1 0.(176 -
(3.81 b)
bm:
pentru ’ rezonatut liber în spat im Elasticitatea volumului de aei m пiip *И
■ ■ • • i, (
'lll i 1IГHI »i
. <7° • I чi Г°
i.m îni>. •) i I nqir-ib din incilila osie data de .1 ÎL! 1
m и
unq i
. i ; ._ l
ж ’ЖII
și mi depinde docil de volum in ipotezele l'ăcule.
Ilezisteiițn ncuslieă provine din rezistența de radiație (evaluată de acces din cîmp) exprimată în unități acusticoLși este dală de

IШ!ГШ i и
j t I | fj 'r) • âjH o V) |
pentru rezonator montat în cernu infinit, și
„ • —--|kg-s >
4 tt
ISO

(3.81)
clemenlvle eon,sliliienle se exprima
d 1 I « h » . . ii Л \ I i ВИ к I I к I 1 \ 1 l i li
и Г. * > I. V*\ll .un K\ 'II ЧПЧ>
(3.83). , , .
I'Гi‘ciieп(ii ile гeroпaiiiin и i^ionatoriilui Jlelmholl
i ч И И ‘ 1 M
, notată cu G)o, este defi-

Г <
.85)
pe'nlru rezonai or în ecran infinit
[Hz]
Л)_____J
По 1 -I- O,588Z/ro
S: > и- H 1 I ■ : . ! 1 » ‘ ' C < i î I f 5 1 J
юIГтпн ’ub‘o i
1-1- 0,676//r„
[Hz]
•v>i î
A. 79,51
pentru rezonatorul liber în spațiu
Factorul de calitate acustic, notat cn Qaf factorul de calitate mecanic si anume
■
este definit
cu
•6i‘. u Л > î f
* n Maw0
.M
J • U 1
y
III
formule

2
wj
17T ——---
«J Z, u 1' /
numerice obținein
, ' I Г! ‘ И b H I . 1 ih t ‘
I
Г1 + ( ).588//r0]»
1- •: II J J { Г» , ,J

I -I- (>.O7U//ro Г*
* •
191
l'aclonil de ralilith* mai mare radi a (ic cxlcmica.
Se remarcă faptul că rewnaloi'iil liber are tb^il rcwMttA'»r«/ în ee»'<ni
<A’"'trnc rruslcnfti mi i <
Denumirea de rezonator eu inipcdanla minimii si st' rciiuce ia
eă la rezouaulă impedaula de intime an < rczonalor prezintă vi-
X R.r Excitai in presiune eofislanlă acest lip <l< н/.omii i
teză maximă la frecventa de re/.опаіф'о I.i.iьi do principiu
A\,
* a e >
I
1 j <0 Л l к
I
ii
I I
(I -
u
a <i
<оаЛ/’

identică eu reprezentarea serie-paralel a react orilor disipa tivi
* ’• v и î iBhHi . . 11- >
Л/’co’
4 a e> 11 (I)) —
ap
a
a

în varianta dc fală se defi-
l'recuenla de rezonanța a rezeruoriilui Helmholtz in varianta de l'ața se
definește ca frecvența, notata cu <p0, pentru care partea reactiva a aclnutanței
se anuleaza, adica aceleași Formule (3.85) și (3.86). Itamine neschimbata
61 o
rezona t oa rele 11 el ni hol t z
M‘>6>î
/ (|(0q
v -
«o 9âîî««>
<10
192

a) în unele, situații rezonatorul nu are gît propriu-zis ci numai o dcschi-
dcre (orificiu) dc acces în incinta. Pentru asemenea căznii in foi. inul a (»>.
3) avem / == 0 iar masa rezonatorului este constituită numai din masa asociata
deschiderii. , , .
b) în alte situații în gît (sau deschidere) se află un strat subțire de
material
transparent (rips, tifon) care introduce așa numita rezistență de ciuent, astfel
că rezistența totală (în unități mecanice sau acustice) este suma dintre re/As-
tența datorită radiației și rezistența introdusa de materialul transpa/ent
acustic. , 4
e) Multe aparate electroacustice au ca element constituent tipic o deschidere în
care se află o membrană (sau placa, sau con) caracterizata printi-o masă, o
elasticitate și o rezistență acustică, de natură pur mecanică, torța care
acționează membrana, forță notată cuFm, este de natură electromecanică si se
aplică întregului sistem mobil. Notînd cu So aria deschiderii, Pem = Feml SQ,
Qvq debitul care tranversează deschiderea, Zac impedanța acustică a conului
(membranei), Znd impedanța acustică proprie deschiderii (masa antrenată și
rezistența acustică datorată radiației, ecuația sistemului mobil se scrie ’'
’’ г'1 M h'
în care Pe este presiunea generată de alte elemente acustice parcurse (în parte)
de debitul Qt0. Concluzia care reiese din ecuația depresiune mai înainte scrisă
este că impedanța ansamblului deschidere și con are ca impedanță acustică suma
celor două impedanțe acustice parțiale.
Ex. 3.5.1. Transmisia sunetului prin tuburi uniforme cu salt de secțiune
Se consideră transmisia sunetului prin tuburi uniforme cu salt de secțiune,
conform figurii 3.32. Raza tubului îngust este de IO"2 m iar raza tubului larg
de 5 -IO"2 m. Să se determine parametrii de transmisie în ambele sensuri.
Frecvența de lucru este f = 1 800
a) Transmisia de la tub larg la tub îngust (fig. 3.32, a). Calculăm în prealabil
Hz.
₽r2

2тс-1,8-IO3-IO"2 ----------= 0,329,

343
= 0,2, к = F(0,2) = 0,7 (fig. 3.30),
— (₽r2)/c= 0,8488-0,329 *0,7 = 0,1954 < 1 Зтг i . и
din care rezultă că
putem aplica formulele (3.73) și (3.74). Obținem
*,=»
S'i 4"
24
— == 0,923,
20
a. « 1 _ A’ « 1 ~ 0,023- ~ 0,148,
care arată că din energia incidență numai aproximativ 15?o so transmite în al
doilea tub.
b) Transmisia de la tub îngust la tub larg (l’lg. 3.32, ă). Avem In acest caz
— - I/ A « в, JL (АГ1)A' & » 0,1946-25 = 4,885, Гi f »Sj Зти jSj i
13 — Sisteme electroacustice — cd. 110
193

din caro oIЦIпспі că hrpodanța acustică (io intrare efitd
y n 0
Obținem mal departe.
Z„ - (ZJS.) (Zr/S3)(l + J-1.885) - (Z<./5\) _ _- (! + ^4’885>
Г ~ Z.» + (X'/Si) (Zf|,Sa)(l -ț- j 4,886) + (Z./S.) (Sa/S«) + (1 + j4,885)
24 — j-1,885
26 -ț- j-1,885
24,492 |-U,5O50
26,455-10,641°
0,926
-157,854°
a = 1 - | Ă-r |s = 1 - 0,9552 = 0,142,
Se observă că modulul mărimilor Â\. și a nu se modifică substanțial în cele două situații dar defazajul introdus se modifică apreciabil, cu circa 23°.
Ex, 3.5.2. Transmisia sunetului prlntr-un tub uniform avînd inserată o diafragma
Se consideră transmisia sunetului printr-un tub de secțiune constantă avînd inserată o diafragmă (fig. 3,29) în care rM = 5 -IO'2 ni, r0 = 2-10“2 m iar frecvența de lucru este f = 795 Hz. Să se calculeze masa asociată diafragmei precum și parametrii de transmisie.
Calculăm în prealabil
5 -IO3-2-IO’2
= 0,4, & = F(0,4) = 0,442, Sr0 =---------------- = 0,291.
343
Din tabelul 3.7 obținem
— por’A- = 6,45 •2310'e -0,442

16 po ,   0,654
0,442 = 14,45 kg*m 4.
M.- „
3тг2 r„ 2-IO’2
Pe de altă parte impedanța acustică de intrare este dată de
de la stingă diafragmei spre dreapta
. 16 i —
3тс
•'C
57<w
16
3тv
0,201 *0,442 —

din care deducem coeficientul de reflexie
k =   4» li36j) — (ZțlSto) _ l»36j
'   (ZC/SM)(1 + 1.36J) - (Zc/Sw) “ 2 + 1.36J ~ ’ ВЖ
și coeficientul de transmisie in putere
a = 1 - | kr I’ u= 1 _ 0,5623' « 0,684.
Se observă eй prezență dinfrutf.nol conduce lu scăderea coeficientului de transmisie ta putere de la a = 1 (in absență diafragmei) iu valoarea 0,684, adică se produce o pierdere de 31,6%.
194
K\t ЙЛД CiUtmhit pwtiwmiuitoior unul maniilor Hidm’hohZ
Se onnaldovă un iw,imnl or llolmbollz avhul dlmonahinllo /жя040 3 in* r0 - 1.55 40 * nrU 1Л240 * m\ SA se vnhmhvm Д șl ()0 In colo două variante do montare: In ecran infinit 4 uiwv In apnțhh
Calculăm mal tnUI raportul
rn Ь55
Venim montare tn cernu Infinit obținem aplicînd (3.80, «) șl (3,88, o)
1,55’10 u
1'1 ■! « ML "
= 249,2 Hz,
h 0,588 ’0,387
2,5/1,12 40 3
1 + 0,588*0,387 3
= 58,3.
1,55 «IO"»

Venim rezonator liber in spaţlii obţinem aplicînd (3.86, b) şi (3,88, b)
/,, > 70.51]/ 11^'10 ’■-----i------ = 263,4 Hz,
f 1,12 40-» 1 -I- 0,676 -0,387
1 + 0,676 *0,387 l3
■ 1 ■ I • ■ " ■ ■
1,55 40-8
= 99,77.
Se observă că frecvenţele de rezonanţă pentru cele două situaţii nu diferă mult, în schimb facturi! do calitate sînt pravile în raport de simplu la dublu fapt datorat scăderii rezistenţei de radiaţie prin trecerea do la montare în ecran infinit la montare liber în spaţiu.
Formulele dedusa conduc la verificări experimentale foarte bune. Dar, pentru rapoarte Z/r0 muri faţă do unitate cu r0 nul mică decît 1 mm verificările sînt slabe deoarece în acest dome-f nlu Intervine efectul de viscoztlata care modifică (prin mărire) rezistenţa acustică totală.
Ex, 3.5.1. lilmrnsloiinrm rezonatoarelor Holmliollz
Incinta unul rezonator l îelmholtz este sferică şl arc diametrul D = 0,1 m. a) Care este raza perforaţiei ce trebuie practicată în peretele incintei pentru a obţine un rezonator cu frecvenţa dc rezonanţă do 320 Hz? Calculaţi în acest caz factorul dc calitate, b) Cum se modifică datele dc la panelul a) dacă secţiunea orlflclulul se dublează? c) Cum se modifică frecvenţa de la punctul a) ducă în peretele Incintei sînt practicate două orlflcll Independente identice avînd raza calculată la punctul a)
Calculăm volumul incintei
4rc (I) V’ 4n 10 ° ftQ .ln .
оя ■■ ■ i I —I во ■ ...sa 5,23 *10 * m\
3 12/ 3 8
a) Dacă punem In (3,86) l o obţi nem
320 p
74,22 I
5,23*10 4 « 0,72*10 ’ m,
5,23*10 *
9,711’’ Ю •
— 59.06
195
pentru montarea în ecran infinit şi
r r 13
320
5,23 40 4 = 8,46 40“’ hi
= 4,06
5,23,10 *- = 110,32
8,46’40-“
pentru, montarea liber tn spaţiu.
» Duca secţiunea se dublează raza de x 1 2 ori, adică se înmulţeşte cu /2 iar frecvenţa de rezonanţa creşte iar factorii de calitate scad fiecare in
Q'a = 59,66(2-3/4) = 35,47
pentru montare în ecran infinit şi
Q'a = 119,32(23/*) = 70,94
mo*
neutru montarea uber în spaţiu. w
c) XegUjînd interacţiunea dintre cele două orificii, observăm că debitul exterior se împarte în două debite egale ceea ce arată că impedanţa echivalentă a celor două orificii este egală cu mmltatea impedanţei unui singur orificiu, adică
— (f^a "i” jCO Л/д),
2
mn care rezultă că frecvenţa de rezonanţă creşte ori
fi' = f0 /2 = 320 = 451,2 Hz,
iar tartorii de calitate cresc, fiecare în parte, de 2 ori
Q" = 0alZ2 = 59,66 /2 = 84,37
pentru montarea în ecran infinit şi
Qa = Qa /2 = 119,32 /2 = 168,74.
Ca o concluzie la

Iculele prezentate
rezultă că rezonatoarele
un factor de calitate mai ridicat
față de rezonatoarele cu un
cu mal multe orificii realizează singur orificiu.

3.5.6. Rezonanța tuburilor acustice

Rezonanța în tuburile acustice cu secțiune uniformă poate fi analizată in două moduri ținînd seama de factorii de calitate, relativ ridicați care intervin în sistemele considerate. Un prim mod de analiză a fost utilizat in exemplele 1.2.1 și 1.2.2 în care frecvențele de rezonanța au fost determinate ca frecvențele proprii ale sistemului considerat (în exemplele considerate sisteme de natură mecanică). Al doilea mod de anliză, care va fi utilizai în cele ce urmează se bazează pe conceptul de impedanță de intrare.

196

IIД. 3,35. Tub nciistlc încărcat la ambele capete cu impe-danțe ficuitleo

acționat la capătul (1) cu o forță Г2.

Considerăm nu tub uniform dc lungime / și secțiune S„ = r.rl, încărcat hi capiii cu impedanța acustică Za2. La capătul x — 0 se găsește un piston de Impedanța acustică ZeI, acționat dc o forță F, (este vorba evident de amplitudinea complexă a forței). Notînd cu Cu debitul la capătul (1) și cu Ztff' impedanța acustică dc intrare văzută spre dreapta la capătul (1), ecuația locală de evoluție se scrie

- =- Л = [Zal + Z^]Qvt.

&0

Situația este arătată în figura 3,35.

în funcție de impedanța Zai, de lungimea tubului și de frecvență impe-danța acustică dc intrare poate lua diferite valori care conduc la diferite tipuri de rezonanță.

Pentru analiza situațiilor posibile notăm cu ra + j.ra impedanța acustică terminală Za2 normată la impedanța acustică a tubului Zc/SQ. Cu această notație impedanța acustică de intrare în secțiunea (1) se scrie ținînd seama dc formula (3,75) sub forma următoare

Pentru situațiile în care avem ra < xa (disipație mică, fapt presupus continuare) definim:

— frecventele de rezonanță serie, date de rădăcinile ecuației

Im[Z(V] = 0,

în condiția că frecvențele reprezintă minime locale ale modulului ;

— frecvențele de rezonanță derivație, date de rădăcinile ecuației

Im [Z'V1 = 0,

în condiția că frecvențele reprezintă maxime locale ale modulului. Sînt importante următoarele cazuri particulare.

Cazul a. Tubul este blocul, la capăt, Zni — oo. Impedanța de intrare devine • din care rezultă pentru frecvențele de rezonanță serie formulele

(3.92)

197

iar pentru frecvențele dc rezonanța dotixație

« ПТС> W„ “p- » b '

<

Cazul b. Tubul este terminat la e.apăl intr-un ecran infinit. acest caz (ЗЛКI)

Avem în

1 J»(23r») >... Sifffij)..

Га=1---------л Ръ

Pentru domeniul frecvențelor joase putem obține sduliile »> 1

toate rezonanței folosind dezvoltările asimptotice în acest domeniu frecventelor de rezonanță are sens deoarece disipația este mică. 1 ' ,u.” '

ment similar este valabil și pentru cazul cînd tubul este tei minat hbci. tai a ecran.

în domeniul frecvențelor înalte avem ru -mai produc efecte importante de rezonanță.

Are sens deci să analizăm separat ч

Cazul c. Tubul are terminație preponderent reactiva cu îndeplinirea :ncpa litălii

0, astfel că nu se

Expresiile concrete pentru ra şi xa sînt funcţie de tipul acustic al terminaţiei (ecran infinit, terminaţie fără ecran).
Pentru exemplificarea condiţiei de rezonanţă raţionalizăm (3.9 D st punem condiţia de anulare a părţii imaginare, Obţinem ecuaţia
xa tg2 ŞZ + (л-l + rl — 1) tg pZ — ,re — 0. (3.VП
Soluţia aproximativă a ecuaţiei (3.94) se obţine punînd r7 — 0. diu obţinem noua ecuaţie
xa tg* pZ + - 1) tg p? - « 0, (3.95)
care se desparte în două ecuaţii
tg pZ = —tg pZ = (1/.гл).
Prima ecuaţie
tg pz = —хл, .та > 0,
are soluţia pentru n \ în jurul valorii / = ţc. Dezvolt înd îu serie pe tg pZ în jurul valorii pZ — ti şi scriind xa pAZ, obţinem soluţia pentru prima frecvenţă de rezonanţă serie
adică
198
Mărimea A/ osie chiar corecţia terminala : (8/3тг)г0 pentru montare in ecran infinit şi (2/ft)re pentru deschidere fără ecran.
Soluţia ecuaţiei (3.96) adică (3.97) reprezintă prima frecvenţă dc rezonantă deoarece înlocuind (3.96) în (3.91) obţinem
\ doua ecuaţie
tg JJZ = l/.r„
(3.98)
are soluţia pentru n — 1 în jurul valorii ₽Z — те/2. Dezvoltînd în scrie pe Ig t3Z în jurul valorii ŞZ — 7i/2 şi scriind ca mai înainte .ra ~ J3AZ, obţinem soluţia pentru prima frecvenţă de rezonanţă derivaţie
[(k/2) - pZ]-1 = [₽AZ]"S
adică
Şj(Z 4* AZ) = (тг/2), ой =
Cp
2(Z + AZ) ’
(3.99)
Soluţia ecuaţiei (3.98) reprezintă prima frecvenţă deoarece înlocuind (3.98) în (3.91) obţinem
dc rezonanţă derivaţie
— Zdlfco) = ^(^1) + j[a--q(<Oi) + ~ Φ1) + 1 ~ r-VW1)
Zc W ra(«i)
Putem trage următoarele concluzii.
d) Daca tubul este deschis la capătul (2), cu sau fără ecran, atunci prima frecventă de rezonanţă serie (sau derivaţie) se calculează ca şi cum tubul ar avea la acest capăt o impedanţă nulă, Zft2 = 0, dar lungimea tubului ar fi mai mare cu Al, corecţia terminală. în acest mod este corect rezolvată rezonanţa tuburilor acustice libere la un capăt.
b) La frecvenţa de rezonanţă serie impedanţa de intrare a tubului este dată de
Z^ = —ra [kg-s-î-m*4] sau = ZcSora [kg-s*1] «Sq
iar la frecvenţa de rezonanţă derivaţie
Z‘V =• [kg.s-’.m-4] sau Z{,j| == Z^L[kg«s~l«ni4].
50r„ re
Ек. 3.5.5. Frecvenţele dc rezonanţă alo unul tub acustic
Se dă un tub acustic do lungime l = 1 m şl rază r0 — 5 40’’ m. Să se determine primele frecvenţe de rezonanţă, serie şi derivaţie, precum şl impedanţolo do intrare la cele două frecvenţe de rezonanţă.
Calculăm parametrii de lucru
50 nr! » тгбМ0’< - 7,85*10 ’ m’,
/< l + (8/3к)г0 =j 1 4. 0,8488’5*10’’ l»042 m,
l'f « l + (2/n)r0 1 + 0,0360’5 *10’’ 1,032 m.
199
Prima frecvenţă do rezonanţă serie este
f .. f0 и _____ : 164,58 IU (montare iu ecran htfhdth
Ju~ 2/J 2-1,042
__ co _ ta 106,82 IU (deschidere liberi in spaţiu)'
Ь 21? 2 4,032
Calculăm parametrii auxiliari

(Pr0)/f= 2irroCox = 2я’5‘10 «‘343 ' — tM 50*10 1 s.
r«(w;9) = —• (₽îa)
(9,1.59*1.0 4'16i,58)«« 1,13'10 ■.
— (9,159 ’10'4‘166,82)* 33 5,84'10’’»
415
7,85’10"»
din care deducem impedanţele do intrare, de rezonanţă serie
Zai^'is) = Ф
în unităţi acustica şl mecanice, la pvhna frecventă
5,286-IO1-1,13-10’’
5»97’10s kg*S’l*nV\
c
0
Ztjh(w1s) — 2ai\<01в)5o
, .-’Ц . x . \ *,
pentru montare în ecran infinit şi
5,97'10*‘7>858'10'* «= 3,68 40’« kg4T«
4iW,)= — = 5,286-IO*-5,84-IO’5 = 3.08-10’ kg-s ’-m-*,
So l
z^(o>") = Z^(Wu)S; = 3,08-10’-7,85-10-’ = 1,89-10’’ kg-S*> и i r' f V 1)I’t (îî
*) | rif) i) G < ti i) C ' *«K * «M î ■ i 1 I»t l ţj*1
C * ♦* 4 дД
pentru deschidere liberă în spaţiu. Frecvenţa de rezonanţă derivaţie este
' \ » I M K • 4 ч * * * J s -Л - «*/ • 1 < 4 • w
s = 82,29 Hz (montare în ecran infinit)
■ î c •
-//• <’O
r,d“7?
Deoarece frecvenţele do rezonanţă derivaţie slut jumătate din frecvenţele scrie corespunzătoare rezultă că rezistenţele de radiaţie corespunzătoare rezonanţelor derivaţie sint de 4 ori mat miel decit cele corespunzătoare rezonanţelor serie.
Obţinem pentru impedanţele do intrare la mo* nanţelc derivaţie
y(i), /, Ze 4 5,286 40*’4
%al (toid) ==---------
S. rJH.)
zl2(«w)s;
pentru montare In ecran infinit şl
ZiPţW,,) >4 — —-------
s. »•;'(«{)
i7= 83,41 Hz (deschidere liberă in spaţiu)
— 1*871 ‘10* kg‘m\
. 1.13-10-»
O 1,87140’-7,85’40-» « 1.15>l0’kg-s-‘
5,280-10*-1
=» 3,62’lO1kg‘S'''me<1 ' * ttV *!
5,84'10 »
4J’(wţl) = ziVţw'.jys; = 3,62-10’ .?,85«. 10 • = 2,23-10’kg.8’» pentru deseliidero liberă în spaţiu.
200
Radiaţia orificiilor
Transmiterea sunetului prin oriiicii prezintă interes intr-o serie de apli-сявп turn sînt spre exemplu: izolaţia sonoră, absorbţia prin rezonatori, etc. Cele mai semnificative situaţii apar atunci cînd raza orif'iciului In cauză este тioЙ in raport cu lungimea dc undă (domeniul frecvenţelor joase). în acest domeniu vom efectua analiza care urmează.
Vom sublima înainte de toate un fapt esenţial : la frecvenţe joase radiaţia deschiderii este nedirectivă iar unda generată este sferică ; la frecvenţe înalte radiaţia deschiderii este puternic directivă iar unda generată este aproximativ o undă plană (evident avînd o scădere cu distanţa de 1/r).
Vom analiza următoarele situaţii : «) tub avînd deschiderea terminală inti^un ecran infinit; b) rezonator lîelmholtz montat într-un ecran infinit ; c) rezonatorul Helmholtz liber în spaţiu ; e) tub de comunicare între două semispaţii; f) orificiu practicat în peretele unui tub acustic infinit. Schiţele de principii pentru cele şase situaţii sînt date în figura 3.36.

Fig. 3.36. Diferite situaţii în сиге se produce radiaţia acustică a deschiderilor : o) tub terminat într-un orificiu practicat într-un ecran infinit; b) tub avînd deschiderea terminală liberă în spaţiu ; c) rezonator Helmholtz avînd altul montat într-un ecran infinit ; d) rezonator Hohuholtz liber tu spaţiu ; e) orificiu practicat într-un ecran infinit do o anumită grosime ; f) orificiu practicat într-un tub infinit.

g —h-----—-

3.6.1. Radiaţia deschiderii terminale a unui tub

terminală a unui tub, eneigia Cazurile a) (figura 3.36, a şi b) terminală şi prin rezistenţa de

Analizam cîmpul creat de deschiderea acustică fiind injectată în interiorul tubului, (figura 3.36, b) diferind doar prin corecţia/мьг1ти<иЬиНі • radiaţie vor fi analizate împreună dar este necesar sa fie şepaiate doua ut .ia ,1 . tubul este de lungime finită şi tubul este de lungime infinita.

Cazurile a .si b. Tub de lungime finită. La capătul x = 0 acţionează o presiune Pe (aptitudinea sa complexă) prin intermediul unui piston de. impe-danţă acustică Z,tl. Impedanţa pe care lucrează tubul la căpătui x - Z este Za2. impedanţa deschiderii terminale. Pentru a determina presiunea şi viteza (sau debitul) în deschidere, scriem expresiile presiunii şi debitului in punctul curent .r <s (0, Z), sub următoarea formă

IP(.т) = /1 cos p.r + B sin p.r,

(Ш = I = î 7 Zc dx Zc

Constantele complexe A şi B se determină din condiţiile la limită la cele două capete

(3.100)

jP(O) + ZalQv(0) = Pei

\P(l) - ZMl) = 0.

Notînd cu litere mici impedanţele acustice terminale normate la impedanţa acustică de referinţă Zc/S0, adică

condiţiile Ia limită conduc la următorul sistem de ecuaţii pentru determinarea constantelor A si B

M +]zalB = Pei

U(cos pZ + j-a2 Sin pZ) + B(sin pZ — jza2 cos pZ) = 0. Rezolvînd acest sistem de ecuaţii obţinem soluţiile sub forma

Pentru

P(X’) -- [>a3 cos p(Z - x) + j sin p(Z — x)],

Q0(x) " y ~ [cos 0(Z - X) + j Zaî sin ₽(Z - x)],

capa tul x l obţinem

■"Й’М-ii.

Л Д Z.

(3.101)

(3.102)

Mărimea

Д reprezintă determinatul caracteristic al sistemului considerai iar reprezintă ecuaţia sa caracteristică. Soluţiile ecuaţiei caracteristice reprezintă frecvenţele proprii sau frecventele de rezonanţă (identitate valabilă pentru pierderi mici, fapt presupus ca adevărat).

Prezintă interes următoarea situaţie particulară. Impedanţa Zel este pur reactivă iar Za2 are următoarea structură (tipică deschiderilor de rază mică faţă de lungimea de undă)

în condiţia îndeplinirii acestei inegalităţi este sugestiv să scriem determinantul caracteristic sub forma

sin 31)

în care

IT

devine

N(PZ) = (xal + xa2) cos pZ + (1 — жв1хв2) sin 3/ (3.103)

reprezintă determinatul caracteristic (abstracţie făcînd de constanta j) eralua! pentru pierderi nule. Exprimarea determinantului caracteristic în forma dată de (3.103) permite explicarea procesului de rezonanţă astfel. Termenul disipaţi v fiind relativ mic se ia drept ecuaţie caracteristică ecuaţia

N(P0 = 0,

care are rădăcini reale deci frecvenţe de rezonanţă reale. Fie prima frecvenţă de rezonanţă notată cu <n0. La această frecvenţă determinantul
Д(3o0 = ra,(cOS [V — 2-al ?o0»
Ь 1 I P ? Z f * I ж 1 f f t f t f I i f / к Ъ
7 >
care este o mărime relativ mică (în raport cu valorile luate de X în afara rezonanţei). Rezultă că la această frecvenţă modulele presiunii şi vitezei trec prin valori maxime şi deci se produce o rezonanţă de lip serie.
Mai putem obţine o formă sugestivă pentru determinantul caracteristic ţinînd seama că, în ipotezele făcute, xa2 este mic faţă de unitate, că se exprimă ca pAZ (AZ fiind corecţia terminală), atunci scriind
obţinem o nouă formă de exprimare a determinantului caracteristic
+ ra2(cos p/ — xal sin p/).
Dacă în plus tubul'este scurt, p/ < 1, relaţiile (ЗЛ02) devin
Г nm __ n iPA*
0
203
Revenind la formulele generale (3.102), rezultă că putem^calcula presiunea din cîmpul îndepărtat, ₽r>l, folosind teoria surselor pulsante Obţinem
P(r) = e~^r >
Ф.Г
fn care фг este unghiul solid de radiaţie. Mai putem serie
-Лк ,
p<r) =
din care rezultă puterea radiată
(3.105)
Dacă pistonul funcţionează peste frecvenţa de rezonanţă, adică este o mărime pozitivă, putem scrie xal = (Zp lungimea echivalentă în aer) iar tubul scurt, (J/ 1, puterea se scrie sub o formă relatix simplă
(3.106)
Formulele deduse se particularizează pentru deschidere în ecran infinit luind Д/= (8/3тс)г0 şi фг = 2- iar pentru deschidere liberă Д/ = (2/-)r0 şi 4tc, Cazurile a şi b. Tub de lungime infinită. In acest caz către deschidere soseşte o undă plană incidenţă de amplitudine complexă (luăm ca origină de fază chiar faza undei incidente în secţiunea terminală a tubului). Problema pusă aici se încadrează în problema de la suhparagraful precedent alegind în mod adecvat mărimile Pe şi Zal (conform notaţiilor deja introduse). Mărimea Pe reprezintă generatorul echivalent de presiune atunci cînd sarcina acustică are impedanţa infinită, prin urmare ţinînd seama de teoria expusă în capitolul 2, secţiunile consacrate undelor plane, rezultă că Pr = 2РЙ In ceea ce priveşte mărimea Zal aceasta reprezintă impedanţa acustică de intrare a unui tub infinit de secţiune So, adică ZejSQ. Mai rezultă totodată că 1. De aici obţinem noua formă a determinantului caracteristic
A (1 + Za2) cos p/ H- j(l + za2)sin 3/ = (1 -h raî)e-^‘.
Deoarece lungimea l nu intervine esenţial în determinarea amplitudinilor complexe iar faza presiunii incidente a fost fixată termenul exponenţial va li luai, egal cu 1.
Ţinînd seama de structura impedanţei terminale, care este aceeaşi ca în subparagratul precedent, şi dc noua formă a determinantului caracteristic obţinem expresiile presiunii şi debitului în deschidere
/>(/) =- 2/\ —
1 + 10ДI
2I(РД/)P..
(MO -
2P, S,
1 + JP ДI 2,
(3.107)
204

JOr
(3.108)
ртесикг d paterea radia tă

(3.109)
eh»er,â că puterea radiată depinde
In ambele situații a rjalra s razei deschiderii terminale a tubului.
de puterea
3Л.2. Radiația rezonatoarelor
Ашriiяаш cîmpul generat de rezonatoarele Helmholtz (de
în raport cn lungimea de undă) introduse într-un cîmp de unde plane. Prin
infrodacerea rezonatorului este generat un cîmp perturbator, cîmpul sectcda.*
creat de rezonator, iar cîmpul rezultant este suprapunerea dintre r'mpnl
incident de unde plane și cîmpul perturbator, cîmp care are structură rF
dimensiuni
deoarece rezonatorul are dimensiuni mici.
Cazul c, Rezonatorul Helmholtz montat in ecran infinit. Considerăm un rezonator
Helmholtz montat într-un ecran infinit (figura 3.36, c). Prin Pt ztâzm
amplitudinea complexă a undei incidente evaluată în secțiunea de intrare a
rezonatorului* Generatorul echivalent de presiune aplicat rezonatorului are ca
amplitudine complexă presiunea obținută atunci cînd impedanța de intrare a
rezonatorului este infinită, adică presiunea pe un plan infinit rigid, cu alte
cuvinte avem Pe — 2P{. Impedanța generatorului echivalent este impedanța văzută
din secțiunea deschiderii înspre cîmp, adică impedanța unei deschideri în
domeniul frecvențelor joase
ry . , ь T> _____ P2ZC
Impedanța de intrare în rezonator este dată de p f ' Al*) i y^q *
ait J S, По jw ’
în eare I<ait este o ei/entualiî rezistență de disipa fie montată în gitul
rezonatorului cura se arată punctat în figura 3.36, c).
Cu aceste precizări ecuația de evoluție a rezonatorului este data de următoarea
ecuație
jw oe
0‘
20.5
Conform teoriei expuse in paragraful 3.5.5 rezonatorul considerat este ____.
Este comod să se exprime rezistența acustică de disipație în unități de
rezistență acustică de radiație a rezonatorului la rexonanță. adică

«Q
3
po--
Co
Xotînd mai departe s = co/coq. impedanța acustica se mai sciie
• ^opo^e
‘ So
e
a0
(I
(3.110)
în care Q«. este factorul de calitate propriu al rezonatorului (fără a se ține
seama de rezistența de disipație) și care, așa cum a reieșit din exemplele 3.5.3
și
Daca expresia debilului Qr este determinata (din ecuația ZaQv — 2P{) atunci
presiunea generată de rezonator (in zona cîmpului îndepărtat) este dată de
P(r) =
e-JPr —
e-JPr
Cîmpul rezultant este dat de
. f
P(r),
în care x este distanța de la plan la punctul de observare iar r distanța de la
gatul rezonatorului la acelaș punct de observare.
Relativ la un rezonator, montat într-un ecran infinit și avînd în gît un
laterial care introduce rezistența de disipație Raa> se definește capacitatea de
absorbție a rezonatorului. măsurată în m2, ca fiind acea suprafață Sj prin care
trece o putere incidență egală cu puterea absorbită în rezistența de j . r.
Xotînd cu puterea incidență și cu puterea disipată scriem

disipație 1?^..
definiției
contor
и
din care obținem expresia capacității de absorbție
ad >
s л = s (1 + A?
2k (e« 4- *)» -f- Q'(e - l/e)» 40 (e. + *)>+ Q«(e _ i/s), '
' * • r K- к 6 . t/» h к ♦ sd •
în care
(3.113)
« 1 У ' -ЧГ* _ î
este capacitatea de absorbție la frecvența de rezonantă.

Ьіп formula (3.113) se observa că absorbția Ia rezonanță SA0 este maxima pentru /< = 1 și are valoarea XȘ/2k [m2J. Factorul de calitate al sistemului scade în acest caz la jumătate (în raport cu situația în care nu exista rezistența acustică de disipație). în acest mod au fost folosiți rezonatorii (sub formă de oale mari) în teatrele din antichitate. în tratamentele acustice (situația din zilele noastre) rezonatorii sînt destinați să absoarbă energia acustică, din care decurge condiția că к este mare față dc unitate. Totodată dacă se urmărește evaluarea funcției dată de (3.112) în jurul frecvenței de rezonanță, domeniu în care e este de ordinul unității deci mic în raport cu к atunci se obține forma aproximativă
2Xg _____1_____
Ttk 1 + (Qa/k)(e — 1/e)2 '
care arată că factorul de calitate scade de к ori : se realizează o absorbție la rezonanță relativ mai mică dar banda pe care absorbția are o valoare semnificativă (spre exemplu mai mare sau cel puțin egală decît jumătate din absorbția la rezonanță) este relativ mai mare.
Cazul d. Rezonator Helmholtz liber în spațiu, Fie un rezonator liber în spațiu (figura 3.36, d). Ca și mai înainte prin Pr- notăm amplitudinea complexă a undei incidente în locul unde se găsește rezonatorul. Deoarece prin ipoteză rezonatorul are dimensiuni mici în raport cu lungimea de undă presiunea generatorului acustic echivalent este chiar Pr. Impedanța internă a generatorului acustic echivalent este egală cu impedanța deschiderii văzută înspre spațiul liber, adică
Impedanța de intrare în rezonator văzută de generatorul acustic echivalent este
jcopoțZ + AC>) j__1 уЛ
So jc> n»
Cu aceste precizări si considerat este dată de
notații ecuația de evoluție pentru sistemul acustic
în care
zaQ» = Pi,
De aici deducem expresiunii radiate de rezonator
Daca evaluam comportarea cfmpuhil generat (te rezonator /n jurul rezonanței și ținem seama că factorul dc calitate este mare față de unitate, atunci obținem formula aproximativa
p(r) _L----------
(V 1 + — V«)
Din formula dedusă rezultă că dacă recepția se face la o distanță nu prea mare, j30r < 1, cîmpul radiat la rezonanța este comparabil cu. cîmpul incident și astfel apare o întărire netă a sunetului recepționai In jurul frecvenței de rezonanță pe o bandă de frecventă relativ îngustă, deoarece factorul de calitate este mare, de ordinul 100. în acest mod (prin ascultare în apropiere de gîtul rezonatorului) au fost studiate proprietățile rezonatoarelor acustice de către Helmholtz.
3.6.3. Radiația unui orificiu practicat într-un perete infinit
Analizăm cazul e anunțat la începutul paragrafului 6.1. Consideram un perete infinit de grosime 7, mică în raport cu lungimea de undă, și de secțiune circulară de rază r0 (figura 3.36, e). Notăm ca și mai înainte prin Pr amplitudinea complexă a undei incidente evaluată la intrarea în orificiu.

Generatorul acustic echivalent are amplitudinea 2Pr (dublare de presiune pe un perete perfect rigid) iar impedanța internă acustică este impedanța deschiderii (1), adică '■*'
Impedanța pe care lucrează generatorul echivalent este impedanța de intrare a tubului (scurt) terminat pe deschiderea (2), adică
jb>po(Z + Д/2) , n
«0
Cu aceste precizări și notații ecuația de evoluție a sistemului considerat este dată de
V
m care
0>
Cîmpul semispațiul
7 — f) T> _l 1<д)Po^ Sja — AIЛц -----------,
5o
secundar radiat de rezonator, atît în semispațiul stins? cît si în drept, este dat de °
P(r) « !££•
2nr
sau ținînd seama de preponderența componentei reactive în impedanța Z,
JP', (3.115)
Formula (3.115) arată că presiunea este proporțională cu pătratul razei orificiului iar puterea cu puterea a patra a razei. __ _____
Remarcăm faptul că în semlspu(lltl яiiпг/ (Г) c.lmpni rezultant este constituit din suprapunerea dintre cîmpul incident și cîmpul secundar, (jenerai de rezonator, în timp ce în semispaliul drept (2) cîmpul are o singură componentă, cîmpul secundar.
3.6.4. Radiația unui orificiu mic practicat în(r*un tub infinit
Considerăm un tub acustic infinit, dc secțiune circulară St, avîndpracticat un orificiu spre exterior, orificiu de rază r0 (mica în raport cu lungimea de undă). Este cazul f arătat în figura 3.36, [. Cîmpul în tubul de la stînga orificiului este constituit din cîmpul incident (mărimile atașate fiind indexate cu indicele i) și cîmpul reflectat (mărimile atașate fiind indexate cu indicele r). Cîmpul de la dreapta orificiului este constituit din cîmpul transmis (mărimile atașate fiind indexate cu indicele /). Mărimile atașate cîmpului din orificiu sînt indexate cu indicele b.
Pentru analiza sistemului considerat scriem : ecuațiile de continuitate, pentru presiune și pentru viteza volumică, la trecerea prin secțiunea care conține orificiul din peretele tubului
+ P, = Pt = Pb, (3.116)
[Qvi + Qdr — Qvb + Qvt 9
• #
relațiile dintre mărimile atașate cîmpurilor de unde progresive
_£l = A .
Qvt Qvr Qvt Sț
relația constitutivă asociată orificiului
ZnbQ
P b-
Ținînd seama de aceste ultime relații sistemul de ecuații (3.116) se
и
sene
(3.117)
împărțind membru cu membru cele două egalități din (3.117) obținem impedanța acustică terminală Zal pe care lucrează tubul din stînga orificiului
Se observă că impedanța acustică terminală poale fi considerată ca montarea în paralel a două impedanfe acustice Zab și Zc/St,

Odată calculată impedanța acustică terminală Zat putem determina coeficientul dc reflexie kr .și coeficientul de transmisie kt folosind teoria dezvoltată în capitolul 2 :
c
Zat - (ZcISt) _ 2St zab
Z«(+ (Zel St) 1+-^ 1

2St Zab
2Zat 1
Zat + (ZcISt) 1+^- 1
(3.118, b)
Zat
în condițiile problemei avem Șr0 < 1 astfel că putem scrie aproximativ
^0
astfel că cei doi coeficienți kr și kt se scriu mai departe
- 2S‘
r . . s.
2S, jℙZe
Pentru normarea expresiilor obținute introducem o frecvență particulară numită frecvența de tăiere definită prin
2St
p»oie le
Folosind nntatia introdusă obținem mai
2St departe
(3.119)
(O0
(3.119)
co0
jco
din care rezultă că kr este o funcție de circuit de tip trece jos iar kt o funcție de circuit de tip trece sus.
Deoarece tubul din dreapta orificiului este infinit coeficientul de transmisie în putere, notat cu a1)2, de la tubul din dreapta la tubul din stingă este dat de
a b
O
o
0 ^0
j<0 < , Mo
adică este tocmai patra tul modulului coeficientului de transmisie în presiune, prin urmare sistemul de transmisiune de la tubul din stînga la tubul din dreapta este o structură de filtrare de lip trece sus.
210
Pentru determinarea cîmpului radiat spre exterior calculata mai întîi debitul în deschidere
\5 V b----- -- ----
Z ь Z ь din care deducem presiunea radiată
P(r) = P-Jpr
4тгг
47Г7'/,
Din (3.121) deducem puterea radiată prin deschidere
Z74 1 |P(Г) I2 A 9
<7)a =--------4кг2 ~
(3.121)
(3.122)
c
Pentru a determina coeficientul de transmisie în putere din stînga înspre exteriorul tubului raportăm puterea radiată formula (3.122), la puterea transmisă în
unda incidență
de
A in
Ia tubul exterior,
j pz.zc
Efectuînd raportul obținem
2
2
0
(3.123)
a b =-----= --------
Se observă că mărimea a& este ca structură frecvențială pătratul modulului unei

funcţii de circuit trece sus, dar factorul multiplicativ este mic faţă de unitate deoarece 1 + .
un coeficient de ordinul (S0/2Sf) care este în mod evident mai mic decît unitatea. Această evaluare arată că funcţia de filtrare a sistemului acustic considerat se realizează în principal prin reflexia energiei înapoi în tubul din stînga.
Structura acustică studiată apare ţn instrumentele de suflat cum sînt flautul şi clarinetul. în aceste instrumente tubul de bază are mai multe orificii iar suprafaţa totală de radiaţie este comparabilă cu secţiunea tubului. Prin deschiderea orificiilor se realizează o funcţie spectrală de tip trece sus iar spectrul radiat prin deschiderei este de tip trece sus, componenta fundamentală şi armonicele.
în încheiere vom prezenta relaţia generală care leagă între ei diferiţii coeficienţi de transmisiune în sistemul acustic consideiat.
Pentru aceasta considerăm egalităţile din (3.116). Conjugăm complex a doua egalitate şi înmulţim membru cu membru cele două egalităţi obţinînd
1,7 r0 este de ordinul de mărime r0 astfel că obţinem
care se mai scrie în funcţie de diferiţii coeficienţi de tiansiuisie şi de impedanţa orificiului
z9
211
sau în final
V1 I /4/ V "f/ > — • S^at,
*
Desfăcînd egalitatea (3.124) care este o egalitate în numere complexe în două egalităţi în numere reale obţinem
o
o
O
O
(3.125, d)
(3.125, b)
bilanţul puterii medii iar egalitatea
Egalitatea (3.125, a) reprezintă (3.125, b) bilanţul puterii reactive.
Pentru obţinerea unei forme mai concrete, compatibilă cu inegalităţile specifice problemei puse, ţinem seama că
Ze(Rab 4- J-XelO
I ^ab I °o
din care obţinem
ab°o
a b,:>o
42?
0
r2 1 J o I 4/d’
(3.126)
21 m kr — | kL |2 —
care arată că modificarea substanţială (faţă are loc în domeniul puterii reactive.
de situaţia absenţei orificiului)
Ex. 3.6.1. Tladluţla unui tub dc lungime finită
Se consideră un tub circular dc rază r0 = 5*10’® m şi lungime l = 1 m. La capătul x — 0 se găseşte un piston de masă M = 1,540"® kg acţionat de o forţă armonică de amplitudine complexă şi de frecvenţă f = 150 Hz. La capătul .r = l tubul se găseşte montat intr-un ecran infinit, a) Să se determine l'ff astfel Incit deplasarea pistonului să fie dc IO'4 m. b) în condiţiile de la punctul a) să se calculeze presiunea şl debitul ia capătul x = Z. c) în aceleaşi condiţii să se calculeze presiunea radiată dc deschiderea terminală la distanţa de 1 in. d) în aceleaşi condiţii să se calculeze puterea radiată dc deschiderea terminală.
a) Calculăm parametrii auxiliari
2л:» 100
343
= 2,748 m"1, So = KrJ == П'5Ч0‘‘ = = 2,748’5-10'' =
= 1,374» 10'» » 7,85*10’® m®.

Л/б) 15»l0’’»2n4fi0 «= 14,13 kg»8"‘.
Deoarece Br, < 1 putem înlocui tubul do lungime l şl deschiderea dc rază (cu Impedanţă nulă la capăt) do lungime echivalentă Z, ~ l + Az cu
Fq cu un tub liber
Д/ O,8488r0 s 0,8488 -5 *10’® = 4,244 40"» m
212
Ih'ln urmare impedanţa mecanică dc intrare simţită dc piston este dată de iar impedanţa mecanică simţită dc forţa aplicată
« Joi.lf + Z,(„'! = 14,3j - 0,93j = 13,2j kg s-'.
^mg
Deplasarea pistonului se poate exprima prin
--V ------
jco jco
din caro obţinem
I x g I — | | | ^mg I
b) Calculăm determinantul A (forma valabilă pentru disipaţie mică)
A ~ jpai cos pzc 4- sin pze] = j ——
14,13
cos(2- 748- 1,042) 1- sin(2,748- 1,042) = — 3,89j. [415-7,85-10'»
Folosind (3.102) calculăm presiunea şi debitul in deschiderea termirală
a jO,8488℗ro _ -1,24-0,8488-0,1374
O
c) l ЛОI =—
2тсг
r g _
&ZC — j3,89-415
2,748-415-7,68-10- = 0Д394 pa.
1\ 2,7482 - 415 • 7,682 • IO'8 < 4„,
----------= 1,47-10'4 w.
Remarcăm randamentul deosebit de mic al sistemului considerat. In adevăr puterea aparentă furnizată de forţa Fg este practic numai putere reactivă şi este egală eu
[942
- = 5,82-10"5 var.
13,2
ap —
m g
Astfel raportul Pa/Pap se scrie
a
ap
cifră care ilustrează afirmaţia de mal înainte.
1,4z’10-4- = 2,52-10'» - 0,252%»
5,82-10’»
Ex. 3.6.2. Radiaţia unul piston prlntr-un tub scurt
Se consideră pistonul de la exemplul 3.0.1 aplicat unui tub do aceeaşi rază r0 dar de lungime / = 5'10'5 m. Forţa arc aceeaşi valoare calculată la exemplul precedent» Să se calculeze: a) presiunea şl debitul la ® =» l; b) presiunea creată la distanţa r «= 1 m; c) puterea radiată a) Calculăm în prealabil
--------ild8------« 4,377,
S„Ze 7,85-10-’-416
I
213
iпт Я’Tt 1 ^dbţinr.m ţintnd scama că tubul este relativ scurt
AO = —
s»
рдi
** + № + ДО
—+24------------2Д48 • 4.244 • 10" _
7,85-10’ 4,337 + 2,748(5 + 4,244) • 16'»
4,01-7,85-10''
2,748-4,244-IO-2-415
Ss observă că nresinnea AO este mică faţă dc F,/Ş. deoarece reactanţa acustică normată xB1 raport cu reactanţa acustică normată a tubului.
exo = -зло

= -j6,42-10'4 m’-s'1.
normată a tubului.
!>) 1 A1) I = -
2,748-415-6,42-IO”4 ni1fiP.
i oxo i ----------—----------= 0,116 Pa-
ICc(;) -= =2 2,748»-415-6,42’-lQ-*_ = w.
Se observă că presiunea în deschidere, debitul și puterea radiată calculate la acest exemplu rtnt de același ordin de mărime cu cele calculate la exemplul precedent deoarece lungimea de ă la care se lucrează este X = c./f = 343/150 = 2,28 in. astfel că lungimea tubului este apropiată de k/2.
•ші
Tx. S.6.3. Radiația deschiderii unul tub infinit
Se considera un tub semiinfimt și datele de la exemplul precedent, unda pl рая avînd presiunea incidență dată dc
Dinspre stingă sosește o
Sa se calculeze: a) presiunea și viteza volumică in deschiderea terminală ; b) presiunea creată exterior la distanța r = 1 m ; c) puterea radiată.
c) Calculam în prealabil ZCSO = 415*7,85 40"’ = 3,25 kg-s"1 din care deducem
1,24-415
I I —
y 14,13’+ 3,25»
iar din (3.107) și (3.108) obținem
= 35,49 Pa
1 AO I = 2 | Pt | РД/ = 2-35,49-2,748-4,244-10'» = 8,27 Pa,
1 0X0 1 = 2 | A] (S0/Zc) = 2 -35,49 -7,85 -10''/415 = 1,34 -10''
•I
*) IA1) 1 = I 0X01 =2,z4S'41° 1,34.10-3 = 0,246 Pa.
2~ -1
2,748’ -415
1,34’40"* = 4,59-IO"1 w.
Ex, 3.6.4. Absorbția realizată de un rezonator Helmholtz
Se consideră rezonatorul avînd datele din exemplul 3.5.3. Rezonatorul este montat într-un ecran mfmit ș> are în gîttun material disipativ avînd A- = 5. Să se calculeze: a) presiunea radiată ia rezonanța la d stanța de 1 m, dacă presiunea incidență are amplitudinea de 1 Pa ; *1 capacitatea de absorbție; e) factorul de calitate echivalent
®hSSHB’ to pтM,aьП ₽ = 2ЛХ = 2т:-249,2/343 = 4,564 m-‘ iar din (3.110) și (3.Ш)
Al) I = —2$Z' 1 P< 1 = 2 1 P< I _ 2- 1
2КГЯ.Х1+*) ₽r(l+A-)~ 4,564-6 ’ °‘Pa
214
*
5) Calculăm lungimea de undă la rezonanță л<, = cQlf0 = 343/249,2 = 1,376 m iar din (3.113) obținem
Г37Б- 20 ,
----------= 0,167 m2.
2~ 36
c) Qae = QaJk = 58,3/5 = 11,66.
Lărgimea de bandă de absorbție este
Ex. 3.6.5. Trecerea undelor acustice printr-un orificiu
Se consideră un perete infinit In care este practicat un orificiu de lungime l = 3-10-2 m și rază t0 = 2*10“2 m (notațiile sînt conforme cu fig. 3.36, e). în ipoteza că transmisia arc loc în domeniul lungimilor de undă mari să se calculeze : a) cîmpul secundar radiat Ia distanța de r = 1 m dacă presiunea in unda incicentă este de | Pt 1 = 1 Pa ; b) puterea transmisă în semispațiul (2); c) domeniul de frecvență In care formulele deduse și rezultatele obținute sînt valabile.
â) Calculăm în prealabil lungimea echivalentă
II
din care folosind (3.115) obținem
I P(l) i =
care arată că in mediul (2) se transmite o presiune de circa 1 000/6 ori mai mică decit în unda incidență.
b) Puterea radiată se calculează prin
1 I PG) P

415
Dacă evaluăm puterea incidenţă care trece prin orificiu
atunci raportul de transmisie al puterii este de
2,957 • 10
Forma generală a acestui raport este

din care se observă că pentru orificii înguste ljr6ş>l (fără efect de viscozitate) raportul devine
O,5(Z/ro)2.
c) Frecvenţa limită se poate alege din condiţia file < 0,3, adică
0,3 - 343
215
Ex. 3.6.6. Radiaţia unui orificiu practicat într-un tub infinit
un tub infinit do secţiune.^^^^gltuluţ Z = practicat un orificiu avînd raza re ~
'10 ţ' nisl Ia frecvenţa f
culeie: a) frecvenţa de tăiere f.; •) P^eşiui‘ deschidere la frecvenţa fx; d) presiunea tudinea presiunii incidente este de 1 Pa e) debitul m uesen.
radiată la distanţa r = 1 Şi la frecvenţa A-
a) Calculăm in prealabil lungimea efectiva
II
340'3 m» în care este = 6 40“3 m» Să se cal-1 = 0,0 A dacă ampli-
= 3,235 40 “5 ni
din care obţinem aplicînd (3.119)
343
= 225,2 Hz.
?») Pentru coeficientul devine
= 11 +
2_1 ‘ = 0,5145 |59°
0,6j]
iar presiunea transmisă este
Pt = Ptkt = 0,5145|59° Pa.
c) Calcula
In prealabil
ŞJ, = 2~-0,6-225,2-3,235 40’3/343 = 8 40'2
din care obţinem
= jrţPţgg= 1 -77-1,33-10 *_ 0 5145|5до= 1,174Q-s |_31° m3-s“’. jŞieZe j8-10~*-
415
d) Aplicînd (3.121) obţine
II
IP(1)1 =
I IIЛ l^e 4“rfe
0,5145-1-77-1,55*-10~4
477-1-3,235-IO'1
9,55-IO'4 Pa.
Ex. 3.6.7. Rezonanţa difuzorului in incintă acustică
Se consideră un difuzor cu radiaţie directa montat într-o incintă acustică aşa cum sc arată
în figura 3.37. Datele geometrice sînt: a = 0,5 m, b = 0,4 m, c = 0,3 m, l (grosimea incintei) = 3-10 m, re = 0.1 m. Masa conului şi bobinei mobile (masa mecanică propriu-zisă)
este de 10'- kg iar elasticitatea de suspensie a conului de IO-3 m-N”1. Să se calculeze : a) masa echivalentă a sistemului considerat în unităţi mecanice şi unităţi acustice; b) elasticităţiie din sistem precum şi elasticitatea echivalentă, exprimate în unităţi mecanice şi unităţi acus-
II
Fig. 3.37. Schiţa de principiu a unui sistem acustic constituit dintr-un difuzor montat într-o incintă acustică.
216
lll’b î n h WviUiţii da гмишнфі n difuzorului In vid Д, ; d) frecvenţa dc rezonanţa a duuzorulul uiHuiui Iu Hilh* dat uegljjhid Influenţa volumului incintei, fot î e) frecvenţa de rezonanţă a ‘thlVHIUlHl dlhiwr htehdă i f) ян 80 determine relaţia generală Intre f02 şi f03.
и) I иицIiтмi H-lilvalotită U masei de aer antrenate este
/e = / 4- l,5r0 = 0,03 4- 1,5 -0,1 = 0,18 m

Im инн vuitului
tluduettiii do aici masa adiţională In kg
ДГ p0/e^e = 1,21 -0,18*n40”’ = 6,842-10-’ kg
jiWUld інпяп totală
Л/i « (10 4 6,842)-10”’ = 16,842-10"’ kg,
Маян acustică totală oslo deci
Л/ei « Mii# = 16,81240”’/(n’*10-<) = 17.06 kg-m”<.
h) îîltiRlIcItiitoa do flusponslo In mărimi mecanico este C„d = 10’ m-N”1 iar în mărimi noustlCiJ
вы - 10***k,40"< 9,86040-’ m’-N”1.
Elasticitatea volumului !n unităţi acustice este
Пй 0.5-0.4 0.3 л oee 4Л_,
Y P, 1,41-10»
Ini’ In tinllă|l uioctudcc, cu secţiunea do acces S„
C„, « C„/S! = 4,255-10-’/(k’-10-‘) = 0,43-10’’
Doonracc CM< şl C„, nu viteză comună forţa totală dc natură elastică sc scrie те
astfel că elasticitatea echivalentă sc exprimă
1*0,43
Cat ~ GMeS; = 0,340 ’-7r’40'< = 2.96 40”7 m5-N;».
c) Dacă difuzorul este in vid influenţa masei de radiaţie şl a elasticităţii incintei slnt nule deoarece In acest caz avem
Po
o->O
şl prin urmare obţinem
/oj ~-----r~— ■ • =---------, —— = 50,33 Hz.
2iz}'MCmi 2-/10"»-10’»
d) Situaţia corespunde unei deschideri care comunică cu un volum foarte mare £20 -+ oo, astfel că elasticitatea Cav nu Intervine dar efectul de alungire datorită masei antrenate este prezent; prin urmare avem
_____ — _____ — QR T-f7
2k/17.06-9,869-10’’ ’
217
in cat interviu a Ut unsa
antrenată cit »• chislleltutea
volumului incintei, altfel că
ax-m
I __•» 70,82 Hz«
Эл|ШиС.Г 2" /17>ов'2,98 ‘10 ’
f) Pentru deducerea relaţiei scriem
2sfw e e
9,80
4,255
în cazul nostru avem
. , 70,82
1,821 adică tocmai raportul —
Remarcam faptul că pentru ordinele dc mărime ritâ memtăru tn incintă tsie importantă.
curente ale mărimilor care intervin creşterea dalo
3J, Impedanţa surselor pulsante mici cuplate acustic
Exista o serie de sisteme acustice care conţin două deschideri care radiază sinfazic, au diametrul mic şi se găsesc la o distanţă relativ mica între ele. Un asemenea sistem este inversorul dc faza acustic ш care pe o incinta comună sînt practicate două deschideri : una în care se găseşte montat difuzorul iar cealaltă libera. Pentru aplicaţii se disting două situaţii care vor fi analizate în continuare.

3.7.1. Două pistoane montate într-un ecran infinit

Fie două pistoane circulare, de rază i\ (respectiv r2), situate la distanţa d (distanta între centrele celor două pistoane). Ne punem întrebarea : care este impedanţa acestui sistem acustic ?. Răspunsul în cazul general este tratat în lucrarea. Analizăm aici cazul important în aplicaţii în care pistoanele au

ruzeVe relativ mia și sznf situate la distantă relativ mică, adică au loc inegalitățile pГ13 Șd 1.
Situația este aratată în figura 3.38, a. O situație echivalentă este aceea în care cele două pistoane sînt capsulate, așa cum se arată în figura 3.38, b. Diferența dintre cele două situații constă în valoarea unghiului solid de radiație și a corecțiilor de masă antrenată.
Notăm cu Qri și Qrt debitele volumice asociate celor două deschideri și cu ff' f! P'- Pasiunile aplicate (imprimate). Orientările acestor patru mărimi sint indicate m figura 3.38. Notăm totodată cu Zal, respectiv Zc2> impedanța acustica proprie a pistonului 1, respectiv 2, adică impedanța acustică a pisto-nu UI 1, respectiv evaluata in ipoteza că pistonul 2, respectiv 1, este blocat.
218
Fig. 3.38. Surse pulsante cuplate acustic': două pistoane montate In același ecran infinit : b) două pistoane capsulate libere în spațiu ; c) două pistoane montate pe panoul frontal al unei incinte acustice.
c
(3.127)
Ecuațiile sistemului considerat sînt
[ZalQcl = *4“ Pl3,
l Иа2(?гз = ^ea + -^21»
în care P12 și P2i sînt presiunile de interacțiune intre cele două pistoane. Astfel P13 este presiunea creată pe suprafața pistonului 1 (blocat) datorită mișcării pistonului 2. O interpretare similară este valabilă pentru P3V Ținînd seama de domeniul de funcționare, domeniul lungimilor de undă mari, și de orientările alese pentru mărimile de descriere avem relațiile de exprimare pentru cele două mărimi
Semnul minus din expresiile presiunilor de interacțiune derivă din faptul că dacă QV1 are orientarea identică cu cea desenată atunci presiunea de iute* racțiune generează un debit Qr2 de semn opus celui desenat.
interacțiune sistemul de ecuații
Qr3 = P,x,
(ЗЛЭГ) Ou = t\-3
Pentru a obține un sistem de ecuații util pentru aplicații vom detalia termenii care intervin în (3,127'),
Dispunînd de expresiile presiunilor de (3.127) devine
©19
Impcdanțele Zal! respectiv Za2> au următoarea structura
Za = Яai + f?ar + _
_____ j vj a p
în care: Pod este rezistența acustică de ţe™stența acustică
de radiație dată de (î'Ze/dc; Ла, este masa acustica globala data de
s«
cu V masa pistonului (în unități mecanice), S aria pistonului și /„ lungimea echivalentă a masei de aer antrenate ; Cej(, elasticitatea acustica de suspensie.
Pentru domeniul de frecvență considerat putem scrie
în care
(3.128)
(3.129)
este impedanța acustică de cuplaj. în capitolul următor se va stabili un circuit electric echivalent care modelează (3.128).
Remarcăm faptul că în impedanța acustică Zac apare o masă acustică de cuplaj dată de
Este important să arătăm că sistemul de mase cuplate are coeficientul de cuplaj cel mult unitar, adică modelul corespunde unui circuit pasiv. Condiția enunțată implică inegalitatea
-Vac < Vл/в1ла2. (3.130)
Cazul cel mai defavorabil este atunci Mp = 0 (nu există piston fizic în deschideie), situație în care avem (neglijînd și lungimea geometrică)
PoAZ __ p0£
Ma2 = = Po£
5S тсга
în care e este coeficientul de corecție terminală (8/3 ecran infinit și 2/тг pentru deschidere fără ecran).

к pentru deschidere în
M
220
Cu aceste precizări condiția (3.130) devine
Situația limită are loc atunci cînd d — rx + r2, adică
Dacă cele două orificii sînt în ecran infinit avem ϕr *— 2~ și c — 8/3tz, astfel că obținem
9
inegalitate adevărată deoarece paranteza are cel puțin valoarea 2.
Dacă cele două pistoane sînt capsulate avem ϕr = 4~ și r — 2/~, astfel că obținem
inegalitate de asemeni adevărată.
Remarcăm totodată că prin sistemul considerat se realizează un cuplaj slab, deoarece după cum se poate ușor verifica coeficientul maxim de cuplaj este de ordinul 1/16 = 6,25%. Dacă Mal sau (și) Ma2 cresc (prin introducerea unui piston în orificiu) coeficientul de cuplaj scade.
în tratarea prezentată am considerat că cele două orificii sînt cuplate numai de o singură parte ceea ce corespunde situațiilor reale.
Vom demonstra acum un fapt deosebit de important pentru aplicații. Considerăm sistemul de ecuații (3.128) : înmulțim prima ecuație cu a doua cu Q*2, adunăm parte cu parte cele două ecuații și obținem puterea complexă preluată de sistemul acustic considerat de la sursele imprimate. Obținem
Trecînd la partea reală obținem puterea medie absorbită
+ 4* [I Ie I I Ova Iй I; 2 Ho 2 ϕ,
(3.131)
221
Primii doi termeni un y'-■;' / j terrnen puterea radiată,
introduse (monlnle) în cele două deschideiiuu ultimul te 1 _ ,
i p 1 «i 1 \ i'ппi'пyiiiii nul crea disipată in rezistentele
tMinil dm termeni din (. .1.) I ■ *)Штн1 termen puterea radiată,
mărime pe care o notăm cu </□„, Observăm că <Ar este o formă pătratică în
'Kie mmm cazul particular în care în cele două deschideri sînt montate două difuzoare identice, alimentate simultan și sinfazat, sene sau paralel. Rez a do aici ea
Qvl " ~ Qv2
și prin urmare obținem
У "(12 >
(3.132)
Г /
л a 1
care arată că : pentru două difuzoare identice rezistenta de radiație echivalenta este de patru ori mai mare decît rezistenta de radiație a unui singur difuzor. Acest fapt este echivalent cu dublarea randamentului fiecărui difuzor în parte. Reținem că teoria expusă este valabilă numai în domeniul frecvențelor joase.

3.7.2. Două pistoane cuplate prin cîmpul radiat și printr-o incintă acustică

Considerăm două pistoane, de rază rt și respectiv r2, montate pe panoul unei incinte de volum Qo. Situația este arătată în figura 3.38, c și reprezintă modelul schematic al inversorului de fază acustic, numit și montaj Bass-reflex. Cuplajul între cele două pistoane se realizează pe de o parte prin exteriorul incintei (cuplaj analizat în paragraful precedent) și prin incintă (efectul cuplajului prin radiație este neglijabil față de cuplajul elastic).
Sistemul de ecuații se scrie în acest caz
^aiQvl — P el + P12 ~Ь Pine»
& » X
~ Po 2 ~T P21 "Ь Pinc-
(3.133)
în (3.133) masa acustică globală este de aceeași formă ca în paragraful piecedenl cu deosebirea ca Д/ reprezintă corecția terminală pentru ambele părți, adică
A/==l,Sr, e = 1,5,
'!e inlcra('liluie datorită elasticității volumului de aer cuprins f /»o se exercită în conformitate cu principlui expiesia, ținînd seama de orientarea

aleasă
în incintă, presiune notată cu acțiunii și reacțiunii și are pentru debite,
i <«» +
(3.134)
222
în care (фг - • 4я)
jwpo
1 Y?O
j (O По
'ac.
jto Qo
(3.135)

Sistemul de ecuații (3.134) permite pentru surse date, Ри și Pe2> precum și o geometrie fixată, determinarea debitelor QV1 și Qv2 ale celor două pistoane (deschideri). Putem mai departe determina cîmpul radiat în spațiul exterior de sistemul acustic format de cele două pistoane prin
0r2)e-jpr,
(3.136)
în care r este distanța de la centrul sistemului acustic la punctul de observare.
în cazul inversorului de fază acustic în deschiderea (1) se află difuzorul acționat de Pel iar deschiderea (2) nu conține nici un piston și în mod evident Pr2 = 0. Circuitul electric echivalent al sistemului acustic analizat va fi dat în capitolul 4.

3.8. Pîlnii acustice

Teoria radiației corpurilor pulsante sau oscilante de dimensiuni mici, 3r0 < 1, arată că în acest domeniu de frecvență rezistența de radiație este mică în raport cu reactanța de radiație. Viteza de oscilație este controlată în principal de reactanța de radiație iar factorul de putere este foarte mic în raport cu unitatea. Încărcarea maximă, adică realizarea unei impedanțe de radiație egală cu impedanța caracteristică înmulțită cu aria de radiație echivalentă, se obține numai dacă funcționarea are loc în domeniul Șr0 > 1. Pentru exemplificare luînd f — 100 Hz este necesară o rază a radiatorului de cel puțin

r0 = 1, r0 = ce/(2nf) = 343/(2- -100) « 1.09 m,
valoare inacceptabilă din punct de vedere tehnic.
în vederea realizării unei încărcări maxime pentru pistoane de diametru relativ mic se folosesc în multe situații pîlniile acustice a căror teorie va fi expusă în continuare.

3.8.1. Ecuația pîlniilor acustice

Ideea de bază a funcționării pîlniilor acustice este următoarea. Impe-danța specifică de intrare a unui tub suficient de lung și de secțiune constantă este după cum s-a arătat în capitolul 2 egală cu Zc. Dacă însă secțiunea nu mai este constantă ci crește monoton, dar relativ lent, această proprietate se
223
păstrează, adică iu tubul de secțiune variabilă se propaga o unda aproximativ plană. Pe baza acestor considerente fizice definim pîlnia ca un ghid acustic constituit din interiorul unei suprafețe a cărei secțiune transversala unei axe, axa pîlniei. este o funcție monotonă de un singur parametru x distanța măsurată in lungul axei pîlniei. Secțiunea transversala este m multe căzuii.circulară dar sînt folosite și pîlnii cu secțiune pătratică. Conform ipotezei de variație relativ lentă, vileza de oscilație este paralelă cu axa pîlniei.
Ecuațiile pîlniilor acustice se deduc rescriind ecuațiile cîmpului acustic pentru situația considerată.
Observăm mai înlîi că ecuația lui Newton (2.1) precum și ecuația termodinamică de stare (2.4) rămîn neschimbate deoarece în deducerea lor nu intervine constanța sau variabilitatea ariei frontului de undă. în ceea ce privește ecuația de continuitate, considerăm o secțiune axială prin pîlnie (fig. 3.39) și aplicăm legea de conservare a masei în trunchiul de con (sau piramidă) de înălțime d.T și de baze S(.r) și S(.r + d.r). Obținem trecînd la volume elementare
4 plt S(a>) d.r = p(JÎ>4S(T) — piP>‘iS(x + d.r). ct

Deoarece S(x) nu depinde de timp iar v este dirijată după Ox, v = v*i, atunci trecînd la dezvoltarea tayloriană și reținînd mărimile dc ordinul întîi de mărime deducem în final
(3.137)
Adăugind la (3.137) ecuațiile (2.1) și (2.4) obținem ecuațiile cîmpului acustic in piluii. Din (2.1) rezultă ca și în capitolul 2 că în pîlnie cîmpul acustic este potențial astfel ca punînd u = — Д.т<p, deduce ecuația potențialului acustic în pîlnii
(3.138)
cu aceleași relații de legătură
P = fo-Ș, v= -
Ecuația (3.138) se numește ecuația iui Webster.
Dacă trecem la variații armonice în timp de frecvență <o <p(x, 0 = Re Ф(.г)e1и(ecuația (3.138) devine
<1’Ф
daji
<1 in s ДФ
<1® d®
(3.139)
224
Flg. 3.39. Secțiune axială nrlntr-o pllnlc acustică.
cazuri
J'(x)
J^X + C/xJ
Ecuația (3.139) se poale integra prin cuadralnri în următoarele S(x) = So(x/xoy, pîlnia conicii,
S(x) = S0(x/x0), S(x) == So(xq/x), S(x) = S0(x/x0)m S(x) = Soemx,
pîlnia parabolică,
pîlnia hiperbolică,
pîlnia Bessel, m= 1,2,..., pîlnia exponențială, m ® R.
Problema structurii cîmpului în pîlnii se mai poale pune și în modul următor. Dacă unda este plană atunci aria secțiunii transversale S(x) este de forma S(x) = г.yr(x), în care i/(x) este raza secțiunii (circulare) la distanța x. Este de așteptat ca soluția armonică <p(x, /) să aibă amplitudinea complexă spațială invers proporțională cu y (din conservarea energiei) iar faza să fie de forma <s>t — ϕ(x), adică
Introducînd (3.140) în
1 d»y
y dx2
<p ~ — eЯ“‘-Ф(a:)]. l/(x)
(3.138) obținem
t riϕ l2
l dx /
(3.140)
dx»
din care rezultă, y si ϕ fiind funcții cu valori reale,
-^4= 0
dx2
dx J
dx2
Din (3.141, d) deducem
— = constantă (după x) = dx
(3.141, a)
(3.141, b)
(3.142)
Remarcă faptul că p^,, spre deosebire de p, este constant în raport cu abscisa dar poale fi funcție de frecvență.
Folosind (3.142) ecuația (3.141, ft) devine
-^7 + (₽" - ^)</- 0, (3.143)
15 — Sisteme eiectroacustice — cd. 110
225

_
de rotație care

care reprezintă ecuaţia diferenţială a razei suprafeţei
constituie pîlnia acustica. r . z adică de frecventă
Prin ipoteză aria depinde de x dar nu depinde de timp,
prin urmare este necesar ca sa avem
из _ R2 = constantă.   (3.144
Există două posibilităţi. Cazul a. Constanta este nulă
condiţie care arată că în acest caz propagarea este nedisperşiva deoarece
constanta de fază în ghid este proporţională cu frecvenţa. Faza spaţiala este
data de   .
ф(x) = (ta = (OX/Co
iar timpul de întîrziere de grup
йф ___ x
T o
C“
• î < I - 1 3 ;
• • • < * • * • ••
Am ales soluţia p„ = 3 pentni a de axe ales.
• Л ir- ‘ V • < u Z j) r i v • > *   • «I C w—L
= V₽2-(m/2)2   <3-146)
dco
este independent de frecvenţă şi linear în x. selecta unda directă în raport cu
sistemul
Cazul b. Constanta este nenulă
₽2 — £>$= (m/2)2, m e R>
condiţie care arată că propagarea este dispersivă deoarece constanta de faza nu
mai este proporţională cu frecvenţa. Mărimea m se numeşte coeficient de
expansiune pentru motive care vor reieşi mai departe. Pentru o scriere mai
sugestivă vom introduce şi un alt parametru (constantă a pîlniei) prin
m = 2h.
Faza spaţială în acest caz

m
2
nu mai este proporţională cu frecvenţa iar timpul de întîrziere de grup esie
real dacă p > (m/2) = /i~J dar nu mai este constant
Xg = = p.t[wa — (co//i)s]--l/s.
între situaţiile a şi b exista o deosebire importantă. în cazul a întotdeauna se
propagă unde deoarece p este o mărime reală în timp ce în cazul b pentru Tпieпia
pideh)r>,PJ’0Oresp<s ate necesar ca p > hf', adică este necesar ca freo nroniui
îfni‘lel lfl 'e m^,n(^de^ 0 numită frecvenţă fixată care depinde de pro/nui
pîlrnei, frecvenţă notată cu w, şi definită prin
л
o-----------
(3.147)
226
Frecvenţa inlvmliiali pilii (И I IA) hr
HI..... [ПЧIЧЧIIII IIK lilhi f II plIlM
3.8.2, Pilnln «onh‘ii
- |l f|(| .....
<l“i/
(W
(U)lllllllll I
Punînd oaiпЩIп S’(a) -3 тv//ц(‘|’ii) o mftvinw pvoaorlsh» obţlhoin
iwlhiiinii IнIIIiiIiiiiiiiУпIi'i
adică în acest caz ghidul nouallo oslo o Pl/uli'
Folosind rezultatele do la teoria undelor alorlim obţinem
ffl
Л   ХД.г)
№
J00
din care rezultă cП impedanţa de intrare în aoaţlunoa do «Iжсый лv, fmcţhimm
avînd aria S'o = тгг® (secţiunea iniţialii)) este dalii do
Я h I t - . w *.....
Situaţia este arălatn în figura 3.40. Se observă cn structura Itiipcdauţt'i ZXa-

u). văzută la intrarea pîlniei depinde do ;t'o, distanța do Iu secțium-.i Inițială la centrul virtual al conului. Ducă (i.i'o > I atunci are loc Z((xe) ■*“» Fixînd frecvența limită inferioară, notată eu «Jt oondiția la do încărcare maxiinu,
~ Z,., se scrie

Fig. ЗЛО, Pilula cahlert, Elomentoto нпio geometrica.
227
h'ă valoarea minimală a abscisei .t0
os l e
;r0 >
f<» 2± .
2тг/) 2тг
(3.150)
Pe de altă parte, tehnic vorbind, nu se poale realiza » d® infinită astfel că lungimea / (linita) trebuie sa ie aș - • ‘* i cu un Dislon țiunea finală să nu se producă reflexii. Asimihnd fle.sch^e^^n^e “ ecesâr ca £Г/ > 1. inegalitatea esle critică la frecventa co, astfel ca obținem o noua condiție de dimensionare a pîlniilor conice
(3.151)
Se observă că abscisa .t0 și raza finală iy trebuie să fie egale cu cel puțin XJ2-, dar această condiție nu afectează raza inițială r0. Se vede deci că deschiderea'(pistonul echivalent) de rază r0 funcționează în condiția (3r0 < 1 dacă ar fi liberă în spațiu dar conectată la intrarea pîlniei funcționează ca și cum s-ar găsi pe suprafața unei sfere de rază .r0, adică în domeniul de încărcare maximă.
Din relația geometrică evidentă
și din (3.150) rezultă următoarea relație
-^ = —+1, Го .То
din care putem determina lungimea pîlniei l dacă se dă raportul dintre cele două raze, к = iy/ra,
/ = x0(Л-1). (3.152)
Penii u a ne situa în ipoteza de existență a unei unde cuasiplane (ipoteză de bază în teoria pîlniilor) este necesar ca unghiul de deschidere 0(. (fig. 3.-10) s<l fie relativ mic, tg 0c — (0,l-ș-0,2). Deoarece din figura 3.-10 avem
tg de =
rezultă că iy trebuie să fie de ordinul (5-t-10)r0.
Pentru aprecierea mai exactă a performanțelor pîlniei de luimime finită r,
и,’тк'" *'r* ” "мП2в “sUionâ;, c‘;x ,tl(.1.. unda dl»«WU olt o” v“S» 1
Ф = ~ e Л _d£JP’ -» " ’ IV

228

în care kr este coeficientul de reflexie, Ținînd seama de (3.153) și de relațiile generale din cîmpul acustic obținem ecuațiile cîmpului
P(x) = [1 + kre^],
V(т) =
1
P(x) =
V(x)
jp*
Coeficientul de reflexie kr se determină scriind că la ieșirea pîlniei, punct de abscisă x0 + l, este conectată impedanța Zst, impedanța deschiderii terminale (mărime considerată ca fiind cunoscută),
din care explicitînd mărimea kr obținem
kr = krte~2^x^lK
în care krt este coeficientul de reflexie pe sarcina terminală și este dat de
Remarcăm următorul fapt important. Dacă într-un anumit cîmp de undă, în cazul de față cîmpul sferic, impedanța specifică de intrare pentru cîmpul de undă direct (evident același fapt are loc și pentru impedanța specifică de intrare pentru

cîmpul de undă inversă) este o mărime complexă atunci coeficientul de reflexie nu se mai calculează cu formula (2.34) ci cu formula (3.155). în mod evident dacă impedanţa este reală şi nu depinde de punct cele două formule coincid. Raţiunea acestui fapt, adică formula deosebită de calcul, derivă din pasivitatea sistemului, In virtutea căreia coeficientul de reflexie in orice sistem pasiv cu terminaţii pasive este o funcţie mărginii reală, în cazul de faţă o funcţie complexă avînd modulul mărginii de unitate. Pentru a ilustra această afirmaţie în cazul de fală punem

de unde obţinem aplicînd (3.155)

/. c i(l

/к J — — 1 1 11 • ' ■ i

229

mărime care are în mod evident modulul mai mic decit unitatea in ipoteza de mai sus «, c > 0, condî/ia dc pasivitate. , „ „ , .

Din condiţia de alegere a unghiului de deschidere 0c rezulta ca la frecven.a inferioară avem P,(;r0 + /) = (6ч-11), adică avem

Z,(r0 + t) Z*(x„ + l) Zc, cu alte cuvinte calculul coeficientului de reflexie se poale face cu formula (2.34) valabilă pentru unde plane.

Pentru determinarea performanţelor energetice ale unei pîlnii ţinem seama că sistemul fiind fără pierderi puterea medie acustică transmisă în lungul pîlniei este constantă

<7) _ 1 p _ consţant = im(x)S(x), zc

din care rezultă că intensitatea medie acustică este maximă la intrarea pîl-

• • , i ' . • - j r • Л •

mei

, - * î . . I . . . Г " ' ' • . { ‘ . I , ' . Ir <

\ . \ • • < I i ‘ : Л* Т • •. ’ I , . ţ . . 1 : '

max Im(x) = Im(x0) = -1 .

Pe de altă parte cu cît Pef(x^) este mai mare cu atît condiţia de valabilitate a ecuaţiilor liniarizate este slăbită. Putem scrie

a

2

- = ĂL-104

(3.156)

în care kpi exprimat în w-cm“2, este o cifră semnificativă de

------------------încărcare energe-

tică a pîlniei. Exprimăm apoi egalitatea (3.156) punînd în evidenţă raportul

0

obţinînd

kp.W

z0

2 1050

<Za ----

415

adică

W’Cnr3,

(3.157) rd'b.!.|1'in-'.ra"S,"isi‘!,<l0 este indicat s5 ale,em codstsnt-. ,, rd„u.l 10 iar pentru o transmisie „l>is„„i)ă „ se al(.g,. J»

de ordinul 10

Obţinem deci

(a » IO’8,

l a « IO'-8, adică cifra de încărcare

ш mw«cnva

2,41 • IO3♦ io-д 241 ni\V‘cnra, este cuprinsă între limitele ky ; " (2>5h-250) mw»cnr8.

(3.158)

p p

230

Remarcăm un fapt important. Puterea specifica exprimată prin coeficientul dc încărcare кр se referă lu pulereu acustica şi nu lu puterea electrică absorbită t putere care este întotdeauna mai mare decît puterea acustică ţinînd scama dc randamentul sistemului de transducţie electromecanic. Randamentul pentru difuzoarele cu pîlnie este de ordinul (0,24-0,4) astfel că puterea electrică absorbită este de (2,54-5) ori mai mare decît puterea medic acustică.

Ex. 3.8.1. Calculul unei plinii acustice conice
Să sc dimensioneze o pîlnie acustică de formă conică avînd frecvența limită inferioară ff == = 500 Hz. Să sc determine coeficientul de reflexie pentru f = fr și pentru f — 2,4 /}. Să se calculeze presiunile care se produc in gîtul pîlniei și în secțiunea de ieșire pentru cifrele de încărcare indicate mai înainte.
Folosind (3.150) obținem
co
= 0,109 Ш.
TC 403
Alegem valori rotunjite, luînd κ = 5,
(Xq — 0,11 m, Гу —— 0,11 m,
| l = 4x0:= 0,44 m, r0 = 2,240"* m.
Din tabelul 3.6 obținem (considerînd deschiderea terminală montată într-un ecran infinit) Z^ = Zc(0,4233 4- j.0,6468), pr, = 1,
iar Z,(x0 4- Z) = Z*8(x0 -h l) Z£, ținînd seama dc Z = 4x0. Obținem expresia coeficientului de reflexie terminal
0,4233 + .10,6488—_1_ 05543 i-..72,72°
0,4233 + j0,6488 + 1 1-----------
din care rezultă coeficientul de undă staționară
1 4- 0,5543
1 - 0,5543
Pentru t3rz — 2,4 obținem din același tabel
Z,z = Zc(l,1244 4- 10,3647),
din care deducem coeficientul dc reflexie terminal
/crl
1,1244 -I- 10.3047 - 1
1,1244 -I- J0.3047 -I- 1
;= 0,1788|20,51°
precum țl coeficientul <Jo undă staționară
1 + I kr, I 1 + 0,1788 . „ .
0 ts , ...- E= ------------— 5= 1,31.
1 —• I krt I 1 — 0,1788
231

> 2w, reflexiile in pitele sini neglijabile, a < 1,5.
Accsto cifre arată că pentru co Alcglnd n — 10 5 obținem
= 2,5 mwcnr8 = 25 w'm
I pe/(Жo) | = /25-Zc = /25-415 = 101,8 Pa
Pe/(.v, + O I = Y 1 P'/Wl= 4 101,8 " 25Л5 Pa
Puterea transmisă prin plinie este
j>a - kltS0 = kvwî = 25 -κ -2,22-10' ' = 3,8-10 2 w.
3.8.3. Pilnii catenoidalc
Pentru / P, ecuația (3.143) devine
ecuație care are ca soluție generală
и = A cb — + B sh — • (3.159)
J h h .
în (3.159) sînt cuprinse două soluții particulare
y = A exp — , pîlnia cu profil exponențial și
л
y = A ch — . pilnia cu profil calenoidal.
h
Vom scrie familia generală de profile catenoidale, descrisă de (3.159) sub următoarea formă
(3Л60)
punînd în evidență faptul că la abscisa .v0 ordonata este rOî raza secțiunii inițiale. Parametru e este un număr real nenegativ
e e [0, no) ;
pentru e = 0 profilul devine calenoidal propriu zis iar pentru devine exponențial.
s = oo profilul
Vom dezvolta analiza procesului forma generală (3,160),
ondulatoriu în lungul pîlniei dată sub
232

în acest fel scriem potențialul cîmpului acustic introducînd două componente, una eorespunzînd constantei dc fază în ghid + Pp hir cealaltă cores-punzînd constantei de fază în același ghid —p, :
în care kr este coeficientul de reflexie în punctul x — x0. Atunci ecuațiile cîmpului acustic se scriu
P(x) = N[1 + kre2ie»,-x~x°'>]
V(x) = N
• 1
. Z,(x)
kres,Pp(x'x°) ‘
Z.*(x) .
Ze((x) =
P(X)
V(x)
1 + kre3lPp(x~x»)
ад ад
(3.161)
_ jpZcAch r-e-'ы1-*') , /x — x, \
cil--------h E I
l I л /
w
Z,(x) ------------------------ — •
^ + —th (----ri
₽ I0Л ț. Л J
• . *• • • * *
în mod evident Z5(.t) dat în (3.161) reprezintă impedanța specifică în cîmpul de undă progresivă directă iar ZJ(x) impedanța specifică în cîmpul de undă progresivă inversă.
Este important să detaliem formula impedanței specifice evaluate la intrarea pîlniei. Obținem, punînd x = .t0 în (3.161)

(3.162)
-----th e
1₽Л
care devine pentru pîlnia exponențială
°o >
(3.163)
233
iar pentru pîlnia calcnoidala. r
(3.164)
(O*
,л2
spune ca
6)c, și crește mono-co.
Rezulta <ă impedanța de d“lucru esle
pllniile catenoidale sini filtre de tip ['e'ce sus' -ț- - znarie reală a expresiei
Pentru pîlnia exponențială rezistența specifi (p ---- 4- л ГИ Г\ Г» П — data de (3.163)) pornește de la valoarea zero, pentru co = ton către valoarea Zc (impedanța caractenstma a aerulm) pentru mono-ReaetauU specifica (partea
“”^T'zero etnd *Л » Cele doua
componente, partea reală și cea imaginară, au aceeași valoare pentiu
co == "ț/-lcoc,
care se alege în mod natural ca frecvența minimă de transmisie
C'
sau, ținînd seama de (3.147)
O C0 л /o
co
(3.165)
Comparînd (3.165) cu (3.150) obținem
■^2 — = —, — = h = V2 xQ, (3.166)
iX-. —Xq.---l&Lw».-. .
«t»
care arată că dacă două pîlnii,” una conică și .una exponențială, au aceeași

frecvență limită inferioară, atunci parametrul h este egal cu de ^2 ori parametrul Tq.' -
Pentru pîlnia propriu-zis c.atenoidală rezistența specifică, expresia dată de (3.164), pornește de la valoarea infinită, + oo pentru = coc, și scade monoton către Zc cînd gj —> co. Partea imaginară este nulă. Este natural să se aleagă aceleași relații de dimensionare ca și cele folosite pentru pîlnia exponențială.
r r
Reprezentarea părților reale și imaginare pentru cele două tipuri de pîlnii catenoidale sînt date în figura 3.41. 1
, Este "L1!.sa c}°mpa|,ăm lungimea necesară pentru cele trei tipuri de pîlnii raport de raze, r0 și rz. în acest scop calculăm lungimea necesari peXru cele doua pîlnii catenoidale. Pentru pîlnia exponențială obținem
exp , /„, = ft In]n j
234
* ^7-b
Fig. 341. Componentele Impedanței specifice de intrare, raportate Ia Z~ pentru pliniile catenoldale ; a) partea reala pentru pîlnia exreppeeală />) partea Imaginara pentru pîlnia exponențiala ; c) partea reală paste pîlnia proprlU'Zls catenoidală. Ptcprezentările sînt date pentru e> > cz-
iar pentru pîlnia proprш-zis catenoidală
ch
t: a t
Raport înd la Ц
1), lungimea pîlniei conice, obține;

IП IC leat ■■ ■1 i - =
• -1 t-funcții care, sînt fiecare în parte descrescătoare (funcție de parametrul ceea ce arat fi efi, /« aceeași freci>cn(ă limită inferioară, pilniite catenoidale etMwfec o lunyline mai mică, fapt care, constituie, tn mod evident un intfHVlani вгчгигц?.
Dacfi Infim doufi valori tipice pentru parametrul it obținem
'SJL « 0,567, le„ 0,567/
2 j£<!U_^aÎL 0.808
ж * 0»80S'4 ;
pentru к == 10
0,361,
lcxp — 0,361/c,
Se observa ceva mai mare
111(10 4- /"2 = 0,469, leal = 0,469/c.
că utilizarea pîlniei catenoidale propriu-zise conduce, la o l^l^e decît lungimea obținută folosind pîlnia
avantajul pîlniei catenoidale propriu zise constă în faptul ca transmisia („cepe chiar imediat după depășirea ^^oTmuîele (3 161) se determină
Coeficientul de reflexie kr care apare in formulele (йлоі; punînd condiția la limită în deschiderea terminala, adica
în care Zst
T 4 ~~~
este impedanța văzută spre mediul exterior. Prin rezolvare se ob-
tine
9
kr = A-rie-2j^<:r"+!),
în care krt
determină
este coeficientul de reflexie în deschiderea terminală, mărime care se cu formula (3.155) folosind pentru Z6(.r) expresia corespunzătoare pîlniilor, adică (3.161).
t • » * , 1 ' r; . - - ■ ■ * * . ' - ' t ' - Г * ■ t t"î
' ' ' r
Ex. 3.8.2. Calculul pîlniilor catenoidale
Să se dimensioneze o pîlnie catenoidală în variante exponențială și catenoidală propriu-zisă folosind datele de la exemplul 3.8.1.
a. Varianta exponențială.
Raza finală este aceeași r, = 0,11 m. Luînd Â- = 5 obținem r0 = 0,022 m.
Parametrul h este dat de

h = /2r0 = /2-0,11 = 0,1551 m
iar lungimea lezp de
lexp = 0,576Zc = 0,576-0,44 = 0,2495 m.
Pentru frecvența limită inferioară co = = /~2 coc avem
Z//2<oc) = 0,707(1 + j)Ze,
Z„ = (0,4233 + jO,6488)Zc.
Folosind aceste date obținem coeficientul dc reflexie terminal
J:rt = Л1 Z" ~ Z» =. 1 ~~ J °4233 — 0.707 4- j(0,6488 — 0,707)
Z. Z„ + Zf 14- j 0,4233 4- 0,707 4- j(0,6488 - 0,707) = 0’263IJ±.?8° precum și coeficientul de undă staționară
_ t + I I 1 4- 0,263 ,
230
Fig. 3.42. Profilcle comparative pentru trei plinii, conică, exponențială și pro-priu-zis catenoidală, avînd aceleași frecvențe limită fj = 500 Hz, fc = 353 Hz și cu următorii parametrii geometrici x0 = 0,11 m, rQ = 2,2-IO"2 m, 77 = 0,1551 m, lc — — 0,44 m, lexp = 0,2945 m, hat =. 0,3555 m.
Pentru frecvența co astfel încît (3ry = 1,8 adică co = 1,8 co; și deci co — l,8-l,41coc — 2,538 cof, obținem din tabelul 3.6 și formula (3.153)
Zft = (0,947 4- jO,6O81)Zc,
Z,(2,538coc) = (0,9191 4- jO,394)Zc.
Folosind aceste date obținem coeficientul de reflexie terminal
Â, Z? Zg - Za = 0,9191 - j0,394 0,947 - 0,9191 4- j(0,6081 - 0,394) = 0Д525|29
6o " Z, Z„ + Z,* 0,9191 + j0,394 0,947 + 0,9191 + j(0,6081 - 0,394) ’ ——
precum și coeficientul de undă staționară
14- \krt\ = 1 4- 0Л525 = 1
1 — | 1 — 0,1525
Din calculele prezentate rezultă că exponențiala are încă un avantaj net asupra pîlniei conice și anume reflexiile sînt net mai mici începînd chiar de la frecvența limită inferioară co;. b. Varianta catenoidală.
Elementele geometrice r0, *7» 11 sînt identice cu cele calculate în cadrul variantei exponențiale. Lungimea pîlniei este diferită și este dată de
lcat = 0,808 l0 = 0,808-0,44 = 0,3555 m.
Calculăm în prealabil expresia impedanței specifice în secțiunea terminală. Ținem seama că hai = 0,3555 = 2,292 h astfel că obținem
Zc
Z,(x0 4- hal) =--- a----------*
1/ 1 - -îl -I- 4^ th2,292 |/ coa jco
Deoarece th 2,292 = 0,9798 rezultă că impedanța specifică In secțiunea terminală evaluată pentru pîlnia catenoidală, pentru această situație, osie practic egală cu impedanța specifică evaluată pentru pîlnia cxponenllală, prin urmare pentru această variantă kr, șl cт au practic aceleași valori ca șl cele calculate la varianta a.
Profilcle celor trei plinii calculate sînt reprezentate comparativ în figura 3.42.
Din figură reiese clar avantajul pîlniilor exponențiale, fapt care explică larga lor utilizare.
237
Capitolul I
SISTEME ELECTRO-MECANO-ACUSTICE.
SC°P - metX"de%b?^ echivalente corespun-
zătoare unui sistem mecanic sau acustic fixat ;.
— metoda de obținere a circuitelor electrice echivalente corespunzătoare transductoarelor; A .
- metoda de obținere a circuitului echivalent pentru întregul sistem Aceste trei aspecte vor fi studiate în paragrafele următoare.
4.1. Analogii pentru sisteme mecanoacustice cu parametrii concentrați.
Posibilitatea fundamentării metodei analogiilor electromecanice sau eiectroacustice se bazează pe existența (pentru clase de sisteme fizice anumite) a două corespondențe fundamentale :
— corespondența dintre elementele de circuit, sau dintre structurile elementare, din sistemele electrice și sistemul neelectric ;
- corespondentele dintre legăturile (constrîngerile) asociate sistemelor electrice și cele asociate sistemului neelectric.
Vom arăta că problema se pune deosebit pentru sisteme cu parametrii concentrați

și pentru sisteme eu parametrii distribuiri. Analizăm mai întîi situația corespunzătoare sistemelor cu parametrii concentrați.

4.1.1. Corespondențele dintre structurile elementare

Corespondențele dintre, structurile elementare se de clasificare a variabilelor fizice cu parametri d[a9rama. inii) sistemele electrice. Elementele de circuit si variabilele încadra în diagrama funcțională de clasificare dată în figiu'l !hL Se P

238

Fîg4 4.1. Diagrama funcționala generală de clasificare a variabilelor fizice și a elementelor de circuit.

Se observa că variabilele de bază sînt sarcina electrică q și fluxul electric 6. Derivatele lor în raport cu timpul, i și respectiv u, pot fi numite fluxurile asociate sau vitezele generalizate. Elementele de circuit de tip reactiv, capacitatea și respectiv inductanța, sînt determinate printr-o relație funcțională între o variabilă de bază, q sau ϕ, și fluxul asociat celeilalte variabile dc bază, и sau i. Elementul de circuit disipativ, rezistența, este determinat printr-o relație funcțională intre cele două fluxuri, a și i. Trăsătura esențială a acestei clasificări constă în faptul că produsul dintre cele doua fluxuri reprezintă dimensional o putere

[izi] = putere. (4.1)

Se pot obține diferite corespondențe între structurile elementare electrice și structurile elementare neelectrice. Analizăm patru corespondențe care vor fi utilizate în continuare.

Primele două corespondențe sînt prezentate în figurile 4.2, a și 4.2, b. Se observă că prin ele sînt legate structurile elementare electrice și mecanice, cele două corespondențe fiind într-un anumit sens duale, după cum se va preciza mai departe. Semnificațiile mărimilor care intervin în cele două figuri sînt evidente în afară de notația pm care desemnează momentul, cantitatea de mișcare, exprimat în kg*m-s_1.

Următoarele două corespondențe sînt prezentate în figurile 4.3, a și 4.3, b. Se observă că prin ele sînt legate structurile elementare electrice și acustice, cele două corespondențe fiind de asemenea duale. Semnificațiile mărimile nespecifice pînă în prezent sînt : — deplasarea volumică exprimată în ms ; pa — cantitatea de mișcare exprimată în unități acustice, kg*m'"1*s~\ Remarcăm două fapte importante.

a) Precizarea unei anumite corespondențe între structuri elementare neelectrice și anumite structuri elementare electrice nu înseamnă încă stabilirea unei analogii deoarece nu rezultă modul de interconectare a structurilor electrice echivalente.

b) Din corespondențele introduse rezultă că în principiu sursele sistemului neelectric pot fi nu numai forțele (așa cum sc consideră în mod obișnuit în mecanică) ci și vitezele. Acest din urmă caz corespunde situației în care un sistem mecanic se găsește pe o fundație avînd viteză prescrisă.

239

/ VHD -v EK C
EfN SET
v чн <-ө Г d(GlEhOLT)

EFN^ EKC
EFEB- E KT
GLE^GLO

Fîg, 4.2. Corespondențe particulare de clasificare a variabilelor fizice și a elementelor de circuit: a) analogia de genul Ь in impedanțe mecanice; b) analogia de genul IL in admitanțe mecanice.

гШ" mc f.l'/P'fKf
Cit MO
Pa * Ma Ч.v
%v ~ ^aP u - Hi
EPB^EKC
EDVN~£KT

Fig. 4.3. Corespondențe particulare de clasificare a variabilelor fizice și a elementelor de circuit: a)analogia de genul I, în impedanțe acustice; J>) analogia de genul IL în admitanțe acustice.

d(GLE)~GLO

4Л.2. Sismnft tncoaniee eu deplasări paralele
O clasă importantă de sisteme mecanice pentru care se pot stabili analogii, adică circuite electrice echivalente, este clasa .sistemelor mecanice cu deplasări paralela Asemenea sisteme sînt sisteme de tip scalar deoarece pot fi descrise printr-un număr finit de parametri (deplasări) fără caracter vectorial. în principiu un sistem mecanic cu deplasări paralele, pe scurt un SMDP, conține structurile elementare mecanice introduse în capitolul 1 conectate astfel îneît deplasările să fie paralele. Un exemplu este dat în figura 4.4. Remarcăm ca rezistenta de frecare nu este explicit figurată dar prezența acesteia decurge din existența unei frecări între cele două mase și manșoanele de culisare. Remarcăm că; forțele aplicate trebuie să fie paralele între ele și sistemul trebuie să fie. mecanic echilibrat în raport cu posibile mișcări de rotație. In multe situații. în vederea echilibrării, un anumit element mecanic, resort sau element fricțional, se desface în două elemente de aceeași natură și de constante fizice egale. Se poale vedea ușor că echivalențele de trecere, de la două elemente la un singur element sînt cele date în figura 4.5. Folosind aceste reprezentări sistemul mecanic dat în figura 4.4 este echivalent cu sistemul dat în
în figura 4.6.
7/7/77/777^
7777777777777, 77//77//7/777,
fyi7i fimi
Fig. 4,4. Sistem mecanic în care elementele dis'pative nu apar în mod explicit.
Fig. 4.5. Compunerea elementelor nedisipative co-
nectate în paralel: a) compunerea resorturilor ; b) compunerea elementelor fricționale.
tl
Fig. 4.6, Sistem mecanic, echivalent sistemului mecanic din figura 4.4, care cuprinde toate elementele do circuit.
fijne “ fi/n, * fimz
241
16 — Sisteme eiectroacustice — cd. ПО

Considerăm un
bh.’nhds'en un obiect Sț^etne, eouslitu» «. «• ? îl numim qraf linear echivalent, pe scui. raport eГип'reper, de masă foarte mare ș. deci eu denumit reperul fix și notat cu sînt aplicate între un ț care forța este aplicată între va fi analizată mai departe.
Fie acum o structură mecanica la cele două capete deplasările și forțele aplicate structurii același sens de e\ arătată
în care (nodul) nice :
1..... și noduri, obiect pe care rtGLE. Deplasările vor fi evaluate ui deplasare practic nulă.
1•?^nUcntesblemului se eoMiderS <S 10tat cu O. boi Ut . pirnau Situația in nunct de mobilitate tinita și rtptitu
două puncte, diferite amîndoua de repenil hx. ică elementară neinerțială (Ce, K») avînd c, respectiv .r2, evaluate în acelaș sens, precum . saucuuu considerate la cele două eapUe torțele avuid
- raluare, cel ales pentru cele doua deplasări. Situația în figura 4.7, a. La capătul 1 putem scrie ecuația de torțe
Zml’ri> Pn = <’l ~ pa»
. punctului (nodului) 1 în raport cu punct:; operatorul asociat structurii elementare meca-
prl este viteza relativă a
2. Mărimea zm
este
m
pentru element fricțional și df pentru element elastic.
m
Structura considerată fiind neinerțială, forța de la capătul 1 su regăsește la capătul 2 ca forță de restabilire /», dată de /2 = Д, și ca foița aplicată
/*2 = A = fi ~ “in^rl =
PГ2 == П ^3
în care vr2 este viteza relativă a punctului 2 (nodului) Zn raport cu punduî

(nodul) 1. Rezultă că putem asocia în mod unic structurii elementare îneca-nice neinerțiale (C^, Rm) un arc pe care indicăm operatorul asociat precum și un sens de evaluare a vitezelor și forțelor.Situația este arătată în figura ă.
Fie acum structura elementară M avînd deplasarea a\ Ecuația de descriere este
f = Л/ ±.. dl
Situația este arătată în figura 4.7, c. Remarcăm faptul că masa V are o singurii viteză în raport cu reperul fix, astfel că viteza masei se poate'consi-dera ca fiind viteza relativă a punctului în care se găsește masa evaluată în raport cn reperul fix. Putem deci asocia masei .V un arc pe care' indicăm -V precum și sensul de evaluare a vitezei. Arcul are un capăt le<>at la renernl fix. Situația este arătată în figura 4.7, d, ъ ' q<-iul
Considerăm, In sfîrșit, modul de asociere a arcelor nentrn .
mului (forțe și viteze imprimate), imprimate înliMin anumit nnn * ' \
cu reperul fbc Slluullu «el. hl tl8„r« «,7XSS
242
Fig, 4,7. Structuri mecanico elementar o : «) structură noinortială ; b) arcul echivalent structurii elementare nolncrțialc; c) structura do tip masă ; d) arcul echivalent masei; e) sursă imprimată aplicată într-un SMDP î f) arcul echivalent unei surse imprimate.
C d
e
de viteză, asocierea unui arc, conectat între punctul de aplicație și reperul fix cu indicarea sensului pe arc identic cu sensul deplasării punctului considerat (în raport cu reperul fix), conduce la o corespondență biunivocă. în ceea ce privește însă sursele de tip forțe imprimate, este necesar ca fiecare fer fa să fie figurată de o singură parte (spre exemplu între reperul fix și punctul de aplicație) indieîndu-se în mod evident sensul de acționare. Atunci fiecărei forțe îi putem asocia cîte un arc, conectat între reperul fix 6 și punctul de aplicație, arcul fiind etichetat cu f și avînd sensul asociat identic cu cel al forței din sistem. Situațiile corespunzătoare, pentru viteze și pentru forțe imprimate, sînt arătate în figura 4.7, f.
Subliniem un fapt important. Pentru ca semnele deplasărilor obținute folosind circuitele electrice echivalente să respecte semnele relative din sistemul mecanic inițial este necesar ca toate structurile elementare să se găsească de aceeași parte a reperului fix. Pentru situația în care sistemul mecanic se găsește între doi pereți perfect rigizi este necesar să,se facă o corecție care va fi arătată mai departe.
Cu aceste precizări putem formula etapele de constituire a drudurii GLE asociată unui SMDP.
a) Se figurează pe un plan cele n noduri (punctele mobile) ale SMDP precum și reperul fix 0,
b) Structurile elementare Rm> Cin se înlocuiesc (adică se figurează în planul celor n + 1 puncte) cu arce conectate între nodurile asociate nodurilor fizice corespunzătoare și se etichetează cu sau Prescrierea unui sens nu este necesară.
243
cu Л/. Prescrierea unui conectate între reperul mod corespunzător și se mai înainte.
c) Masele se înlocuiesc cu arce conectate in e j- . ---.
fizic corespunzător ș[reperul fix Și se etichetează sens nu este esențială. ,
.
d) Sursele sistemului se înlocuiesc pun aice fix și nodul asociat nodului fizic. Se etichetează in '"^le'olStă^s^rt^1 GLE?diferă topologic de structgraarS^DXcile faptul că în prima structură apar arce legale la reperul fix O,
surselor si maselor din sistem. a w л
Mai remarcăm că introducerea structurii GLE nu înseamnă inca realizarea unei analogii ci constituirea structurii topologice apte sa i se prescrie anumite legături la care sînt supuse variabilele fizice din sistem.
Formularea relațiilor de legătură se face astfel. Se prescrie un sens arbitrar pe fiecare arc din GLE, mai exact pe arcele asociate surselor sensurile reale iar pe celelalte arce sensuri arbitrare. Pe fiecare arc asociem o forță orientată conform sensului prescris, astfel încît pentru fiecare arc în unul din cele două noduri forța asociată este dirijată înspre nod iar pentru celălalt forța asociată este dirijată dinspre nod. Viteza relativă asociată unui arc va

fi prin definiţie diferenţa dintre viteza nodului din care iese săgeata (de orientare) şi viteza nodului în care iese săgeata.
Remarcăm două fapte importante.
a) Structura GLE este planară.
b) Dacă în orice nod al structurii SMDP se găseşte conectată — pe lîngă structura elementară de conexiune cu alte noduri, adică de tip Rm sau — cel puţin o masă sau o sursă, atunci orice arc din GLE este cuprins într-o buclă care conţine nodul asociat reperului fix O. Avînd în vedere numai astfel de grafuri liniare echivalente vom figura pe structura GLE un număr arbitrar de bucle orientate. Prin buclă înţelegînd acelaşi concept utilizat în teoria circuitelor electrice.
Cu aceste pregătiri putem formula două legi (legături) asociate structurii GLE.
d) Suma algebrică a tuturor forţelor care sint adiacente unui nod este nulă
Acest grup de relaţii le numim ecuaţiile forţelor din noduri, pe scurt EFN
Analitic putem scrie "
în carez G (mulţimea nodurilor),(mulţimea laturilor) iar «. -4-1
V - '•toi '*• ««o- ‘ ‘o. «Й
ЙЙЯХЙ reIa,Ше E™ ,T,’rezin,a «₽Uc«U
Aceste relaţii l/numhn 7 estenuM.
Analitic putem scrie ' relttlu,e thli bllc!(’> P® scurt EVRB.
244
în care : e 3 (mulţimea de bucle), j <= J?. iar btJ = + 1, dacă viteza relativă r. este cuprinsă in bucla i iar orientările de pe buclă şi cea de pe arc coincid ; - 1, dacă viteza relativă este cuprinsă în bucla i dar cele două orientări sînt opuse; 0, dacă viteza relativă nu esle cuprinsă în bucla ь
sînt de natură cinematică iar valabilitatea lor este
“i viteza relativă nu esle cuprinsă în bucla z.
’ Relaţiile. EVRB evidentă.
Remarcăm totodată că structura GLE fiind planară există întotdeauna structura duală(în eare rolul nodurilor şi cel al laturilor se schimbă între ele), structură pe care o notăm cu d(GLE). Pentru detalii cititorul poate consulta [CRT-2J.
Se observă că relaţiile (4.2) şi (4.3) sînt similare cu relaţiile din teoria circuitelor electrice : ecuaţiile Kirchhoff de curent, pe scurt EKC, şi ecuaţiile Kwrhhoff de tensiune, pe scurt EKT. Corespondenţa dintre legături se poa te stabili formînd orice pereche deoarece structura GLE este planară.
Putem acum să definim cele două genuri de analogii. Le numim analogii eZârinMnecmuce deoarece prin ele se stabilesc corespondenţe (izomorfisme) între un sistem mecanic de tip SMDP şi un sistem electric cu parametrii concentraţi. Reamintim că o analogie este determinată prin corespondenţa de parametri şi prin corespondenţa de legături.
Analogia de genul I, in impedanţe mecanice, este caracterizată prin corespondenţa de parametri şi corespondenţa de legături date în figura 4.2, a. Deoarece relaţiile EFN, asociate nodurilor din GLE, sînt izomorfe cu relaţiile EKT, asociate buclelor din circuitul electric echivalent adică de fapt din graiul liniar orientat, pe scurt GLO, al circuitului electric echivalent, rezultă că dualul structurii GLE este izomorf cu structura GLO (izomorfismul de graiuri uind indicat printr-o tildă). Denumirea de analogie de genul I, în impedanţe mecanice, provine din faptul că impedanţa în circuitul electric echivalent Z = U]I corespunde raportului complex F/V care prin tradiţie se numeşte impedanţă mecanică.
Rezultă ca etapele de realizare a analogiei de genul I, în impedanţe mecanice, sînt următoarele.
a) Se figurează structura GLE avînd fiecare arc etichetat cu semnifica-Va sa, Ra, Cm, M, f, v.
b) Se trece de la structura GLE Ia structura duală d(GLE), cele două structuri fiind în corespondenţă biunivocă, numărul de laturi păstrîndu-se împreună cu etichetarea laturilor.
C) Structura d(GLE) se identifică cu structura GLO a unui circuit electric. Se trece de la GLO ~ d(GLE) la circuitul electric echivalent punînd în e,e™ente de circuit şi surse în conformitate cu diagrama dreptunghiulară de corespondenţe dată în figura 4.2, a.
•li Pentru surse date calculul unei funcţii de transfer se reduce la calculul funcţiei de circuit din circuitul electric echivalent.

Analogia de genul II, in admitanfe mecanice, esle caracterizată prin corespondența de parametri și corespondența de legături date în figura 4.2, Z>. Deoarece relațiile EFN, asociate nodurilor din GLE, sînt izomorfe cu relațiile EKC, asociate nodurilor din circuitul electric echivalent sau din structura GLO asociată, rezultă că structura GLE este izomorfă cu structura GLO. Denumirca de analogie de genul II, în admilanțe mecanice provine din faptul că impedanța Z == Uțl din circuitul electric echivalent corespunde i aportului corap'exV !■' care conform tradiției se numește admitan[ă mecanica.
Rezultă că etapele de realizare a analogiei de genul II, în admitanțe mecanice sînt următoarele.
<7. Se figurează structura GLE avînd fiecare arc etichetat cu semnificația sa Fiv. CK, Af, /, a.
ă. Structura GLE se identifică cu structura GLO a unui circuit electric. Se trece de Ia GLO ~ GLE la circuitul electric echivalent punînd în laturi elemente de circuit și surse în conformitate cu diagrama dreptunghiulară de corespondențe dată în figura 4.2, b.
c, Pentru surse date calculul unei funcții de transfer se reduce la calculul funcției de circuit în circuitul electric echivalent.
w
EX 4.1,1.
Sistem mecanic acționat de două forțe
Se consideră un SMDP dat în figura 4.8, a. Sursele sistemului sînt două forțe și /*. cu sensurile indicate pe aceeași figură. Să se figureze circuitele electrice echivalente de genul I și de
II.
Figurăm structura GLE asociată care este dată în figura 4.8, b.
IJstnd topologia structurii neschimbată și folosind corespondența de structuri elementare
și de surse dată în figura 4.2 b
obține:
circuitul electric echivalent de genul II, în admitanțe
eeanice, dat în figura 4.8, c. Reaminti
că, în conformitate cu convențiile obișnuite, în orice
circuit electric scriem pe o rezistență valoarea rezistenței, pe o inductanță valoarea inductanței iar pe o capacitate valoarea capacității. Astfel Gm = R~]n reprezintă valoarea rezistenței din circuitul electric echivalent de genul II.
Spre exemplu, impedanța între nodurile 1 și 2 este
dată, de
cu
fii
F g- 4 8. Sistem mecanic tura
cle ssț
246
si ohbnem
Trecem la structura dwalA d(GLE), Moșim corcspandcnlck ЛН.e l« iiдova circuitul electric echivalent de genul 1. in iinpedantc. niccani< e. .a « »#m. . . vunr sînt tensiunile nodale 1, 2, .? iar în circuitul electric echivalent dc gena) l ele si M nț4a a» late dc cei trei curenți ciclici.
Ex. 4.1.2. Sistem nmnnic acționai de două forțe paralele o#ak șl do sewwl
Se consideră un SMDP dat iu figura 4Л « In oare sursele sint consimte do două și de sensuri opuse, Д = fc. Să se figureze circuitul electric echivalent J11/' .J. .... . м *
Figurăm structura GLE asociată, care este dată in figura 4 A o. t^servăm < ă ' t4,' structura GLE considerată intr-o nouă structură echivalentă dală in figura 4л> ? (Л . л structuri sînt echivalente in sensul că au aceleași rclațu EhN asonale 1 a чh
tuată este similară cu deplasarea generatoarelor de curent d<n twna enспПгЬм Ь fGRT-21. Trecînd la circuitul electric echix'alcnt de genul П obținem eircnviui dai in <tgma 4 - * Remarcăm că sistemul considerat corespunde la multe situații infinite in apUc^Hi doxMm'c interacțiunile electromagnetice se manifestă printre pereche do forțe egale și do -г
Este totodată demn de subliniat că perechea de forțe generează viloâa relativă dmtro m'dmdo
I și 2.

©
0
a
c
bg 4.9. Sistem mecanic cu deplasări paralele acționat do două lorțe egale și de sens contrar și circuit ele echivalente asociate: У GLE inițială ; ft) structura GLE echivalentă struc^
tu ii inițiate j c) circuitul electric echivalent de genul IL tn admb tanțo mecanice.
24T
li
» ctfnnt ne o fundație cu viteza Pr
ecanic situat pe o i > л nrA n viteză prescrisa. Si-
— i bază (fundație) are o viteza P
Se consideră un SS1DP dat In ОДіга Să seVlsureâ» clrc01t."1 * *
„ să “гжагжійя >-«№»/'• <re"ios-structura GLE asociată. dala date 1» figura 4Л »
. v2 H(s) = —•
tuația corespunde trans valent de genul II și să se arate^ca
Fisurăm mai intîi bu uuiuxa 0^ :~лНИІcaia si folosind cor
Lăslnd topologia structurii GLE nemodifi^ta și &
l ~ ~ |ММН||МННИ|МНИННННВН|ИНН^^И
Funcția de transfer care
Dacă notă
tf
1 _ s
Qo = coi<o.» coi=--------(o0, co- = a&co0, p — >
ab “o
C
1 .4/x* Sis?’em. mecanic situat pe o fundație cu viteză prescrisă: a) structura mecanică inițială • b\ «strnr
tara CLE asociată ; ,> circuit»! rtatS? eâtjli^ £
tecanice.
genul II» In admitanțe
248

s’«- U" «
$, ' <
’- ^ftk-
6b
£■
**'*’■ b
*Ч.4«ь, < •
L Wb.

* 4 у»,,
*
- V

6
*- c-' ЬІ

<*ir0
‘ Чл
• > 5^?
1 чг*

^4'

’ а6
и'Ип

■ ><<*,
^4 -
W)- 3

,
t,f^> f
' n,)<lf>lf / Z ft4«î
л*-
«4
?(•(> I...
.....,/
„ ' .....
^< •&’ » 4^ f ч"
* *
O/fZo z/-'
1 ч*
r'''^l -'.. 4
C">>
L-He .
4 e^/^/ <

’V^
Din figura 4.11 rezultă că pentru deplasări unghiulare mici
au loc următoarele relații geometiice
=
Folosind relațiile (4.5), relațiile (4.4) se și iu sub forma
• 1 *
rescriu în funcție de variabilele 14
IИ
d#i dl
d^
df
dp2 _ p -------/1, dt
dy2 ____ r
--------/25 df
M

în care

.r M
31 n =----
^22 - ~
M12 =
M
21*
Se observă că mișcările celor două capete sînt cuplate : cuplajul este de semn variabil, pozitiv sau negativ, iar pentru o anumită configurație este posibil ca cele două mișcări să nu mai fie cuplate.
Pentru scopurile propuse analizăm cazul particular în care masa barei este concentrată într-un anumit punct al barei, diferit de ambele capete. Situația este arătată în figura 4.12, a. Avem în acest caz h = 0 iar sistemul de ecuații (4.6) devine
dDj
df

df
л f A ±
Iг di
M
dp1
dt
Deoarece determinantul sistemului de ecuaţii (4.8) este nul, nu este posibil să determinăm cele două viteze a, şi pa pentru forţe date, de valori arbitrare. Dacă cele două viteze sînt prescrise putem determina cele două forfecare însă sint legate între ele prin relaţie Д/, = Д/а.
Dacă folosim corespondenţele asociate analogiei de genul I, în impedanţe mecanice, atunci circuitul electric echivalent care modelează sistemul de ecuaţii (4.8) este diportul dat în figura 4.12, b.
250
Vl Q f
Fig. 4.12. Sisteme particulare de tip bară acţionată de două forţe : a) sistem mecanic constituit dintr-o bară de lungime l şi de masa nulă, avînd masa concentrată într-un anumit punct ; &) circuitul electric echivalent de genul I, în impedanţe mecanice, asociat sistemului de la punctul a); c) sistem mecanic constituit dintr-o bară do lungime Z, avînd masa concentrată în mijlocul barei; d) circuitul electric echivalent de genul I, în impedanţe mecanico, asociat sistemului de la punctul c) ; e) sistem mecanic constituit dintr-o bară de lungime /, dc masă nulă şi avînd un anumit punct rigidizat la deplasări; f) circuitul electric echivalent de genul I» în impedanţe mecanice, asociat sistemului do la punctul e).
b
d

Dacă masa M este situată la mijlocul barei, /г =» /â, conform cu figura 4Л2, c sistemul (4r8) se reduce la o singură ecuaţie
M
***■*■»»«
4
“ Л
251
RcînnrcSin un fapt important mecanice, situa (ia co.
care arată eй sistemul considerat este cc,?,''ja,®“t ®“c°e™hXalent *este dat în ... A//-I animi două canele mobile. Circuitul cleclnc ccnnaici
fig" Re'mmcăm un fapt important. Masa M conectată între două sub^teme mecanice, situa(la considerată in dat
conservă viteza în timp ce sistemul mecanic consideiat în acest paraj / , (п Панга 4.12, c modifică viteza dar conservă forfa.
important esle constituit de situaţia in adică masa se poate roti în jurul unui anumit punct dar deplasarea acelui punct esle nulă. Situaţia este arătată în figura 4.12, e. Ecuaţiile (4.8) devin în acest caz
n — —
— Пi^iy
ecuaţii care definesc în analogia de genul I transformatorul ideal, aşa cum se arată în figura 4.12, f.
Sistemul mecanic dai în figura 4.12, f sc numeşte transformatorul mecanic. Denumirea este evidentă din următorul fapt. Dacă la capătul 2 este conectală impedanţa ZW18 -- Л3/V2, atunci la capătul 1 obţinem
ceea ce justifică terminologia adoptată. Transformatorul mecanic este folosit într-o scrie de dispozitive eiectroacustice cum sînt doza electromagnetică, casca electromagnetică, pentru adaptarea unor impedanţe mecanice sau pentru amplificarea deplasării.
Dispunînd de structurile mecanice mai înainte introduse putem să analizăm figurarea circuitului electric echivalent în cazul în care sistemul mecanic, evident de tip SMDP, se găseşte între două plane perfect rigide, aşa cum se arată în figura 4.13, a. Putem reduce sistemul considerat la un sistem fixat dc o singură parte a reperului fix. în acest scop fixăm un nod de mobilitate nulă, notat în figură cu un nod îngroşat. Desenăm cele două subsisteme, care au un nod comun, de aceeaşi parte a unuia din cele două plane rigide şi le cuplăm prinlr-un transformator mecanic de raport de transformare 1 : 1 aşa cum sc arată în

figura 4.13, b. Circuitul electric echivalent este constituit din cele două circuite electrice asociate celor două subsisteme, cuplajul celor două circuite fiind realizat printr-un transformator ideal.
/ /
Pig. 4.13. Echivalarea unui sistem mecanic, în care elementele dc circuit nu sînt situate de o sincură parte a reperului fix, cu un sistem mecanic, în care clementele dc circuit sînt situate de aceeași parte a reperului fix șl care cuprinde un transformator mecanic cu raportul 1: 1.

Ex.
Fig. 4.14. Filtru mecanic trece-jos tip κ constant : a) circuitul electric echivalent de genul I, în impcdanțe mecanice; &) structura GLO asociată circuitului de la punctul a) ; c) structura GLO dual ă structurii GLO de la punctul b) ; d) sistemul mecanic corespunzător.
4.1.4. Filtre
II
ecanice
Să se deducă structurile mecanice care realizează filtre mecanice de tip κ constant trece jos (TJ), trece sus (TS), trece bandă (TB) și oprește bandă (OB), pornind de la circuitele electrice echivalente de genul I în impedanțe mecanice. Metoda folosită va fi următoarea. Figurăm circuitul electric echivalent prescriind sursele astfel încît orice element de circuit să se găsească cel puțin într-o buclă. Pe acest circuit pute figura sistemul de curenți ciclici din ochiurile (ferestrele rețelei), fapt posibil deoarece prin ipoteză rețeaua electrică este planară. Elementele de circuit se împart în două clase : a) ele-ente parcurse de un singur element de buclă ; b) elemente parcurse de doi curenți de buclă.
Deoarece prin dualizare GLO -» d(GLO), buclele trec în noduri și invers, atunci elementele din categoria a) au în d(GLO) un singur nod cald, celălalt nod fiind nodul comun, nod asociat reperului fix (nodul comun corespunde buclei exterioare circuitului), în timp ce elementele din categoria b) au ambele noduri calde. Rezultă că din structura electrică echivalentă putem aprecia dacă structura mecanică va conține sau nu structura masică cu două capete mobile. Vom nota cu M supralineat, adică AL un element inductiv din circuitul electric echivalent comun la două bucle. Conform teoriei prezentate elementul masic din structura mecanică va avea valoarea 4 AL
a) Filtru
Figurăm structura electrică echivalentă, dată în figura 4.14. a. Se observă că toate induc*an-țele sînt cuprinse fiecare în parte în cîte o singură buclă. Figurăm structura GLO asociată, dată în figura 4.14, b, iar apoi trecem la structura dual ă d(GLO), dată în figura 4.14, c. Identificăm d(GLO) cu GLE și trecem la sistemul mecanic, dat în figura 4.14, d. Realizarea fizică necesită structuri masice normale, adică avînd o singură viteză.
b) Filtre mecanice TS tip κ constant.
Figurăm structura electrică echivalentă, dată în figura 4.15, a. Se observă că toate inductan-țele sînt cuprinse în cîte două bucle, le notăm cu M și vor corespunde structurile
două capete mobile. Figurăm structura GLO asociată, dată în figura 4.15, Z>, iar apoi trecem la structura dual ă d(GLO), dată în figura 4.15, c. Identificăm d(GLO) cu GLE și trecem la sistemul două capete mobile,
e) Filtre mecanice TB tip κ constant.
Figurăm structura electrică echivalentă, dată în figura 4.16, a. Se observă că inductanțelc notate cu Aft sînt cuprinse fiecare în cîte o singură buclă în timp ce inductanțele notate cu AfB sînt cuprinse fiecare în cîte două bucle (în circuitul concret studiat există numai o singură inductanță de acest tip) și ca atare le scriem supralineat. Figurăm structura GLO, dată în
ecanic TJ tip κ constant.
lasice cu
ecanic, dat în figura 4.15, d. Realizarea fizică necesită numai structuri masice cu
a
-
Fig. 4.15. Filtru mecanic trecc-sus tip κ constant : a) circuitul electric echivalent de genul I, în impedanțe mecanice ; b) structura GLO asociată

circuitului de la punctul a) ; c) structura GLO dual㠠structurii GLO <
.....1 —n
de la punctul b) ; d) sistemul mecanic corespunzător.
trccc-bandă
b
Fig. 4.16. Filtru mecanic
tip к constant: a) circuitul electric echivalent de genul I, în impedanțe mecanico ; b) structura GLO asociată circuitului dc la punctul «) ; c) structura GLO dual㠠structurii GLO de la punctul b) ; d) sistemul mecanic co respunzător.
figura 4.16» b, Iar apoi trecem la structura dual㠠d(GLO), dată în figura 4.16» &. Identificăm d(GLO) eu GLE ș l trecem la sistemul mecanic dat în figura 4.16, d. Realizarea fizică necesită atît ama cu o singură viteză cit ș l mase cu două capote mobile. Se poate obține o realizare care conduce tot ia o structură T13 prin înlăturarea din circuitul electric a masei (punînd Mt = oo) dir structura respectivă nu mal este de tip к constant. Această operație conduce in realizarea fizică din figura 1,16» d la blocarea masei Ma» adică se obține un transformator ideal eu raport de transformare unitar» element do circuit caro se poate înlătura conectînd capătul inferior al resortului Cщi la masa Mi (masa din dreapta).
d) Filtre mecanice O B tip к constant.
254
a
Fig. 4.17. Filtru mecanic oprește-bandă tip к constant : a) circuitul electric echivalent de genul I, în impedanțe mecanice; b) structura GLO asociată circuitului de la punctul a); c) structura GLO dual㠠structurii GLO de la punctul b); d) sistemul mecanic corespunzător.
Figurăm structura electrică echivalentă, dată în figura 4.17, a. Se observă că inductanțele notate cu sînt cuprinse în cîte o singură buclă in timp ce inductanțele notate cu Д4 sint cuprinse în cîte două bucle ș i ca atare le supralineăm. Figurăm structura GLO asociată* dată în figura 4.17, b, iar apoi trecem la structura dual㠠d(GLO), dată în figura 4.17» c. Observăm “ * '
~ ~ ’ '' * conectate în paralel. Figurarea di-
rectă a structurii mecanice nu este evidentă deoarece elementul Ms are deplasările paralele în timp ce elementul Cm2
că apare o structură nouă în GLE, anume arcele M2 ș i C,M2
are deplasările în linie. Arătăm că structura mecanică dată în figura 4?18 are ca echivalent în GLE două arce în paralel, adică tocmai structura căutată. Eva-
luă fiind neinerțială forțele de la cele două capete sînt egale astfel că obținem
tai întîi forța generată de cele două resorturi pentru viteze prescrise. Structura
f 1 i -Л1 f I / 1 i) /
u' ‘; iiij 'uI
(L10)
Fig. 4.18. Structură mecanică tipică filtrului mecanic oprește-bandă.
Căutăm resortul echivalent raportat la deplasarea relativa (x, + *e) obt* ine
Ținînd seama ș l de forța generată dc prezența masei cu două capete mobile rezulta m nnal
1 M
— (yi 4“ ys)*
d/
GLE obținem structura mecanică singur punct mobil cît ș i mase cu = 0) ceea ce se traduce între nodurile 1
Folosind echivalența demonstrată ș i identificînd d(GLO) cu
dată în figura 4.17» d.
Se observă că realizarea mecanică necesită atit mase cu un - nf»mrî doâ puncte тоыie. Dacă urmărim o realizare fără nici o masă cu doua puncte mobiU atunci putem elimina masa Л/з din structura electrică echivalenta (pumn 2 în sistemul mecanic prin eliminarea masei M2 ș i cuplarea resortului G
Sisteme meeanoacustice
O altă clasă de sisteme neelectrice pentru care se pot stabili analogii, adică circuite electrice echivalente, este clasa sistemelor mecano acustice. Un

asemenea sistem conține trei tipuri de structuri : orificii (de dimensiuni mici în raport cu lungimea de undă) în care se pot găsi sau nu membrane sau plăci ; incinte cu volumul mic în raport cu puterea a treia a lungimii de undă dar mare în raport cu volumul echivalent al aerului din deschideri ; sursele sistemului constituite din presiuni imprimate. în toate construcțiile care prezintă interes pentru aplicații presiunile imprimate se aplică prin intermediul deschiderilor. Remarcăm că și în acest caz avem de a face cu un sistem scalar. Sistemul mecanoacustic va fi desemnat pe scurt prin SMA.
Considerăm deci un SMA constituit din incinte cuplate prin orificii cu alte incinte sau prin care sînt excitate de către sursele imprimate. Un orificiu are cele două capete de acces în trei situații posibile : capăt care comunică cu o incintă, capăt prin care se exercită o presiune imprimată ; capăt care se deschide spre spațiul liber. Vom arăta că un SMA poate fi pus în corespondență biunivocă cu un obiect geometric constituit din arce și noduri, obiect pe care îl numim ca și în paragraful 4.1.2 graf liniar echivalent, pe scurt GLE.
. F?6.30!1”1 Prima structură tipică în asemenea sisteme, anume deschiderea (orificiul) în care se pot găsi sau nu membrane și plăci oscilante. Schița de principiu este dată în figura 4.19, o. Presiunile aplicate se consideră pozitive cind acționează ca forțe de compresie. Ecuația lui Newton aplicată structurii И2ЙГ ps"tru indicat pe ,igură pent™debit “
în care
(4.12)
+ МЛ« + дяя
MG + + _J_ .
jwCe
(4.13)
256
a
b
c
e
Fig. 4.19. Structuri tipice sistemelor mecanoacustice: a) descindere în care se pot găsi pistoane sau membrane oscilante; &) structura GLE asociata structurii de la punctul a) ; c) incintă de volum £L in care accesul se face prin n orificii; d) structura GLE asociată structurii de Ia punctul c); e) structura GLE asociată unei presiuni impri
de presiune nulă ; f) modul de prescriere a poIarItățîIoF pe un arc dîatr-im

11
în (4.13) indicele c se referă la elementele conului iar indicele aa se referă la elemente în unități acustice referitoare Ia aerul din orificiu. Structurii descrise de (4.12) îi asociem un arc global conectat între punctele 1 și 2. puncte caracterizate prin presiunile Px și respectiv P£. Arcul global conține cinci arce etichetate conform cu notarea elementului considerat (structură elementară). Din (4.13) se observă că arcul global se reduce la trei arce care corespund structurilor elementare. Cele trei elemente au în comun debitul din orificiu Qc. Situația este arătată în figura 4.19, 6.
A doua structură tipică este constituită de o incintă de volum D în care accesul se face prin n orificii, fiecare avînd debitul Situația este arătată în figura 4.19, c. Ecuația care descrie comportarea structurii este

(i. 14)
în care Pc este presiunea în incintă iar este su
tel or care intră în cavitate. Structurii descrisă de (4.14) îi asocie
a algebrică a tuturor debili n arc
H
etichetat cu Cap, conectat între un nod notat cu Pc și un nod notat cu 0, nodul de presiune nulă. Situația este arătată în figura 4.19» d.
în sfîrșit unei surse constituită de presiunea imprimată P îi asociem un arc etichetat cu P, conectat între nodul notat tot cu P și nodul de presiune nulă. Pe arc scriem o polaritate la nodul cald, 4- dacă presiunea realizează o compresie sau — dacă presiunea realizează o decompresie. Situația este arătată în figura 4,19, e.
17 — Sisteme electroacustice — cd. 110

я *
. Metodologia generală
Putem acum formula etapele de constituire a structinii GLE^P“"-zătoare unui SMA pe care sint etichetate sli iu un e aci . . ------,
n C йriicч localizarea acestora în structura spaţiala, de’alribuire a unei anumite comportări 2 ec^tiile
ţiune din spaţiu a fost amplu analizată in capitolul 3 folosmdu-se ecua iile ,iriP<i)hSe figurează într-un plan : n, noduri asociate surselor, noduri etichetate cu p. i = 1 2, . . Пi ; n2 noduri asociate presiunilor din incinte, nooaп etichetate cu’Pc\. ’ A-’= 1’, 2'..., n2 precum şi nodul de presiune nulă, notat
b) Se unesc nodurile asociate surselor, fiecare în parte, cu nodui O şi se indică polaritatea nodurilor calde cu + sau cu —.
c) Se unesc nodurile asociate presiunilor din incinte, fiecare in parte, cu nodul de presiune nulă O şi se etichetează cu Cai-
d) Se identifică în structura GLE toate perechile de noduri (Pt. Pulsau (Pcl, Pcm) ~ care corespund perechilor de structuri elementare (presiune imprimată-incintă sau incintă-incintă) comunicînd printr-o deschidere de structură Za(i, k) — şi se unesc, fiecare pereche în parte, cu un arc global, etichetat cu Za(i, k) şi conţinînd trei sau cinci arce corespunzând structurilor elementare existente în deschidere.
e) Dacă o anumită deschidere realizează comunicarea între o incintă sau o sursă imprimată şi spaţiul liber (unde nu există presiune imprimată), atunci arcul global asociat deschiderii se conectează între nodul PrÂ. sau Pf şi nodul de presiune nulă O.
Remarcăm faptul că prin construcţia indicată fiecare arc face parte din cel puţin o buclă din GLE. în toate cazurile întîlnite în aplicaţii structura GLE este planară astfel că există şi structura d(GLE).
în vederea asocierii relaţiilor de legătură structurii geometrice considerate prescriem un sens pe fiecare arc (diferit de o sursă imprimată care are indicată polaritatea) care reprezintă sensul debitului voluraic din structură (de pe arc) şi convenim ca presiunea asociată arcului să aibă semnul — la capătul din care iese săgeata. Situaţia este arătată în figura 4.19. f.
Cu aceste pregătiri putem formula două legi asociate structurii Geometrice GLE.
&
ă) Suma algebrică a tuturor debitelor volumice adiacente unui nod este nulă.
Acest grup de relaţii le numim ecuaţiile debitelor oolumice în noduri pe scurt EDVN. Analitic putem scrie
— 0,
j

hi care j $ (mulţimea buclelor) iar bu 1, daca presiunea Pj este cuprinsa în bucla i şi daca orientările de pe bucla şi cea de pe arc coincid; — 1, dacă presiunea esle cuprinsa în bucla şi daca orientările de pe buclă şi cea de pe arc sînt opuse ; 0, dacă presiunea nu este cuprinsă în buclă.
Ca şi în paragraful «1.1.2 remarcăm că (pentru GLE planare) relaţiile EDVN şi EPB pot fi puse in corespondenţă fie cu relaţiile EKT fie cu relaţiile EKГ.
Putem acum să definim două noi tipuri de analogii. Le vom numi analogii electro-niecano-acustice deoarece prin ele se stabilesc corespondenţe (izomorfisme) intre un sistem neelectric, de lip SMA, şi un sistem electric cu parametrii concentraţi. Reamintim că o analogie este determinată prin corespondenţa de parametri fizici şi corespondenţa de relaţii (legături).
Analogia dc genul I, in impedante acustice, este caracterizată prin corespondenţele de parametri şi de legături date în figura 4.3, a. Deoarece relaţiile EDVN, asociate nodurilor din GLE, sînt izomorfe cu relaţiile EKC, asociate nodurilor din circuitul electric echivalent sau nodurilor din structura GLO
corespunzătoare, rezultă că structura GLE este izomorfă cu structura GLO.
Denumirea de analogie de genul I provine din faptul că tabelul de corespondenţe de parametri asocia ţi este identic, abstracţie făcînd de o constantă geometrică, cu tabelul de corespondenţe de parametri asociaţi din figura 4.2, a.
Totodată impedanţa din circuitul electric echivalent corespunde numărului complex P/Q?, care se numeşte impedanţă acustică, fapt care justifică denumirea

completă a analogiei.
Rezultă că etapele de realizare a analogiei de genul 1, în impedante acustice sînt următoarele.
a- Se figurează structura GLE avînd fiecare arc etichetat cu semnificația sa, Ma, Ra, Ca, P.
b. Structura GLE se identifică cu structura GLO a unui circuit electric echivalent. Se trece, de la GLO ~ GLE la circuitul electric punînd în laturi elemente electrice de circuit și surse în conformitate cu diagrama dreptunghiulară de corespondențe dată în figura 4.2, a.
c. Pentru surse date calculul unei funcții de transfer se reduce la calculul funcției de circuit corespunzătoare în circuitul electric echivalent.
Analogia de genul II, în admitanie acustice, este caracterizată prin corespondențele de parametri și de legături date în figura 4.3, b. Deoarece relațiile EPB, asociate buclelor din GLE, sînt izomorfe cu relațiile EKT, asociate nodurilor din circuitul electric echivalent adică nodurilor din structura GLO corespunzătoare, rezultă că dualul structurii GLE este izomorf cu structura GLO. Denumirea de analogie de genul II provine din faptul că tabelul de corespondențe de parametri asociați este identic, abstracție făcînd de o constantă geometrică, cu tabelul de corespondențe de parametri asociați dat în figura 4.2, b. Totodată impedanța din circuitul electric echivalent Z = Ujl corespunde numărului complex QJP care se numește admitanță acustică, fapt care justifică denumirea completă a analogiei.
Rezultă că etapele de realizare a analogiei de genul II, în admitanțe acustice, sînt următoarele.
a. Se figurează structura GLE avînd fiecare arc etichetat cu semnificația sa, Mat Ra, Cttt P.

irnclura dual structurii GLE, noua structură fiind notată unei laturi din GLE se transpune in asociate din d(GLE). electric
truc tura GLO a unui circuit eietuit d(GLE) la circuitul electric punînd în în conformitate cu diagrama
I
de transfer se reduce Ia calculul
ca și mai înainte d(GLE). rjjchț'^e*’
etichetarea laturii ~
c. Structura d(GLE) sc identifica cu s
Și surse în con.orm.wse .o
reduce ia eaiculni funcției de circuit corespunzătoare în circuitul electric echivalent.
înainte dc a prezenta unele exemple de aplicare a metodologiei expm subliniem cîteva fapte semnificative. r , , -
a. Este evident că, în conformitate cu faptul ca
transfer mecanoacuslice
— impedanțe (admitanțe) mecanice,
— impedanțe (admitanțe) specifice,
— impedanțe (admitanțe) acustice,
se pot constitui încă două analogii, analogia de genul I
și analogia de. genul II, în admitanțe specifice. Aceste două analogii nu se folosesc în analiza sistemelor mecanoacustice cu parametrii concentrați.
există trei funcții de
în Impedanțe specifice,
b. Analogia de genul II, în admitante mecanice, este folosită de obicei în tratările specifice teoriei vibrațiilor iar analogia de genul I, în impedanțe mecanice, este folosită în tratările specifice acusticii. Pe de altă parte în analiza și sinteza dispozitivelor electroacustice se folosește exclusiv analogia de genul I, în impedanțe acustice.
Ex. 4.1.5. Microfonul combinat cu trei surse de presiune
Se consideră un microfon combinat a cărui schiță de principiu este dată în figura 4.20, a, indi-clndu-se natura comportării (structura elementară acustică asociată) fiecărei porțiuni fizice din sistem. Elementele indexate cu 1 aparțin membranei microfonului, Ca0 este elasticitatea volumului de aer din spatele membranei, Ca3 și Ca4 sînt elasticitățile volumelor de aer indicate pe figură. Sistemul este acționat de trei surse : Pl9 presiunea frontală, P5 și Pe, presiunile laterale, defazate față dc Px și aplicate prin orificii caracterizate

printr-o masă şi o rezistenţă (realizată prin introducerea unuţ material absorbant şi transparent sonor).
85 se figureze structura GLE şl circuitul electric echivalent de genul I, în impedanţe acustice. Figurăm In plan nodurile : Pco^Poa, Pc4, asociate presiunilor din incinte ; Px, P5, Pe, asociate presiunilor imprimate ; nodul O, asociat punctului de presiune nulă. Unim nodurile asociate presiunilor din incinte şl cele asociate presiunilor imprimate eu nodul o", etichetînd arcele corespunzătoare şl indlclnd polaritatea presiunii imprimate. Unim apoi: perechea de noduri (Pj* Pco) cu arcul etichetat cu Zfll ; perechea de noduri (Pt0, Pc4) cu arcul etichetat cu 7 pe* echea de noduri (PlŢ Pc) cu arcul etichetat cu Z„3; perechea de noduri (P„. L cu arcul etichetat cu Zoa; perechea de noduri (PC3, P(1) cu arcul etichetat cu Zo0. Se observă că numai arcul Zal ai e toate cele trei tipuri do structuri acustice elementare Se obţin?нт ст тг d*U lu figura 4 20. b Identificăm GLE cu GLO şl folosim co^oTdenţVe £1 h nS% 3 a Se obţine circuitul electric echivalent dat In figura 4.20, c nguia 4.3, a.
Pentru microfoanele cu bobină mobilă, cum este cel din* nvnn».i>.i <•
.. .
Pl» Pe = PjC"^^», Ptt8=5 PţQ'-W^
In care da şl sînt distanţele de ocolire care generează dnfnvnmn и o distanţele de ocolire date debitul este funcţie numai 1 prcsmnea frcSîft C* ₽entrU
260
195
•ooiţshon o|uupodinj tu '1 pшo» op pio|плщ^o oppop înţTtwp ахал os exгiЯп §ţ«p oţso nţdpupd op uUUog •хопод-ssih d|ţ op popinon олфюш uţ aoznjip un разрргсюэ хэцамяед ţpjisnou олциош nj ooinjip dp op opsnon уцпшоі^в ţn ţtt*|nAţtpo оррэр | п)]П?i|э '9*1 f
^ăjC
*(u înţolind щ op oopsnououoooui пли
-0ПД8 loţ^zundsoioo 'oopsnon oţiiupoduu uj 'j ţnuog op ţuapîAnpa onţoop tnţtnojp (o ! (n înţolind iц op înţnuiojsis pţrposo 2П9 wnţ -onjţs (q î nidpupd op poiiniooiu rHiqos (» : ounjsojd op osans pjţ no ţwţqiuoo nunuojoiopu ţu ţuopAiqoo oiopop înţjnoâK) 'OZ't Sh

o
Fig. 4,21. Circuitul electric echivalent al difuzorului în acustică Bass-reflex : a) schiţa mecanică de principiu • 1 electric echivalent dc genul I, în impedanţe acustice, structurii de la punctul a).
i montarea , b) circuitul corespunzător
Ecuaţiile generale de funcţionare pentru două pistoane cuplate atît prin cimp cît şi prin incintă au fost stabilite In paragraful 3.7.2, relaţiile (3.134) şi (3.135). Deoarece sistemul este alimentat numai prin difuzor (deschiderea 1) avem Pe2 —■ 0.
Impedanţele acustice din sistem sînt următoarele
ar
_ л/ _
01" s?
o
ar
ac'
ar
M
l,5p0
71 r _____ PO
' a' ~ W
Ţinînd seama de structurile impedanţelor acustice, de ecuaţiile (3.134) şi de corespondenţele date In figura 4,3. a, circuitul electric echivalent de genul I. în impedanţe acustice, are structura dată In figura 4.21, b.
Se observă că puterea radiată este egală cu puterea absorbită în rezistenţa acustică care este parcursă de suma (fazorlală) a celor debite volumice Qvl şi Qrî. Rezistenţele acustice şi servesc la modificarea factorilor de calitate acustici Qal şi şi deci la cnn-trolarei aiurii funcţiei de circuit globale. în paragraful 3.7.2 am arătat că funcţia de transfer ci re prezintă Interes este dată do

(Qvi
4 кг

care se poate sintetiza prin metodele cunoscute in teoria circuitelor în vederea obţinerii unui amim t t p de netezime în domeniul frecvenţelor joase.
Ex. 44.7. Transformatorul neustlo
Se cons deră sistemul nucanoacustlc dat In figura 4.22, a. El este constituit dintr-o uieub hrană (Zel) acţionată de presiunea P*. Membrana este cuplată la o cavitate (Ca0) caracterizată nrin schimbarea da мпміипл ил ш o u > Sjp impedanţa acustică de intrare în see-. f . t , cu nm l^ai I < (<oCe0)'h Să se figureze circuitul electric echivalent de genul I, in impedanţe acustice. Iar apoi circuitul electric echivalent de genul I, tn inipedanţe
prin schimbarea de secţiune, do la £■ in S Uimea S, este Z
/O1
C
4.22. Structură mecanoa cuşti că cuprinzînd transformator acustic: u) schiţa mecanică de principiu ; b) circuitul electric echivalent dc genul I, in impedanţe acustice : c) circuitul electric echivalent de genul I, iu impedanţe mecanice.
жсатасс, Să se arate că schimbarea de secţiune este echivalentă în circuitul electric echiva-"ăt de vernil I» hi impedanţe mecanice, cu introducerea în circuit a unui transformator ideal, ca raport de transformare
Se pcate vedea uşor ca circuitul electric echivalent de genul I, în impedanţe acustice, este cel dat în figura 4J22. K
Scuşţiiîe sistemului sînt
(4Л4)
CO
II
Folosim relaţiile de trecere de la mărimi acustice la mărimi mecanice
Fx — FjSj, F« — Ge0 —
Q91 — Qv2

ecuaţiile sistemului în mărimi mecanice
(4Л5)
care descriu circuitul electric echivalent dat în figura 4.22, c. Se observă că schimbarea de secuime ede echivalentă cu inserarea unui transformator ideal, eu raport de transformarea n = = Ss SV avînd conectată in primar capacitatea G(4J»
Sistemul este in mod evident echivalent cu acelaşi transformator avînd conectată în secundar capacitatea Cj}j eu Cй() = 5^0^%*.
Sistemul considerat (incintă cu două secţiuni do acces) se numeşte transformator acustic şi serveşte (îete adaptarea de rezistenţe mecanice, cea din secţiunea 1, cu cea din secţiunea 2, />жi. cu f?wt > Se nnl foloseşte pentru realizarea unei rezistenţe de valoare ridicată în secţiunea mare cînd se dispune de o rezistenţă relativ mică în secţiunea mică, Remarcăm faptul că prin utilizarea impedanţelor acustice transformatorul ideal nu mai apare în circuit; este ca şî cam pornind de la un circuit electric conţinind un transformator ideal constituim un nou circuit electric In care variabilele electrice sînt tensiunea electrică împărţită cu numărul de spire din se^undnul corespunzător (In loc do tensiunea electrică) şi soîenaţia (în loc de curent). Ga metod 1 generală de lucru apreciem că cea mal naturală este utilizarea Impcdanţelor acustice (cel puţin in cazul sistemelor mcvauoacustice cц schimbare de .secţiune).

263
Pentru a Ilustra o aplicaţie a tl'£'n5^r.'!lat f , delungI şi funcţlonlnd deasupra frecvenţei zlntă impedanţa de intrare a unei plinii suficient de lungi şl iun i
dc tăiere. în acest caz avem
o
Si.,— din 1
Ж ffiSK SM£ S «Ь-хой;
<•* o,“,“lal * s,,nUte' ” realizează dacă are loc inegalitatea
1 1 yPo
a 2 _
coCдo

co
hS
o
adică
co Zi
^0 1
Pentru exemplificare, dacă luăm тг = 2,5-IO"2
2tt -3 430 . 1
---------- h <------,
25
= 0,5-IO"2 m, /*= 3 430 Hz, obținem
343
ceea ce reprezintă o valoare comparabilă cu amplitudinea de oscilație a membranei la frecvențe joase.
4.2. Analogii pentru sistemele mecanice și acustice cu parametrii distribuiți.
Posibilitatea obținerii de analogii pentru sistemele mecanice sau acustice cu parametrii distribuiți derivă ca și în cazul sistemelor dc aceeași natură cu parametrii concentrați din existența
— corespondenței dintre elementele de circuit ;
— corespondenței dintre ecuațiile de evoluție.
Ceea ce apare deosebit în cazul sistemelor cu parametrii concentrați este para“S
«Ий SKXSS?"* P’”trU SiS,C"'"e "cc,'rtri" «
Considerăm o linie electrică lungă, așa cum se arată în fimirn 4 94 \тп
(4.16)
264
a
Fig. 4.23. Tronson do linie electrică.
Ecuațiile (4.16) sînt reprezentate schematic prin graful de semnal de tip Coates, [CRT-1]. într-un asemenea graf suma tuturor semnalelor care sosesc într-un nod încercuit este nulă, spre exemplu
Ao) + g(«) + c4(") = o-
dx ' St
Impedanța de undă este dată de
и
Dacă sistemul este fără pierderi, R = O, G avem
= O, atunci el este nedispersiv
in
care c este viteza de propagare, egală cu viteza de fază și cu viteza de grup.
Condițiile
tip Theveriin
toacele
limită, pentru alimentare la capătul ,t = 0 cu generator de conectarea unei impedanțe la capătul a* — Z, sînt urmă-
sînt operatorii în domeniul timp asociați impedanțelor genera'*
in care torului
și sarcinii terminale.
Graful Coates împreună cu relațiile de bază asociate sînt date în figura 4.24.
Realizarea unei analogii constă în stabilirea unor corespondente ele parametri și de ecuații de evoluție între un sistem neelectric și sistemul electric caracterizat în figura 4.24.
înainte de a trece Ia constituirea celor șase tipuri de analogii vom sublinia un fapt important. în unele aplicații sistemul global este constituit din interconectarea a două sau mai multe subsisteme, fiecare din acestea fiind uniform și avînd ca circuit electric echivalent unul din cele șase circuite posibile. Modul în care circuitele electrice echivalente corespunzătoare se interconectează decurge din ecuațiile de continuitate asociate interconexiunii fizice» Evident este faptul ca alegerea de circuite electrice echivalente de genuri diferite complică interconectarea electrică deoarece necesită cel puțin introducerea unui girator. Ne preocupăm deci de situația în care circuitele electrice echivalente sînt de același gen, I sau II, tipul analogiei folosite nefiind același. Este evident totodată că alegerea aceluiași tip de analogie simplifică mult circuitul astfel că, de fapt, singura problemă care se pune este
265
L/emcnt îm/uchv

Condiţiile /a /imita Ug(t)s z^i (o.t) + и(o.t)
Sens -----* [tf/Z/Az^Z/WJ
Fig. 4.24. Diagrama funcţională de clasificare a variabilelor fizice şi a elementelor de circuit lineice pentru liniile electiicc lungi.
alegerea lipului unic de analogie folosită. Cîteva cazuri întîlnite în aplicaţii sînt arătate în continuare.
a. Prin interconectarea celor două subsisteme neelectrice forţa şi viteza râmîn continue la trecerea prin secţiunea de contact. Alegerea analogiei de genul I (sau II), în impedanţe mecanice (sau admitanţe mecanice), permite modelarea interconectării prin punerea în cascadă a circuitelor electrice echivalente.
b. Prin interconectarea celor două subsisteme neelectrice presiunea şi viteza rămîn continue la trecerea prin secţiunea de. contact. Alegerea analogiei de genul I (sau II), în impedanţe specifice (sau admitanţe specifice), permite modelarea interconectării prin punerea în cascadă a circuitelor electrice echivalente.
r. Prin interconectarea celor două subsisteme neelectrice presiunea şi viteza volumică rămîn continue la trecerea prin secţiunea de contact. Alegerea analogiei de genul I (sau II), în impedanţe acustice (sau admitanţe acustice), permite modelarea interconectării prin punerea în cascadă a circuitelor electrice echivalente.
Alte situaţii vor fi prezentate în unele exemple.
4,2.1. Sblome mecanice uniforme
(paragraful 1.2).
Considerăm o bară uniformă în oscilaţii longitudinale Notînd f ** pS, ecuaţiile de evoluţie se pot scrie
9
în paragraful
(4.17)
266
M $-
3/ R/n
Fig. 4.25. Corespondenţe particulare de clasificare a variabilelor fizice şi a clementelor de circuit lincice pentru sisteme fizice cu parametrii distribuiri: «) analogia de genul I, în impedanţe mecanice; b) analogia de genul П» în admltanţe mecanice.
Comparînd (4.16) cu (1.17) rezulta că se pot stabili izomorfismele date în figura 4.25 şi anume : cele cuprinse în figura 4.25. a constituie unufojia de genul /. în impcdan(e mecanice, iar cele cuprinse în figura 4.25. A de genul //, în admitanle mecanice.
Aceste analogii sc dovedesc deosebit de utile în analiza sistemelor constituite din două sau mai multe bare solidarizate» barele fiind de secţiune uniformă dar secţiunile nefiind identice.
Solidarizarea barelor la un anumit capăt comun satisface condiţiile naturale de
— continuitate a vitezei,
— continuitate a forţei, ceea ce arată că solidarizarea a două bare (evident în oscilaţii longitudinale) se traduce prin punerea în cascadă a circuitelor
267
electrice corespunzătoare. în particular, dacă bara este fixată pe un reazem de o anumită impedanţă, atunci în circuitul electric echivalent impedanţa meca^ nică de intrare a reazemului este conectată la linia electrică echivalenta barei. Aplicînd considerentele mai înainte expuse se pot obţine, pe baza circuitelor electrice echivalente, ecuaţiile (1.13) şi (1.21). Exemplul ui maior xa arăta mai precis esenţa condiţiilor de continuitate.
Ex. 4.2.1. Frecventele proprii ale unui vibrator magnetostrictiv în formă de II
Se consideră un vibrator magnetostrictiv din tole de nichel, sau din ferită, avînd forma arătată in figura 4.26, a. Secţiunea in planul transversal este dreptunghiulară, S, şi S2. In condiţiile curente de utilizare ale barei mijlocul barei este fixat (solidarizat cu o masă foarte mare) astfel că planul II reprezintă plan nodal de oscilaţie. Planurile I şi III reprezintă planuri de oscilaţie maximă (tensiune mecanică nulă) iar cele două capete oscilează în antifază. Rezultă că bara compusă, de secţiune neuniformă se poate descompune în patru bare de secţiune neuniformă, fiecare bară fiind constituită din două bare de secţiune constantă. în figura indicată a fost indicată punctat secţionarea

barei în H, în patru bare neuniforme. Fiecare din cele patru bare oscilează în modul căutat liberă la un capăt şi fixată la celălalt. Situaţia este arătată în figura 4.26, b. Sa se determine ecuaţia caracteristică a barei neuniforme şi să se analizeze cazul particular a = b, = 3S2.
Cele două bare constituente, de secţiune St şi respectiv S2, fiind solidare rezultă, în virtutea considerentelor mai înainte prezentate, ca circuitul electric echivalent este constituit din două
It
b
i'lg. 4.26. Vibrator magnetostrictiv eu tolă in forma я» ч cu condiţiile Iu limită nsoeinfo nS4 1UIVBW“t Wreună —« A)M“Sî'ie L”"?1'” "md“-
danţe mecanice, asociat structurii do ia
sistemul echivalent Împreună
in impe-punctul b).
268
linii electrice concctnlo In caacadit. linia din sting» fiind in scurtcircuit in capătul neconcctnt Iar linia din dreapta fiind In gol la capătul neconcctnt.
Reamintim că vom folosi în moa exclusiv circuite clcctrlco echivalente do genul 1. Circuitul electric echivalent este <a n i gura 4.20» c. Impcdanţolo mecanico do Intrare văzute spre stînga şl spre dreapta planii i • conectare nl color două linii sînt
Z\'n>< P" = JPCS1
= -j4a)ctg $b = - jpcS8 ctg $b.
Condiţia de rezonanţă este echivalentă cu anularea sumei celor două Impedanţe de intrare
Zm) + ^ml ~ 0»
adică
ctg ctg P& = m, m =
(4.18)
care reprezintă ecuaţia frecvenţelor proprii a sistemului considerat. Pentru cazul particular a = &, Sx = 3SC, obţinem
ctg8 (3a = 3,
din care rezultă expresia pentru prima frecvenţă proprie
7Г X
ifl = «p «i = — , a =----------,
6 12
6 a 12a
Se observă că lungimea barei neuniforme din figura 4.20, b reprezintă (1/6) din lungi de undă iar lungimea barei în JI (fig. 4.26, a) reprezintă (1/3) din lungimea de undă. Dacă bara ar fi uniformă atunci pentru asigurarea existenţei modului de oscilaţie cu cele două capete în antlfază, lungimea barei ar trebui să fie (1/2) din lungimea de undă. Dacă notăm cu llungimea totală a barei l — 2(n + /;), se observă că Ia o frecvenţă dc rezonanţă fundamentală A lungimea barei / rezultă mai mică folosind o bară noimi formă decît în cazul folosirii unei bare uniforme, Я, — S.j.

4.2.2. Sisteme acustice uniforme

Considerăm aceeaşi bară uniformă în oscilaţii longitudinale (paragraful 1.2). Simplificîrid ecuaţiile (4.17) cu S obţinem
(1.19)
Aceleaşi ecuaţii sînt valabile şl pentru cîmpul acustic luîml p = p0, E — yP0> a se vedea paragraful 2.1.2,
Compnrînd (4.19) cu (4,16) rezultă că se pot stabili izomorfismele date în figura 4.27 şi anume: cele cuprinse in figura 4.27» « constituie analogia de yenul /, tu impedanle specifice. iar cele cuprinse în figura 4.27, v analogia de genul II, în adinUanfe specifice,
269
a
Fig. 4.27. Corespondente particulare de clasificare a variabilelor fizice şi a elementelor de circuit lineice pentru siste-
mele fizice cu parametrii distribui ţi: a) analogia de genul L în Impedanţe specifice; /?) analogia de genul II, în admitanţe specifice.
Acest tip de analogii se dovedeşte deosebit de util în analiza procesului de transmitere a undelor plane prin medii nemărginite separate prin plane infinite, sau prin tuburi acustice de secţiune constantă. Contactul a două medii (de tip

fluid fără frecări) satisface condițiile naturale de
— continuitate a vitezei normale,
— continuitate a presiunii,
care arată că prin această conectare fizică liniile electrice echivalente se conectează In cascadă,
Pe baza acestor considerente se poate analiza procesul de transmisie a sunetului prin unde plane în incidență normale, din mediul 7 în mediul 2, caracterizat prin impedanța normală Zs(. Cireuitspl electric echivalent de
270
Vig. 4.28. Circuitul electric echivalent do genul L In impedanțe specifice* corespunzător procesului dc transmisie a sunetului în incidență normala din mediul 1» caracterizat prin impedanța Zfl» în mediul 2. caracterizat prin impedanța Z3t.
Fig. 4.29. Circuitul electric echivalent de genul I, in impedanțe specifice, corespunzător procesului de transmisie a sunetului din mediul 1. avind impedanța de undă Zcl, în mediul 3, avînd impedanța de undă Zrt. printr-un perete infinit grosimea d și impedanța de undă Zci.
genul I, în impedanțe specifice, corespunzător acestei situații este dat în figura 4.28. Din acest circuit se pot deduce, pe baza teoriei liniilor electrice lungi, rezultatele obținute în paragrafele 2.2.2 și 2.2.3.
Rezultatele obținute în paragraful 2.2.5, relative la trecerea undelor acustice printr-un perete solid, se pot regăsi folosind circuitul electric echivalent de genul I, în impedanțe specifice, care este dat în figura 4.29.

4.2.3. Sisteme acustice cu salt de secțiune transversală

Considerăm aceeași bară transversală uniformă în oscilații longitudinale sau un tub acustic de secțiune constantă în care se propagă numai unde plane, împărțind ecuațiile (4.17) cu S obținem
Pentru cîmp acustic luăm p == p0, E == y Po.
Comparînd (4.16) cu (4.20) rezultă că se pot stabili izomorfismele date în figura 4.30 și anume : cele cuprinse în figura 4,30, a constituie analogia de genul /, In impedanțe acustice, iar cele cuprinse în figura 4.30, b constituie analogia de genul lf, în admitanfe specifice.
71
Fig. 4.30. Corespondențe particulare de clasificare a variabilelor fizice și a elementelor de circuit lineice pentru sistemele fizice cu parametrii distribuiți: a) analogia de genul I, în impedanțe acustice ; b) analogia de genul II, în admitanțe acustice.
Acest tip de analogii se dovedește deosebit de util în analiza transmisiei sunetului prin tuburi acustice, local uniforme, conectate între ele prin comunicare directă cu salt de secțiune sau prin ramificații. Vom ilustra metoda de lucru prin două exemple.
Ex. 4.2.2. Circuitele echivalente discontinuităților de sec|lune
Să se figureze circuitele electrice echivalente de genul I. în impedanțe acustice, corespunzătoare situației In care două tuburi uniforme, de secțiuni diferite sau nu» slut cuplate printr-un salt de secțiune.
Există trei situații:
a. Două tuburi uniforme, do aceeași secțiune, cuplate printr-o diafragmă. Situația este arătată în figura 3.29.
272
Fig. 4.31» Circuitul electric echivalent de genul L în Impedanțe acustice, asociat structurii acustice dată In figura 3.29.
Debitul se conservă la trecerea prin secțiune dar presiunea se Excdifîcă deeartce xn .ccît** țiile de continuitate
Pi — Pi r
Qvi ~
relații care arată că in analogia adoptata cele două tînîi electrice* ec^âvaXen’e stafc cuplate pHй* tr-o inductanța echivalentă M, ;ontată în serie fată de. cele două erai. Situata este arătată țiune. Gele două situații posibile, distincte între ele. sînt. arătate Ш figurile 3JS2. - și &XX. X
Ecuațiile (3.71) și (3.71') reflectă ecuațiile de continuitate, dux care se enservă că cek «knu
linii echivalente, de impedanțe de undă diferite, slut cuplate între ele
îadacĂSJtiă эдзвь

tată în serie. Remarcăm faptul că
li
L ambele situații iudnctanțai de cupîxj ^de tfp serie ca în
exemplul precedent) este
asa asociată deschiderii celei silei. fârecîtele electrice eehrssb
lente corespunzătoare celor două situații sînt date în figura 4.32» c .jpentm
trecerea de Li sec-
țiune
are la secțiune mică) și în figura 4.32, ă (peutra trecerea, de la secîfnne za?
că Ia sec-
țiune
are).
Să se figureze circuitul electric echivalent de genul L in impedanțe acпШсеч al
unu:
avînd un orificiu lateral de dimensîi

o
toare sistemelor aeusUce uniforme ceațînîifed uu $3dt de secțiune: a) circuitul
electric echix^leat de L tn impedante acustice^ asociat structurii acustice dâtă
in figura 3.32,«; H circuitul eledrtc echivuUrtt de genul I. tn impedanțe
acustica asociat Urueturti
acustice dată tn figura 3.32, K
18 — Sisteme eiectroacustice — cd, UO
2TS
Fig. 4.33. Circuitul electric echivalent de rfpniil I în Impedanțe acustice^
asociat unei structuri constituite dîntr-un tub infirl‘ avînd un orificiu
lateral de dimensiuni mici (fig. 3.36, f).
Ecuațiile de continuitate la trecerea prin discontinuitatea de secțiune sint
(3.116) și (3.11/ din care rezultă că debitul volumic Q„, se divide în debitul
în ramificație (orificiu) și debitul transmis tn tubul din dreapta Qc2. Cele
două linii echivalente sînt cuplate prin impedanța acustică a orificiului Za!),
montată în paralel față de cele două linii, așa cum se arată în figura 4.33. Se
observă că ideea de analiză a sistemului considerat este următoarea. în domeniul
pr0 < 1, are loc
^-ab — nab T J^ab — J^ab — ’
astfel că brațul de șuntare conține numai inductanța echivalentă Mab = poU^,
care justifica funcția de filtrare, de la tubul din stînga la tubul din dreapta,
de tip trece jos.
Presiunea creată în exterior se determină calculînd în prealabil debitul prin
orificiu și aplicînd formula presiunii create de surse pulsante mici.
4.3. Filtre acustice. .
Filtrarea semnalelor pe cale exclusiv acustică se poate_realiza abordînd
probleme din două puncte de vedere. Un prim punct de vedere constă în realizarea
unor anumite discontinuități pe un tub acustic infinit în vederea realizării
unei anumite funcții de transfer. Asemenea metodă a fost folosită în analiza
structurii date în figura 3.36, f.
4.3.1. Filtre în scară și structuri elementare de filtrare
- к-П t Ь rlun.ct v,edere constă în realizarea unor structuri acustice care
centraţidppt,c,r.cu,t clectric echivalent un filtru electric cu parametrii con-
i, 1 ч CYldentr.un asemenea punct de vedere este valabil în domeniul ngimilor de
unda mari. Una din abordările cele mai directe constă în reali zarea elmeturllpr
avînd ea analog e|Mtrlc f!llre clciMce real-
■ , l„a.“!nt,7 cltcva demente de teoria filtrelor electrice în scară Pentrn
detalii cititorul poate consulta lucrarea [CRT-lj. ' ă. 1 tntiu
mi?1* oreJ’’a în scară așa cum se arată în figura4.34 rata se poate concepe ca
provenind :
- fie din conectarea în cascadă de celule înT (figura 4.34, b) •
- fie din conectarea în cascadă de celule în к (figura 4.34, c). ’
«. Structura conside-
274
Teoria filtrelor în scară arată că impedanța de intrare a unei rețele care
începe cu o celulă în T este dată de
(4.21)
iar pentru o celulă în n

(4.22)
Dacă rețeaua în scară este pur reactivă atunci banda de trecere este definită de inegalitatea
X^X, + 4 X2) < 0, (4.23)
adică frecvențele de tăiere rezultă din sistemul de ecuații
la care se adaugă frecvența ce = oo.
Pentru constituirea structurilor tipice de filtraj considerăm o porțiune de tub, de secțiune (în multe situații o considerăm'circulară dar forma secțiunii nu este esențială) și de lungime Z, mică în raport cu lungimea de undă. Situa-
Q
Fig. 4.34. Filtre electrice în scară : n) schema generală a unei rețele în scării j reprezentarea rețelei în scară prin structuri repetitive în „T“ ; c) reprezentarea rețelei în scară prin structur repetitive în
275

o
b
c
I
Fte 4 35 Circuitele echivalente asociate unui tub acustic uniform scurt. a) structura acustică ; b) circuitul electric, echivalent de genul I. m i mpedanțe acustice, reprezentarea în „T“ ; c) circuitul electric echivalent de genul I, în impedanțe acustice, reprezentarea în
ția este arătată în figura 4.35, a. Ecuațiile de diport în mărimi acustice Un care debitul Qr2 este orientat în opoziție cu debitul Qvl) sînt următoarele
(4-24
Qv2 sin pZ,
Restructurăm ecuațiile (4.24) pentru a exprima presiunile în funcție de debite, adică obținem așa numitul formalism de impedanță acustică^ sau debitele în funcție de presiuni, așa numitul formalism de admitanlă acustică.
Vom exprima aceste formalisme astfel încît să punem în evidență circuitele electrice echivalente : în
și în 7u pentru formalismul de admitanță acustică.
Obținem pentru formalismul Za
pentru formalismul de impedanță acustica
iar pentru formalismul Ya
I recînd Ia condiția p/ < 1, obținem mai departe
(4.26)
(4-27)
276
care descrie circuitul electric echivalent dat în figura 4.35, b și
(-1.28)

*

care descrie circuitul echivalent dat în figura 4.35,c. și C„ sînt masa și respectiv elasticitatea lineica, adica
In (4.27) și (4.28) M
Realizări ale unor filtre acustice

Vom prezenta unele realizări de filtre întîlnite în aplicații.
a Filtrul trece jos. Considerăm structura repetitivă dată în figura 4.36, a. Porțiunea încadrată între două linii punctate are ca circuit electric echivalent de genul I, în impedanțe acustice, structura dată în figuia 4.36, b. Mănmi e din figură au semnificațiile
[Ăî J =-₽îL; Mai= Po
I C — T-2
Fig. 4.36. Filtru acustic trece-jos ip κ constant : a) structura acustică ; b) circuitul electric echivalent de genul I, în impedanțe acustice. asociat structurii repetitive.

Structura tu scară are importanțele
Z«1= j(W -I- Л/„(,)co jX,,!.
Frecventele de tăiere sînt. în conformitate cu (4.23'1

Xel = O, ten == O
Xel + 4 X„» =0, <o(a = =
(4.30)
Din compararea semnelor celor două reactanțe rezulta că este [0, wt2], adică structura este de tip trece-jos.
banda dc
trecere
Ex. 4.3.1. Calculul unui filtru acustic dc tip trccc-Jos
Să se deducă formula de calcul pentru frecvența dc tăiere f12 a unul filtru Iroco-jos in funcție dc elementele geometrice. Se va face calculul numeric pentru cazul = 7,6 40 • Ш. I - л 10 ni. rf = 3-10“* m, Л = 340“2 m.
Folosind formulele (4.30) și expresiile (4.29) obținem
sau o formulă numerică
f2t [Hz] = 109,2 ——- [l (/i* +
?t L l
(4.31)

Pentru datele problemei obținem
he = h + l,5r0 = (3 + 1,5 -0,75)-10“a = 4,125-KT3,
adică
f.(= 109,2 102[3(4,125 + 3/lG)j-1'2 = 795 Hz. 4
Domeniul de valabilitate a formulelor deduse este limitat superior dc frecvența co,. dată de
0
= ^59_ = 1OS = t 8i9>6 Hz<
2kZ l 3
b) Filtrul trece-sus. Considerăm structura repetitivă dată în figura 4.37 > «. Porțiunea încadrată între două linii punctate are circuitul electric echivalent de genul I, de impedanțe acustice, da t în figura 4.37, 6. Mărimile din figură au semnificațiile indicate în (4.29).
Structura în scară are elementele
Zal ■= jw A7J = jXai,
(4.23)
Yв, — ZB2l — jcoC,,/ + — = —jXea\
l<oă/aJ
278
Fig. 4.37. Filtru acustic trece-sus : a) structura acustică; 5) circuitul electric echivalent de genul I, în impidanțe acustice, asociat structurii repetitive.
0

b
Frecvențele de tăiere, la care se produc schimbări de semn ale celor două reactante, sînt următoarele
y *
Din compararea semnelor celor două reactanțe care intervin în (4.32) rezultă că banda de trecere este [coil5 cof2]- Deși structura este de tip trece-bandă. în domeniul în care schema este valabilă, structura considerată este de tip trece-sus. Un exemplu numeric este concludent în acest sens.
Ex. 4.3.2. Calculul unui filtru acustic trecc-sus
Să se deducă formulele de calcul pentru frecvențele de tăiere și
/*„ corespunzătoare unu* filtru trece-sus în funcție de elementele geometrice ale structurii. Se vor calcula numeric cele
doua frecvențe pentru o structură cu aceleași date (lungimea tubului, etc.) ca cele de la exemplul 4.3.1.
Folosind expresiile (4.29) și formulele (4.32) obținem

1/2
sau ca formule numerice

fn— 54,59 ——
Fi
o
279

Pentru datele problemei obținem
54,50
10’
?,W Hz
3,517
3 060 Hz,
care arată că In domeniul dc valabilitate a schemei echivalente, ții < 1 (adică f< 1 «19 Hz) structura se prezintă efectiv ca un filtru trece-ми.
c) Filtrul oprește-bandă. Considerăm structura repetitivă dală în figura 4.38, a. Porțiunea încadrată între două linii punctate are cucuitu electric echivalent de genul I, în impedance acustice, dat în fi ({игл a
Mărimile introduse au semnificațiile
M al
(4.34)
Ma2 ж pO
o
* э ^a2
02
Structura în scară asociată are elementele al 5=5 jo> Mal =
(4.35)

Pentru determinarea benzilor de trecere și a celor de oprire formăm produsul (Xal)(Xai + 4Xe2), care se exprimă astfel
N - X.,(X„, + 4X.,)- w''’ +,
UlU - (1 + z»’1)]
în care
(4,36)
u = ; e2, r = to 2 1 «02 = „ •
totfJ ^az^aî J .r J
a =*= 4Ma, = M
Mal rit t20l V” A
Mai
I ZZ2
o
Fig, 4,38» Filtru acustic oprc^tc-bandă; a) structura acustică * b) circuitul electric echivalent dc genul I, in Impedanțe acustice.
In mod obișnuit / șl rt sînt comparabile iar he < Z, astfel că a > L
Coeficientul b de ordinul unității. Se obține astfel că ecuația de ia numără toru frac(icl din (4.36) are două rădăcini, zt cuprinsă între 0 și 1 și mare fața do unitate, Ținînd seama că 1 -f~ b~l este de ordinul unității, domeniile cu semn pozitiv sau negativ a expresiei (4,36) sînt următoarele
0 < // < ef, N < 0, bandă de trecere,
< N > 0, bandă de oprire, (4.37)
I _p j-i y < g2r У < 0, bandă de trecere.
g2 < yf N > 0, bandă de oprire.
Pe dc altă parte partiția (4,37) are sens în domeniul în care circuitul echivalent al tronsonului de tub este valabil, 3Z < 1. în mod obișnuit frecvența corespunzătoare e2 cade în afara domeniului de valabilitate.
Ex. 4.3.3. Calculul unul filtru acustic oprește-bandă
Se consideră un filtru acustic oprește-bandă avînd parametrii: h = 540-3 Qflți « 0,60’10"» m8, r Calculăm mărimile Inițiale
~ 6 40“2 m, l = 6 40"* m. Să se calculeze frecvențele de tăiere.
Mrt3 Po
Po
4M
a —--
nr2t
—------— 129,6
0,5
Cal
c7s
^6»* 10"*
0,56-IO"3
= 1,21.

Mai — po
Ecuația de la numărătorul fracției din (4.36) devine
129,6 4- 1.21 + 1 , 129,6
------------------£/4---------
1,21 1,21
= y* - 108,931/ 4- 107,1
care arc rădăcinile
£t = 0,995, s. — 107,9.
Numitorul arc rădăcina 1 4- &'1 = 1 4- 1,21 ~l — 1,826,
Frecvența dc referință sc obține aplîcînd formula (3.86, a)
fot = 74,22 1/—---------- 74,22 y----------------- = 175,98 Hz.
r Qoc 1,588 F 0,56 40"3 4,588
Frecvențele dc tăiere sînt
fu - fttVei = t75,08 /0,905 « 175.53 Hz.
fu = f»/1 + b~'
175,
8/1.826 = 237,8 Hz.

281
Frecvența dc Шere dată dc c* esle
din care se observă că sc găsejtc dincolo dc frecventa limita dc valabilitate a scheme r_____c« — _î— io» = 909,8 Hz.
4.4. Transductoare electromecanice.
mecanice, sînt dispozitive destinate sa natură (electrică, mecanică acustică, i are porți de natură electrică și referi în
Transductoarele electro-mecano-acustice, pe scurt tranșducloare «>c^ro-sînt dispozitive destinate să transforme energia de. o anumita mecanică, acustică) în energic de altă natură (mecanica, electrică). în esență un transductor este un multiport hibrid, a clica ..u ... . J porți de natură mecanică, acustică. Ne vom
.v.'v.. în lucrare la forma elementară a transductoarelor, anume iransductoarele de tip diport, [ST-10]. Vom pune în evidență două genuri fundamentaledc transductoare: transductorul cu cîinp magnetic și transductoiul cu cimp electric.
•1.4.1. Ecuațiile transductoarelor
Considerăm un transductor diport. Poarta electrică este caracterizată prin perechea (u, i) iar cea mecanică prin perechea (f, v). Descrierea diportului se face prescriind două relații liniar independente între cele patru mărimi de la porți (u, i, f, »»)• Dacă ne referim la transductoare liniare, invariante in timp și pasive, atunci putem impune relațiile de descriere direct pe transformatele Laplace ale celor patru mărimi, adică U(s), I(s), F(s), V(s). Există în mod evident multe descrieri posibile. Reținem acele descrieri care au interpretări fizice sugestive.
O primă descriere care se impune atenției este
Z'(s)/(s) 4- Kem(s)V(s) = U(s),
Kme(s)r(s) + Z^(S)V(5) = F(s),
iar a doua
Y^(S)U(S) + Kcm(s)V(s) = 4(s), Kme(s) U(s) + Z"(s)V(s) = F(s).
(4.38)
(4.39)
Semnificațiile mărimilor care intervin în cele două descrieri vor fi date mai departe.
Remarcăm faptul că interacțiunea între partea electrică și cea mecanică aeaZă iP
■in. fU?CțiUe care se numesc
CUiP+aJ e ectromecanici- Are deci sens să numim atunci transductor cit 5i factorul /<.,(»). respectiv „„ sî„t identici nuli'. P
282
în aplicațiile curente mărimile Z'(s) și Z„(s) respectiv Y*(s) și Z„(s) Mnf funcții pozitiv reale (adică reprezintă imitanțele de intrare ale unor uni-porli pasivi), astfel că este, important de caracterizat situația in care părțile minimale dc cuplaj date de
Oxf(i) + Kțm(s)V(s) = L'(s).
+ OxV(s) = F(s),
Ox U(s) + K*mV(s) = I(s), KmeU(s) л-Ок V(s) = F(s),

(4.40)
(4.41)
reprezintă descrierile unor diporți nedisipativi. Se arată, [ST-9], că pentru asigurarea nedisipa tivită ții este necesar și suficient ca
Fera(s) Htu(și
em(^) ~ luciei &)'
în domeniul complex ultimele două relații devin
Kem(j<o) = - KlJjco)
Și
= -K^jea).
(4-42)
(4-43)
(4-42')
(4,43)
în concluzie, descrierile de bază ale transductoarelor care sînt:
— liniare, eu parametrii reali, i na ari ante în timp și cu partea minimală de
cuplaj nedisîpativă se prezintă sub ur
11
ătoarele forme
J Z”(s)I(s) -r Kem(s)V(s) = U(s), [—Kem(-s)I(s) -r Zj,(s)V(s)= F(s)
fi
Y№)U(s)+ Kem(s)V(s) = I(s), —Kem(—s)U(s) + Z-(s)V(s) =-
(4.44)
(1.45)

4.4.2. Transdueloarele eu clmp magnetic

Considerăm descrierea (4.44) care definește un gen de transductor care va fi numit transductorul cu clmp magnetic. Denumirea va fi argumentată în cele ce urmează. Analizăm cazul particular în care K,w este o constantă reală, notată cu Astfel (4.44) devine
| 74(S) I(S) + *,V(ș) « U(s),
I —/>'j/(s) 4" Zi, (s)V(s) e f’(s).
283
Mărimile rare intervin In (4,40) »>» ormătoarde semnifica ții:
ад не numește Impedanța rleelrlră proprie (cu ecMjHtjul rneeome blocat) %i se definește prin

l(»). '
W) V»(f1
ZL se numește Impedanța mecanică proprie (cu hornel^ electric in Vin)
X‘M W)
h se numește factorul de c иpluj electromecanic (al transde torului cu cimp magnetic) și «e definește prin
'Ari

V(ti) I**l) I(») v-0
Imilanțele de Intrare la cele două por ți sînt:
Zeh impedanța electrică totală, definită prin
/,/(•*) - ад 4- —;
40
Zwt, impedanța mecanică totală, definită prin
Zw.z(zO = Zfâ 4-
Este sugestiv sa fie introduse două imitanțe specifice interacțiunii elec-tromecanice :
Zv, impedanța electrică de mișcare, definită prin
„ , , K
Zj» impedanța mecanică dc curent, definită prin
Folosind notațiile Introduse, imitanțelc dc intrarc se exprima
I Zet(») Zvt(s) + 2W(«).
I ^«<(*) *" Z'm(g) 4*
Denumirea de transductor cu cîmp magnetic provine de la transductonil tipic acestei clase, Considerăm o bobină cilindrică de diametru D, avînd n spire și

situată Intivun întrefler inelar, cu liniile de cîmp magnetic radiale, așa cum se arată în figura 4.Э0. Deoarece pentru fiecare element de spiră
284
.,,4 (le principiu ni suin,
mulul mobil nl unul difuzor eu mdlnţlo direcţii.
cîmpul magnetic B oslo normal elementului dc curent di, forța exercitată asupra elementului de spiră este axială iar forța totală exercitată asupra bobinei este dată de
/•= Bli, l = nDn,
din care rezulta expresia factorului ele cuplaj electromecanic
/Л = BL
Este cunoscut totodată faptul că tensiunea electromotoare indusă în bobină este и = Biv, ceea ce furnizează o altă cale de evaluare a factorului de cuplaj electromecanic.
A rezultat deci că mărimea A-, este reală, pozitivă sau negativă. în funcție de polaritățile alese pentru mărimile fizice.
Pentru deducerea circuitului electric echivalent al transductorului cu cimp magnetic ținem scama de următoarele considerente.
n. Partea mecanică va fi modelată prin analogia de genul I. în impedante mecanice.
b. Cuplajul dintre partea electrică și partea mecanică (modelată electric) este descris prin ecuațiile
. • • • X* • * • к * • * a » i E7 л 1 • —
— 4ь> -ж-
[Ui = кгія.
care reprezintă un girator, [CRT-2].
c. Impedanța electrică proprie tipică acestui transductor este
Zj = Zf 4*
d. în multe situații impedanța mecanică proprie se reduce, in condiții precizate, la impedanța mecanică a unul sistem mecanic elementar echivalent, adică
Zțfl(.sj “ ÎÎhî + + ”77—
Ținînd seama de aceste considerente circuitele electrice echivalente asociate transductorului cu cîmp magnetic sînt cele date tn figura 4.40.
285
I
Rm Cm
Fig. 4.40. Circuitele electrice echivalente ale unui transductor cu cîmp magnetic: a) circuitul echivalent general; d) circuitul raportat în partea electrică; c) circuitul raportat în partea electric echivalentă părții mecanice ; d) circuitul de la punctul b} cu elemente de circuit uzuale ; e) circuitul de la punctul c) cu elemente de circuit uzuale.
Dintre transductoarele cu cîmp magnetic mai menționăm : transduc-toarde cu armătură mobilă (sau cu reluctanfă variabilă) și transductoarele mag-rulostrictiv'.
Este util să subliniem două fapte importante relative la transductorul cu cîmp magnetic.
a. Pentru transductorul cu conductor mobil s-a arătat că factorul de cuplaj este constant și independent de frecvență. Pentru alte tipuri de trans-ductoare, cum sînt spre exemplu transductorul cu armătură mobilă și transductorul magnetostrictiv, factorul de cuplaj electromecanic este o funcție complexă de frecvență
кет(^) = |K,ro(j«)|e'*(4
235
Defazajul este datorai faptului că în fcromagnetici fluxul care parcurge circuitul magnetic nu mai este, în fază cu solcnația. Aceste transductoare au partea minimală dc cuplaj disipa li vă.
ă. Din ecuațiile (4.46) sc observă că dacă 1 = constant (adică transduc-torul este alimentat de la un generator de impedanță internă foarte mare) în partea mecanică se exercită o forță constantă, ceea ce permite investigarea rezonanței de viteză în partea mecanică.
4.4.3. Transductoare cu cimp electric

(4.47)

Considerăm descrierea (4.45) care definește un gen de transductor care va fi numit transductorul cu cîmp electric. Denumirea va fi justificată în cele ce urmează. Analizăm cazul particular în care Kem este o constantă reală, not ată cu Ă'2. Astfel (4.45) devine
f Y:(s)L/(5) + /c2V(5) = 7(s),
1 -k2U(s) + Z^(5)V(s)=F(s).
Mărimile care intervin în (4.47) au următoarele semnificații : numește admitanța electrică proprie (cu echipajul mecanic blocat) și se definește prin
tf(s)
V.(s) W
Zum(s) se numește impedanța mecanică circuitate) și se definește prin
1 _ V(s)
Zum(s) F(s)
v=o
proprie (cu bornele electrice scurt-
k2 se numește factorul de cuplaj electromecanic (al transductorului cu cîmp electric) și se definește prin
ь = Ж 2 V(S) U=0
Imitanțele de intrare la cele două
Yet, admitanța electrică totală, definită prin
Yet(s) = YJ(s)
U(s) V = 0 porți sînt :
impedanța mecanică totală, definită prin

Este sugestiv să fie introduse două imitanțo specifice interacțiunii electromecanice ;
YM, admitanța electrică de mișcare, definită prin
287
ZE> impedanța mecanică
de tensiune, definită prin
7-e(s) —
ki
H(«)'
Folosind notațiile introduse, imitanțele de intrare se exprima
Denumirea de transductor cu cimp electric provine de la transductorul tipic acestei clase. Considerăm două plăci, de arie S, situate Ia distanța d și între care se exercită un cîmp electric E. Situația este arătată în figuia 4.41. Forța de interacțiune între cele două plăci este dată de
f = — s0E2S,
2
în care s0 este permitivitatea aerului iar E cîmpul electric. Se observă ca efectul este pătratic. în vederea liniarizării efectului considerat, cîmpul electric util (variabil), notat cu Ev, este suprapus peste un cîmp electric constant de polarizare, notat cu Eo, Dacă are loc inegalitatea
ceea ce înseamnă cîmp electric variabil mic față de cîmpul de polarizare.
Obținem succesiv
în care /„ este forța constantă iar fv forța variabilă. Mai putem scrie
e S
fv ~'E0'Evd = CoEou, (4.48)
în care Ce este capacitatea statică a celor două plăci iar Eed = u tensiunea electrică (variabilă). Rezultă că factorul de cuplaj electromecanic este dat de
Fig. 4.41. Schița de principiu a transductorului dc tip electrostatic.
288
Pentru deducerea circuitului electric echivalent, al transductorului cu cîmp electric ținem seama de armatoarele considerente.
u. Partea mecanică va fi modelată prin analogia de genul I, în impedanțe mecanice.
b. Cuplajul dintre partea electrică și partea, electric echivalentă părții mecanice, este descris prin ecuațiile
care reprezintă un transformator ideal.
c, Admită nța electrică proprie tipică acestui gen de transductor este
Y'e(5) = Cт + sCo,
în care G este conductanța de pierderi a condensatorului echivalent.
d. Ca și în cazul descrierii transductorului cu cîmp magnetic, considerăm că

impedanța mecanică proprie este dată de
Z“n(s) = Rm
+ sM +
sC
m
Ținînd seama de aceste considerente circuitele electrice echivalente asociate transductorului cu cîmp electric sînt cele date în figura 4.42.
Este util de subliniat două fapte importante relativ la transductoarele cu cîmp electric.
a. S-a arătat că factorul de cuplaj pentru transductorul electrostatic este constant și independent de frecvență. Acest fapt are loc și pentru transductoarele piezoelectrice. Pe de altă parte, pentru unele transductoare, cum sînt cele feroelectrice (ex. sarea Seignette, titanatul de bariu), factorul de cuplaj este o funcție de frecvență
Ke)n(j<o) = | I e*4
Defazajul este datorit faptului că în feroelectricî deplasarea electrică nu mai este în fază cu cîmpul electric aplicat.
b. Din ecuațiile (4.47) se observă că dacă U = const. (adică transductorul este alimentat de la un generator de impedanță internă foarte mică) în partea mecanică se exercită o forță constantă, ceea ce permite investigarea rezonanței de viteză în partea mecanică.
Ex. 4.4.1. Difuzorul eu radiație directă montat în ecran Infinit,
Se consideră un difuzor cu radiație directă a cărui schiță de principiu este dată în figura 4.43. Se cunosc următoarele date; Mb (masa bobinei mobile) = 1,5 10~* kg, (masa conului) = == 8,5 40"* kg, rQ (raza proiecției plane a conului) = 0,1 m, CM (elasticitatea sistemului de suspensie a conului) = 0,5’10"* L (Inductanța bobinei mobile) == 2*10'4 H, K (rezistența bobinei mobile) = 5 Q, / (lungimea conductorului bobinei mobile) = 5 tu» Ь' (inducția magnetică Jn întrefler) «0,9Wbm *» (rezistența de frecare) = 1 kgs"1. Consider înd că difuzorul este montat într*un ecran infinit șl că poate fl asimilat cu un piston plan de rază r0, se cere: a) frecvent de rezonanță a difuzorului; ă) elementele circuitului electric echivalent, raportat în partea electrică șl evaluat în jurul frecvenței do rezonanță ; c) să se calculeze presiunea axială creată de difuzor la distanța de r0 1 m ctud la borne i se aplică o tensiune de frecvență /‘=*200 Hz șl valoare eficace 1 V.
3 9 — Sisteme electroacustice — cd Л0
289
Fig, 4.42, Circuitele electrice echivalente ale unui transductor cu cîmp electric: a) circuitul echivalent general; b) circuitul raportat în partea electrică; c) circuitul raportat In partea electric echivalentă părții mecanice ; d) circuitul de la punctul b) cu elemente de circuit uzuale ; e) circuitul de Ia punctul c) cu elemente de circuit uzuale.
Fig, 4Л3, Schița de principiu a unul difuzor cu radiație directă.
290
<i) Din exemplul 3.4.1 obținem eЛ Impedanța mecanictl iţlobolft este datA de
Din formulele (3,50) obținem că frecvența limită f, este dată dc
, 32,75 32,75 _ r tî
Л ==----------------= 327,5 Hz,
r0 0,1
astfel că dacă f < fv putem folosi dezvoltările impedanței de radiație pentru fa < 1 Iar p«£ra f 3ft dezvoltările pentru pr0 > 1. Pentru pistonul echivalent impedanța dc radiație (evaluată de o singură parte) se scrie
Masa de radiație (de o singură parte) este (în conformitate cu (3.51))
M} = 3,2340-* kg,
din care deducem masa globală
Мл + 2MI = fl,5 4- 8,5 4- 6,46)40-* ® 16,46
De aici obținem frecvența de rezonanță
— [C.MJ-
2тг
>'»=— [0,540M6,64-10~J]~V‘ = 55,48 Hî. 2rc
Deoarece f0 < /\ aproximarea pentru masa de radiație este justificată. b) Pentru f ~ fQ, impedanța mecanică globală se scrie
Zms = Rm + 2йг0 + jco(M ь + + 2Mr“) + —— •
JwC„

№
Pentru calculul rezistenței de radiație determinăm în prealabil parametrul
= 2^r» _ 2”’5M8-0,1 _ rt ,
^0
343
din care obținem

i
Rezultă că pentru f~ f0, avem
j<e'O,54O’«
actfel că impedanța do mișcare are expresia
1,12 . jw 40,04 40’» , 1
jw’M-ojhio »
Ținînd seama că «=» 131 0,0’6 => 4,5 Wb*m4 obținem

291
în care
Д,, =2^- = — = 18,08 Q, 1,12 1,12
16,64-IO’3 16,64 40”“ wi мК
Си = ---------- ---------- = И1»
A'f   4,52
£„ = A4.0,540-’ = 4,5=-0,540-’ = 10,12 mH.
Factorul de calitate corespunzător este
__ co0(M&4- Mc + 237°) = 2^-55,48 46,46 40~3 =
Qm~~ R„ + 2Br0 ~ M2
c) Ținînd seama de expresia presiunii axiale generată de un piston montat într-un ecran infinit» conform cu (3.27),
Pa^Г') =
2rc
și de expresia vitezei Vo în funcție de tensiunea aplicată, in conformitate cu schema din figura 4.40 c,
obținem raportul P^rJ/U sub for
Obținem succesiv
—
o
200
=0,36
o
r f v
Rr = Pr0 — = 0,06 -3,62 = 0,78 kg -s"1,
\ foj
— Rm + 2Лг0 + j<o (M, + Mc + 2Mț) — j —— = 1 4- 2-0,78 4-«C„
4- j27c -200-16,46-10-’ -
1
------------------- 2,56
2tc -200-0,5 40-3
+ j20,68 -
- jl,59 = (2,56 + jl9,09) kg-s'1.
_________4,5’________
5 4- j27v-200.2 40_‘
= (4,04 - j0,202) kg -s-',
| Zjf 1 = 4,05 kg-s *,
4- Zm) - 4,04 - JQ.2024- 2,56 + 19,09 = (6,6 4- 18,89) kg-s~>
IZB 4- Z
I = 20 kg-s'1
Ш g
292
iar în final
n__ 0.1 415 4,045
0,36--------------
2-14,5   20
= 0,335 Pa-v”1.
4.4.4» Transductoare cu viteză neuniformă

în paragrafele precedente teoria transductoarelor a fost dezvoltată în ipoteza că partea mecanică este caracterizată printr-o viteză unică. Aceasta are loc pentru transductoarele cu cîmp magnetic de tip cu conductor mobil cum este spre exemplu difuzorul cu radiație directă. în alte situații ipoteza nu mai este adevărată. Este cazul transductoarelor cu cîmp electric de tip electrostatic. Pentru aceste transductoare elementul mecanic este constituit de o membrană care fiind fixată pe un contur circular are viteza repartizată neuniform. Se pune deci problema alegerii variabilelor mecanice de descriere. O primă posibilitate constă în a alege viteza de deplasare la centru, adică Vn(A), a doua în a alege debitul mediu Qv. Este evident că ecuațiile de descriere se vor modifica. Căutăm noile forme de descriere.
Prima problemă constă în determinarea expresiei termenului de cuplaj în ecuațiile (4.47). în acest scop evaluăm puterea complexă debitată de forța de cuplaj. Deoarece viteza de oscilație este neuniformă forța fVi dată de (4.48), trebuie exprimată sub formă diferențială, adică trebuie raportată la un element de suprafață dS :
Puterea complexă totală (pentru întreaga suprafață) se scrie deci ^ce = — ~
u[V®(5)d5.
2 d J
•So
Notînd cu D„(S), funcția de repartiție a vitezei normale (luînd ca viteză de referință viteza normală a punctului A e So)
Vre(S) = V,,(A)£)n(S), obținem
& 2
în care u J 1 * : 1 ‘ î ' ! ’
fl — —C .D/((S) dS
so j
s.
este coeficientul de referință (relativ la punctul A) ;
-■ - aка aC0Ea;
(4.49)
(4.50)
293
este factorul dc cuplaj electromecanic (în raport cu viteza panelului A) ;
este factorul de cuplaj electromecanic (in raport cu debitul media)-Rezultă că termenul de cuplaj este
k2e(A)Vn(A) în prima ecuație, —k2e(A)U în a doua ecuație;
sau
k2aQv în prima ecuație, — k2a 6 în a doua ecuație.
A doua problemă constă în determinarea formei termenului corespunzător forței de restabilire generată de impedanța mecanică globală. Și î acest caz vom exprima componentele individuale ale puterilor complexe iar apoi puterea complexă totală.
Puterea complexă asociată masei membranei se exprr
Фсті = — I Vn(S) [2 dS,
s0
în care ст este masa pe unitatea de suprafață. Obținem mai departe
cu
= y I<*Me(A) | V„(A) [* =
= ~ i^Ma | Qv |=,
Me(A) = ЬМ, Ma = — M,
în care M = aSe este masa statică a membranei (plăcii) iar
6 = -Ml)n2(S)dS
este coeficientul de referință cinetic (relativ la viteza punctului A).
Puterea complexă asociată elasticității membranei nu are o formă stan-dard deoarece energia potențială nu are o formă standard, ea depinzînd de natura forțelor de restabilire. în orice caz putem scrie
cm2
2 jcoCw,(A)
2 JqC,
(4.57)

în care
= C,nXA)a»№0. (4.58)

Puterea complexă asociată efectelor disipative (de viscozitate) nu are o forma standard, dar putem scrie
(4.59)
(4.60)
m
care
(4.61)
/<,.= J?,ne(A)/«=S^
Puterea complexă asociată elasticității volumului închis de membrană scrie
in
care
2 j<oCrot,e(A)
I V„(A) p,
av
(4.64)
în ceea ce privește puterea complexă asociată efectului de radiație, ținem seama că în domeniul frecvențelor joase (care este domeniul de interes în cazul de față) presiunea pe suprafața radiatorului este constantă și este totodată proporțională cu viteza medie, adică
P(S) = const. = Z'ZCVW = Z;ZcaVn(A),
în careZ' este impedanța de radiație normată, evaluată în cazul vitezei repartizate uniform. Efectuînd integrala
P(S) dQv,
o
obținem puterea complexă asociată efectului de radiație
în care
(4.65)
(4.66)
(4.67)
295
Remarcăm faptul că Kraiшnea dată Iz pu^șraî rriativă la irnpedan-țele echivalente pentru ra/fiato^re cm '^seză cл~cii^yrzs^ generalizează trata rea dată fn
paragraful 2L3
Pentru montarea Ic ecra
■V

(4.68)
iar pentru montarea încapsetafiâ
(X 59)
Surnind puterile complexe parțiale dbțieein
- ВД1 VJA) - -
2
4- —МША) 4 ЮХА)] VX4) r -
2
în final obținem doesă forme de exprimare a ecuațiilor de evoluție a transductoarelor cu cîmp electric >i cu viteză ceuniform repartizată :
— in variabilele L', VJA)^ /, P
УЛ’ + a*,V.(A) - 1, —aktlî ~ Zw,,Xd)V\,(A) = aS^P,
(4.70)
în care
= R„AA) -г Я,ЛЛ) -г- МЛ/ДД) -r M„(A)] 4
i
(4-71)
— iu variabilele (. (),. /, P
în care
(4.72)
(4.73)
Menționam următorul fapt important. Descrierea comportării transductoarelor eu viteză neuniformă prin debitul mediu este valabilă în ipoteza că perturbația se propagă în aer cu viteză foarte mare, ceea ce are loc dacă viteza de propagare în aer este mult mai mare decît viteza de propagare a undelor transversale în membrană. în mod obișnuit, în cazurile uzuale această inegalitate este îndeplinită.

EX. 4.4.2. Microfonul condensator.
Se consideră un microfon condensator a cărui schiță de principiu este dată în figura 4.44, a.
Elementul mobil este o me
ibrană ale cărei date mecanice au fost date în exemplul 1.3.3. Mei
hrana capsulează o cavitate cilindrică avînd înălțimea d = 30 p.m. Tensiunea de polarizare este de = 150 v. Microfonul este montat liber în spațiu. Se cere : a) considerînd că funcționarea are loc în regim cuazistatic (a se vedea paragraful 1.3.2), să se determine elementele impedanței mecanice (acustice globale) și să se determine frecvența de rezonanță mecanică f0, neglijind efectul volumului de aer capsulat iar apoi adevărata frecvență de rezonanță ținînd seama de elasticitatea volumului capsulat (adevărata frecvență se notează cu f0) ; b) considerând că admitanța electrică proprie Ye este de forma Ye = JR0 4- jcoC0, în care este astfel ales incit = 1, cu toj = 2--20 r-s_J, să se determine tensiunea electrică în gol obți-
nută pentru o presiune de 1 Pa și de frecvență f- 500 Hz ; c) considerînd construcția modificată, dată In figura 4,44. b. să se determine volumul Q' astfel îneît adevărata frecvență de rezonanță să devină f0' = /2 f0; d) să se determine tensiunea în gol pentru o presiune de 1 Pa si dc aceeași frecvență in condițiile realizate la punctul c). Pentru a nu se produce suprapunere de notații grosimea membranei se va nota aici cu h = 2-10~5 m.
a, Calculăm masa statică
a = ?ALh 2,7-IO3-2-10^ - 5,1-10 - kg-m
S. zrrj =- x -10 4 m«, M - ai’o 5,4 • 10 ’«-тс-IO"4 = 1,696-10^ kg
Fig 1.11 Schițele de principiu ale unul microfon condensator construcția normală ; b) construcția cu volum echivalent mărit.
297

care are, după cum rezultă, o valoare foarte mic. în regim cuazistatic funcția de repartiție a vitezei este
Л„(5) -- 1 - -
i'i
Ținînd seama că dS = 2wdr șl aplicînd formulele (4.54) și (4.55) obpncm
Puterea complexă asociată elasticității membranei
r0
sc scrie în conformitate cu formula (1.73)
dV V
— 27rrdr,
de unde» folosind (4.74), obținem
2 jco
0
dr
în care Vo = Vn(A) este viteza la centrul membranei.
Folosind datele calculate obținem elementele reactive următoare
Л/ДА) = bM = — 1,696-IO"5
0,565-IO’5 kg
a
- M
O
w
o
1.696-10“ ,
---------- = 2,291 -102 kg-m
TC2*10 8
- = 3,98-10“ N'1 -m,
Frecvența de rezonanță f0 corespunzătoare funcționării în regim cuazistatic, cu neglijarea efec tului elasticității aerului capsulat, este
— [MaCai */2 = [2,291 •10"’-9,82-10_u]"*/’ = 10 610Hz, 2n
care diferi de valoarea calculată la exemplul 1.8,2.cu
10 010 - 10 342
10 610
ceea ce constituie, în Elasticității asociate

mod evident, volumului de
o eroare mica, aer capsulat slut
au ***
1,41 -IO-"
C’mt.XA) « ■—
= 6,68-10*'»
6,68'10'“
298
I cutau a aprecia importanța corecției Introdusă dc masa de radiație calculăm mai intli parametrul £rft
313
din care se observă că la această frecvență corecția pentru frecvențele joase f == 10* Hz parametrul considerat devine 1,83, ceea ce arată că la este redusă față dc domeniul frecvențelor joase. Calculăm corecția
0,65
---- = 2o kg-m *,
~ 0»Gi) 4 r»1
Mer — Po “ — 1,21
кг0
<Vre(A) = poO,65ro5oa2 = 1,21 -0,65-IO’2•-40~4 0,25 = 0,618-10 * kg.
Se observă Rezultă că
că efectul masei de radiație este neglijabil, adevărata frecvență de rezonanță satisface egalitatea
co0M
ar
adică
Calcullnd raportul elasticităților
ap
a 9,82-10~13 ...
— =--------------= 14, /
6,68 40~n
av
obținem adevărata frecvență de rezonanță
b) Capacitatea statică a microfonului
este
12Z = 9216 pF.
3Gk 3-Ю’»
cîmpul de polarizare este 5 40° vm’1, astfel că obținem expresiile factorului de cuplaj
A«f = eд « 92»640-’>-540* « 4.6340?
~ A-, 4.03 4 O"4
A'fe ~ ’
n40^
Pa A’’*,
Pentru determinarea J ®= 0»
111 I, t’ I • • I
raportului considerăm ecuațiile (4.71), din care deducem făeind
ȚInfnd feeam'4 că domeniul btudlat satlsfuee IneguIHutea
<4 q 4 wQ.
299
2a^av
U
Fig. 4.45. Schema echivalentă în banda dc transmisie pentru calculul sensibilității unui microfon condensator.
Wpf ?c
au loc egalitățile aproximative
Fc — jcoC0» ^aa —

și deci este valabil circuitul echivalent Capacitățile reflectate au valorile de calcul dat in figura 4.45.
Â'UCa = 1,472-9,82-1O_1S = 2,122 pF,
= 1,472-6,68 40-14 = 0,144 pF.
Din schema echivalentă se deduce raportul de divizare
_____92,6~д_____

92,6"1 + 2,122_1 4- 0,144_1
din care deducem (lăsînd la o parte semnul minus)
ţj 1 1 454
— = 1,454-IO"3 = -------10~3 = 0,989-10~3 v«Pa~>.
P k2a 1,47
ce corespunde la o tensiune de 98,9 p.V pentru o presiune de 0,1 Pa.
Soluţia nu este acceptabilă pentru microfoanele de audiofrecvenţă de zgomot mic deoarece
sensibilitatea este relativ redusă, [ST-1].
c) Pentru a avea /oz —)/Z2 f0 este necesar să aibă loc
1,454-10~s,
Deoarece din calcul a rezultat că Ca = 14,7 Cav, este necesar ca volumul Q să crească de 14.7 ori adică
Q' -■= 14.7d.S'o a* ll,7-3-10~'-rc40"* = 1,385 10"?m3.
Pentru a creşte volumul capsulat fără a modifica factorul do cuplaj se realizează construcţia din figura 4.41. b. Orificiul central m o aria S„ mult mal mică clocit Totodată se creează un efect de vlscozitate astfel că rezistenţa acustică creşte ceea co conduce Ia scăderea factorului de calitate, deci iu îmbunătăţirea uniformităţii do transmisie in domeniul situat tn vecină-tatea frecvenţei de rezonanţă,
d) în condiţiile de la punctul c) capacitatea reflectată de 0,1-11 pF trece intr-o capacitate egală cu 2,122 pt, iar raportul de divizare devine
02,6'*
—---------- 1,13 • i 0
92,6"* 4- 2'2,122**
300
din envo deducem
— • J- l.l.'t-IO"' ~'l- 10 • O.7rt.4-I0 » v t'n 1
/' A„ 1.47
Se observă că in acest caz pentru o presiune de 0,1 Pa яс abţine o Icnslunc (le 70$ pv.
•L4.5. Raportul do rceiproeiUHo al trim aduni oarelor
Vom arăta în finalul capitolului consacrat teoriei tronsductoacelor cum se poate stabili o metodă simplă dc etalonare a transductoarelor pe baza proprietăţii de. reciprocitate, proprietate exprimată prin prezenta aceluiaşi factor de cuplaj în ambele ecuaţii de descriere ale transductoarclor. 1 ratarea dată în continuare este pentru transductoarele cu cîmp magnetic. Pentru transductoarele cu cîmp electric se pot stabili formule analoage.
Fie un transductor (cu cîmp magnetic) situat în spaţiul liber în poziţia (1), conform cu figura 4.46. Facem ipoteza că dimensiunile transductorului sînt mici în raport cu lungimea de undă. Notînd cu Ii curentul de Ia poarta electrică, rezultă că viteza echipajului mobil este dată de
La distanţa r, în cîmp liber, este generată presiunea P2, dată de Pa(r) = ViSoe-J℘r.
4 тег
în care este aria elementului radiant.
Definim sensibilitatea de emisie a transductorului mărimea
_ l Pa(r) I 1ЛI '
care se mai exprimă

1I'»I "
•Iw I Z„1(r I
(4.75)
Fie acum acelaşi transductor situat în poziţia (2), astfel incit presiunea aplicată echipajului mobil este Pa(r). în virtutea ipotezelor de lucru prezenţa transductorului nu modifică presiunea în cîmp liber. Notînd cu U3 tensiunea în gol la bornele electrice ale transductorului atunci cînd este acţionat de presiunea definim sensibilitatea de recepţie « transductorului mărimea
E.g, 1.40. f>chl|ă pentru CIИIVIШГШI triuwdue tourclor pe buza raportului de reciprocitate*
301
caro se moi exprimă
li
f* •' Г

I I
sen ■!» ■■!■!■■ ■■■
I P.(r) I
I “MO

Compnrînd (4.75) cu (4.76), obținem relația
in care
•tur
se numește raport de reciprocitate.
Considerăm acum două transductoare identice, unul in poziția (1) celălalt în poziția (2). Presupunem că alimentăm transductorul din poziția (1) și că am măsurat mărimile Ц și U2. Din relațiile precedente putem scrie
relații care conduc la exprimarea celor două sensibilități în funcție de mărimile electrice măsurate și de raportul de reciprocitate
(4.79)
în diferite lucrări mai sînt folosite următoarele expresii pentru raportul de reciprocitate
echivalente
A ___ л
ZI r — — = po------ — •
4тгг 2r 2Xr
este foarte utilă pentru etalonarea în cîmp liber a difu-mic incaselate. In mod evident, metoda necesita doua
Metoda expusă /.oarelor de gabarit transductoare identice.
BIBLIOGRAFIE
Bădărău, Eч, Grumăzescu, M. Bazele acusticii moderne. București, Editura Academiei R.S.R., 1961.
[GRTM]. Gartianu» Gh.» Analizași sinteza circuitelor electrice. București, Editura didactică și pedagogică, 1972.
[GRT-2]. Qartianu. Gh.> Săvcscu, M., Constantin, I., Stanomir, D. Semnale, circuite și siste București. Editura didactică și pedagogică, 1980.
IHчП Haiasaka. T.» Elecktroakustika. (Traducere din limba japoneză). Moskva, Mir, 1982. [HNJk Handbook of mathomatical functlons, edited by Abramowitz, M., Stegun, I. National Bureau of Standards, New York, 1964.
[1A]. Ianke-Emde-L6sch. Tafeln Hoherer Funktionen. Stuttgart, Tcubner, 1960.
[Ю]. Iofe> V. K.. KoroUkov, V. G., Sapojkov, M. A. Spravoclnlk po elektroakustlke, Moskva, SviazU 1979.
[Klb Kinsler. L. E.» Frey, A. R.» Goppens, A. J. Fundamentale of acoustles. Baffins Lane, John Wiley & Sons, 1982.
[KO]. Koshkin. N. L. Shirkcvich, M. G., Handbook of elementary pliyslcs. Moscow, Mir Pu blishers, 1977.
Elektroakustlka. Moskva. Sviazi. 1973.
K urs leţlcll po teorii zvuka. Moskva, Izd. Mosk. universiteta. 1960. Grunlatjon der Akustlk. Wien, Springer-Vcrlag, 1954.
The foundatlons of acoustles. Wien, Springer-Verlag, 1971. Eleotroaoustlcă. București, Editura didactică și pedagogică, 1968. Inițiere tn electroacustivă. București, Editura tehnică. 1971.
«odea, M., Determinarea frecvențelor de rezonanță ale sistemelor uni-
[MA]. Marinescu, M.» Apostol, P., Difuzoare electrod Inamice. București, Editura Academiei R.S.R., 1957.
[MH]. Merhant Z. Theory of Electroacoustlcs. Mc. Graw-Hill, New York, 1981.
[MS-1]. Morse, P. M., VIbratlons and sound. New York. Mc. Graw-Hill, 1949.
[MS-2]. Morse, P. M., Feshbach, II. Methods of theoretical pliyslcs. New York. Mc. Graw-Hill. 1953.
LmS-3]. Morse, P. M.» Ingard. U., Theoretical acoustles. New York, Mc. Graw-Hill, 1968.
[NGj. Necșulea, A. Electroacustica în sonorizare. București, Editura tehnică, 1963.
(RMJ. Rîmskil-Korsakov, A. V
[RVJ. Rjevkin» S. N.
[SK1J. Skudrzyk, E
(SK-2]. Skudrzyk, E
IST-l], Stanomir, D.
LST-2]. Stanomir, 1).

ST-3J. torniîiiiiitll renotlvo. în: Telecomunicații, nr. 11. p. 512-514. 1970.
IST-11 stunoinir U liialofiies (ijeotroaoousllqiws potir ies systt'mes ucoustlques gouverojs
1 1 X'!“ilaetlou dos ondes. în: Hui- hist Politehnic București. XXXIV, nr. 4.
p. 107-110. Ю7Э.
iST-51 stanomir » îndriimiir privind lipitoarea transformatei I.aplaco pentru determinarea rdspuusulul clrouHolor otoatrtoe. Tipografia Inst. Politehnic București. 1972.
IST-61. Stanomir. 1). ttrahirlto liniare eehlvuleiile ale sistemelor nieeanoaousttoe. în: Poștă șl Tetoeomunloalil. nr. 3. p. 189-144. 107J.
303
[ST-7]. Stanomir, D., Elemente acustice îu sistemele do transmisiune. Teză dc doctorat. Insti tutui Politehnic București, 1973.
[ST-8]. Stanomir, D., Aplicații la cursul dc Electroaeustîeă. Tipografia fnst. Politehnic Bucu-rești, 1977.
[ST-9]. Stanomir, D., Stănășilă, O., Metode matematice in teoria semnalelor. București» Kdi-tura tehnică, 1980.
[ST-IO]. Stanomir, D., Teoria fizică a sistemelor electromecanice. București, Editura Acade-miei R.S.R., 1982.
[ST-11]. Stanomir, D., Hyperbolic systems. Power conservat ion lavv and tîme deoay of cnergy, în : Rev., Roum. Sci. Techn.-EIectrotechn. et Energ.» tome 27, nr. 3» p. 309- 315, 1982.
[SB]. Sabac, I. Gh., Matematici speciale. București, Editura didactică și pedagogică, 1981* [VH]. Vahitov, I. S., Teoreticeskie osnovî elektroakustiki* Leningrad. Lcningradskiî institut kinoinjenerov, 1970.

ANEXA 1
Constantele fizice ale materialelor
Se notează
p, po — masa specifică, kg-m-3 ;
E — modulul lui Young, N*m~2, Pa : a — coeficientul lui Poisson ;
Ev — modulul de elasticitate volumică, Pa ;
Et — modulul de elasticitate transversală, Pa ;
c, c0 — viteza de propagare, m*s_1 ;
Zc — impedanța caracteristică, kg*s_1*m~2;
/° — temperatura în grade Celsius ;
y — raportul căldurilor specifice CP/CV;
u. — coeficientul de viscozitate N«m_2«s.
Tabelul A. 2.1

Solide	P X10"3	X IO-10	Q	c xio-»	Zc xio-»
Aluminiu	2,7	7,1	0,33	5,12	13,84
Alamă	8,5	10,4	0,37	3,49	29,73
Cupru	8,9	12,2	0,35	3,70	32,95
Fontă	7,7	10,5	0,28	3,69	28,43
Plumb	11,3	1,65	0,44	1,29	13,65
Nichel	8,8	21,0	0,31	4,88	42,99
Oțel	7,7	19,5	0,28	5,03	38,75
Cuarț (tăietură în X)	2,65	7,9	0,33	5,46	14,47
Cauciuc (tare)	1,1	0,23	0,4	1,44	1,59
Cauciuc moale	0,95	5-IO’4	0,5	0,07	0,069
Beton	2,6	Л	—	3,1*	

In tabelul A. 1.1 c reprezintă viteza de propagare în bare. Pentru beton viteza indicată reprezintă cv (viteza de propagare a undelor longitudinale de volum).
Modulele Ev și Et se calculează cu formulele

$$Tt \text{ ----------> } t = \frac{E}{v\,3(1 - a)\;\; 2(1 + a)}$$

Viteza de propagare a undelor longitudinale în mediu nemărginit (unde longitudinale de volum), notată cu c„, și viteza de propagare a undelor transversale, notată cu C(, se calculează cu formulele

tabelul A.l.i

Lichide	Γ	Po X IO'3	LjVl X 10-° Y	c X.10-3	"C X 10-f	P' X1O*
Apă dulce	20	0,908 2,18	1,004 1,481	1,483 1		
Apă de marc	13	1,020 2,28	1,01 1,498	1,537 1		
Alcol etilic		20 0,79		1,15 0,91	1,2	
Ulei	20	0,95	1,54 1,45	960		
Mercur		20 13,6 25,3	1,13 1,449	19,70 1,6		
Terebentină	20	0,87 1,07	1,27 1,249	1,087 1,5		

în tabelul A.1.2 reprezintă modulul de elasticitate volumică izoterm.

Tabelul A. 1.3

Gaze	i°	Po	Y	c X10-*	Zc X10-2	P X IO5
Aer	0	1,293	1,402	3,314 4,28	1,7	
Aer	20	1,21	1,402	3,426 4,15	• 1,81	
Oxigen *	0	1,43	1,4	3,149 4,50	2,0	
Hidrogen	0	0,09	1,41	12,69 1,13	0,88	
Abur	100	0,6	1,324	4,08 2,45	1,3	

în tabelele A.l.l^ A.1.2 și A.1.3 a fost folosita următoarea convenție de transcriere a parametrilor fizici : adevărata valoare a parametrului înmulțită cu 10 la o putere adecvată (indicată sub simbolul parametrului) conduce la numărul indicat în tabel. Spre exemplu în tabelul A.1.2 pentru apa dulce viteza de propagare este dată prin relația

C.1O-3 = 1,481, adică c = 1.48bl03.

Tabelul A. 1.4

Materialul	Reziști vita -tea Q-m a;10e V-
Cupru	1,72
Aluminiu	2,82
Nichel	7,24
Manganln	44,0

ANEXA 2

Funcțiile Bessel și alte funcții înrudite

A.2.1. Funcțiile Bessel.

Ecuația diferențială care are drept soluții funcțiile Bessel este

_ = o,

în carex este variabilă reală, iar v este un parametru complex. Soluția generală a ecuației considerate este

y = AJv(x) + BYv(.r) = A'H^țx) +

în care

Jv(.x) este funcția Bessel de speța întîia și de ordinul v ;

Yv(x) este funcția Bessel de speța a doua și de ordinul v ;

H^țx) și H<2)(x) sînt funcțiile Bessel de speța a treia și de ordinul v.

Cele patru funcții au următoarele proprietăți :

a) J„(x) și J_v(x) sînt liniar independente dacă v nu este întreg ;

b) Jn(x) = (—l)”J_B(x), n întreg;

c) Y„(x) =----------[Jv(x) cos(vtt) — J_v(x)],

sin(V~)

dacă v nu este un întreg, în caz contrar se ia limita fracției.

d) J.,(x), Y„(x) și H^țx), H)<2)(x) sînt respectiv perechi liniar independente.

e) HW(x) = Jv(x) + JYv(x),

H<2>(x) = Jv(x) - jYv(x).

Funcția JB(x) are dezvoltarea în serie

< —1)*

2 J Ă’l(n + A')l

Pentru л fixat și

| x I <g 1 au loc dezvoltările

Y0(x) ~ — I n x,

тг

J0(x) ~ 1 ——,

Oпте sSfctăc a Swsrt slfefcw relațiile de recurentă

~ J4.^ * ~ W

4 «

J^W- 'Л''
1t- jKărâfc^tair avem
* TM =
<
£
НИЙ * ar~ S ti Ь-Ж-ÎîÎ i? pirc-?î~: rfS /‘rrreiк yetterafeare. Ave loc ifezvriitsTea
r-r^xф __.
J.(X>M >
din c^te reиaIШ îusrraalrf^ <te i^.тете.иШire
w *3

loc îiT^t*cr№g relație integrală care se dovedește utilă in calculele
Pentre ’ x ’ -* ac au loc dezvoltările
Se notează cu зn, rădăcina a n-a a funcției Bessel de ordinul nu Pentru aplicații este util să fie cunoscute aceste rădăcini cît și o serie de expresii în care acestea interviu. Tabelul următor conține cîteva din ele.
3OЯ
Tabelul A. 21.

n '	<*on	«i»	ao>|	J1 (a0rt)	2<Jj(cCon) l^on
1	2,405	3,832	5,136	0,5191	0,4317
o **	5,520	7,016	8,417	-0,3402	-0,1232
3	8,054	10,17	11,62	0,2714	0,0627
4	11,79	13,32	14,79	- 0,2324	- 0,0394
5	14,93	16,47	17,96	-0,2065	0,0276

Valorile numerelor proprii raportate la primul număr propriu ne nul a01, sînt următoarele, se notează cu â,nn = aww/aOi.
Tabelul A.2.2

n	O^on	âi„	
1	1	1,593	2,135
2	2,295	2,917	3,5
3	3,595	4,228	4,832
4	4,902	5,538	6,150
5	6,208	6,848	7,468

Se notează cu amn a n-a rădăcină a derivatei funcției Bessel de ordinul m, Cîteva valori utilizate sînt date în tabelul următor.
Tabelul A.2.3

n	/ C£q	n	af»	&2П	&3П
0	0	1,84	3,05	4,20	
1	3,83	5,33	6,70	8,02	
2	7,02	8,54	9,97	11,34	
3	10,17	11,71			

A.2.2. Funcțiile Bessel modificate.
Ecuația diferențială care are drept soluții funcțiile Bessel modificate este
,rs + x — — (xa + v2)y — 0,
d.r2 dx
în care x este variabila reală iar v este un parametru complex.
Soluția generală a ecuației considerate este
y — /1 Iv(r) + BKy(a’),
309
în care
ЦУ) esle funcția Bessel modificată de speța Intiia și de ordinul v ; Kv(»t) este func(ia Bessel modificată de speța a doua și dc ordinul v.
Cele două funcții au următoarele proprietăți :
a) Iv(.r) și I-vGO sînt Чniar independente dacă v nu este întreg ;
b) L„(x) = Ш), K_.w(.r) = Кя(л), n întreg;
dacă v
KV(Л') = —----------[I_v(x) ~ Цr’)]>
2 sin vk
nu este întreg, în caz contrar se ia limita fracției ;
Funcția I„(x) are dezvoltarea în serie
00
•--- I ,П + 2к
Pentru n fixat și | x

A*=0
1, au loc dezvoltările
K0(x) ~
Orice soluție a ecuației relațiile de recurență
asociată funcțiilor Bessel modificate satisface
d
dx
în particular
dx
Pentru | x | -> oo
au loc dezvoltările asimptotice
c*
„ c' ■* kx
Primele rădăcini
ale ecuației
I(ж) J „(a?) — notate cu anm, sînt dale în tabelul
»1 л(‘Г) O
următor
310
Tabelul A.I.4
A- — 1 * /J m < > ■ ■ m Mi m
1 3,196 4,611 5,906 7,144
2 0,306 7,799 9,197 10,537
3 9,439 10,958 12,402 13,795
4 12,577 14,109 15,579 17,005
5 6 15,716 18,857 17,256 18,744 9
:: 4; ’ *
Se consideră ecuația diferențială neomogenă
4(«/2)*+1
dx2 dx ' " /тгГ(v + 1/2)
în care Г(ri) este funcția gama. Soluția ecuației considerate este constituită
din suma dintre soluțiile ecuației omogene (ecuația funcțiilor Bessel) și
soluția ecuației neomogene, soluție care este tocmai funcția Struve de ordinul
v. Folosim notația Sv(x).
Dezvoltările în serie pentru n întreg și n = 0, 1, sînt următoarele
I
oo

S0(x)
X2

Au loc următoarele
reprezentări integrale
к/2
_-----C sin(x cos u)sin2” ndiz,
/тгГ(л +1/2) J
o
tt/2
— sin(.r cos u) du,
o
7T/2
2x C
— \ sin(.r cos u)sina udu.
7Г J
o
Funcțiile S0(x) și Sj(x) satisfac relația diferențială
d
Sj(.r)
[^’Si(x)] — »tSq(»4’)j dx
similară cu relația diferențială dintre J0(;r) și
311
ANEXA l
Polinoamele Stokes-Rayleigh
Polinoamelc Stokes-Rayleigh se introduc în modul urma l or. Se con sideră.

ecuația diferențială
d*A
dr2
2 cU
r dr
in care A(r) este funcția radială care apare aplicînd metoda separării variabilelor ecuației undelor în coordonate sferice cu simetrie de rotație. Notînd jjir obținem mai departe
X(ГА) + rA + Л(п-V)- (ГА) = 0.
dz;2 7/-
a » , % * • f i * i • X X • w
Se caută pentru rA o reprezentare de forma
rA = K(y)e-V,
în care K(y) urmează a fi determinat. Se obține ecuația diferențială pe care o satisface funcția K(y)
dK
d»K
dy! dy   y»
Soluția ecuației pentru K se caută sub forma unei serii de puteri negative iu y, adică
a
K(.v) = p > o.
Se obține relația de recurență pentru coeficienții ap
= (n - p)(л + P + 1)
2(p + 1}-----ap> «o—l,
vare arată că pentru n fixat K este un polinom. Polinomul obținut se notează
Forma compactă a coeficientului ap coXX^
următoarea ’   ’ a 0 pohnomului f,4(y) este
(2n)l
ultimul termen fiind dat de
«»
2"nl
312
Semnul de dublu factorial semnificînd produsul numerelor impare. Ținînd seama de structura polinomului general ln(y)> valorile asimptotice ale mărimii f^(j3ro) sînt următoarele
[f„(j?r0) ~ (2n - 1)! !(jj3r0)—, pr0 « 1,
Calculînd expresia vitezei radiale din cîmpul de unde sferice cu simetrie de rotație rezultă ca este necesar să fie introduse alte polinoame derivate din
Aceste noi polinoame, notate cu Fn(y) se numesc polinoamele Slokes-Raylâgh de speța a doua (de ordinul n) și sînt introduse prin

Rezultă că Fn(y) este de forma
n
in care coeficienții bk sînt dați de
fiind coeficienții polinomului fn(z/). Ultimul coeficient bn este
Ținînd seama de structura polinomului Fn(z/)5 rezultă că mărimea Fn(jpr0) are dezvoltările asimptotice
Ftt($r0) ~ (n + 1) (2n - 1) ! 1 (j℘r0)-n, pr0 « 1,
Fn(j^r0) ~ (jpr0), 3r0 > 1.
Coordonatele curbilinii ortogonale
Se notează cu
u3
U>   —■ z — coordonatele carteziene;
coordonatele curbilinii ortogonale;
versorii triedrului local în coordonate curbilinii ortogonale ;
parametrii lui Lamd corespunzători cooi donatelor respectiv цг și ;
elementul de arc.
.313
Consider ind transformarea
au loc relațiile
ds3 =
dai =
ua,

si delta
Operatorii diferenţială grad, div
au expresiile generale
Expresiile particulare în
— coordonate carteziene
dUţ
л? aiz.
diferite sisteme
de coordonate
sînt
— coordonate cilindrice г, ϕ
aP
ar
i ap
г aϕ
o
aVϕ
oт
г дг
ap г — дг
i азР
a*p
coordonate
sferice
ap
ar
ar
г sin o aϕ
r sin Θ
aVϕ . aϕ ’
ra ar l
, api
ar
ra sin o a
ap
aaP
r2 sin2 ɵ аб2
Indice dc materii
acceleraţia locală 62 acceleraţia de transport 62 adiabatâ 63
admilanţă electrică proprie 287 admitanţă electrică de mişcare 287 admitanţă
electrică totală 287 amortizare (coeficient de) 17 amplitudine complexă 18
amplitudine complexă spaţială 22 amplitudinea medic a deplasării 49 amplitudinea
medie a vitezei 49 analogia de genul I în impedanţe mecanice 245. 267
analogia de genul I în impedanţe specifice 260, 269
analogia de genul I în impedanţe acustice
259, 271
analogia de genul II în admitanţe mecanice 245 267
analogia de genul II în admitanţe specifice
260, 269
analogia de genul II în admitanţe acustice 259, 271
arie echivalentă (a unui radiator) 108, 117 bandă de trecere 20
bară 33
bară liberă 35
bară încastrată 35
bară articulată 35
capacitatea de absorbţie (a unui rezonator
Helmholtz) 206
caracteristică de directivitate 126
cardioida 129
cavitaţie 76
cercurile de egală absorbţie 86 coeficient de reflexie 77, 95 coeficient dc
transmisie 77, 95 coeficient de absorbţie 80 coeficient de unda staţionară 80
coeficient de referinţă 108, 291 coeficient de expansiune (a unei pi Inii)
coeficientul lui Poisson 54 condiţia de amplitudine 94 condiţia de coincidenţă a

fazelor 93 constanta de propagare 22 constanta de atenuare 22
constanta de fază 22
corespondența dintre elementele riv circuli 238
corespondența dintre ecuațiile de evoluție238 debitul mediu de volum 49
deformare de tip longitudinal 21
densitatea de energie cinetică din cîmpul acustic 70
densitatea de energie potențială din cîmpul acustic 70
densitatea de energie totală din cîmpul acustic 70
derivata substanțială 62
diagrama de clasificare и variabilelor flzke
eu parametrii concentrați 239 diport nedlslpatlv 283 domeniu (zona) cîmpului de apropiere 190 domeniu (zona) cîmpului îndepărtat 100 ecuația de continuitate a presiunii 67 ecuația dc continuitate a debitului 67 ecuația Iul Newton 62
ecuația dc continuitate 62 ecuația termodinamică de stare 63 ecuația Iul Helmholtz 64 ecuația lui Webster 224 ecuația de conservare a puterii în bare osci-
lînd longitudinal 32 ecuația de conservare a puterii în bare oseî-
lînd transversal 43
ecuația de conservare a puterii în membrane 52
ecuația caracteristică 24 ecuațiile forțelor din noduri 244 ecuațiile vitezelor relative din bucle 244 ecuațiile debitelor volumlce din noduri 258 ecuațiile presiunilor pe bucle 258 elasticitate (coeficient de) 15 elasticitate de volum acustică 65 energia cinetică a barelor oscilînd longitudinal 32
energia cinetică a barelor oscilînd transversal 43
energia cinetică a membranelor 52 energia potențială a barelor oscilînd longitudinal 32
energia potențială a barelor oscilînd transversal 43
energia potențială a membranelor 52 factor de calitate mecanic 18 factor de concentrare sonoră 126 factor de cuplaj electromecanic 284. 287 factor de cuplaj electromecanic în raport cu viteza unui punct 294
factor de cuplaj electromecanic în raport cu debitul mediu 294
fibra mediană 33 forță do restabilire 15 forjă de compresiune 21 forjă de radiație 131 frecvență proprie 18 frecvență do rezonanță 18 frecvență proprie complexă 24 frocvenjă de tăiere a unui tub 122 frecvență de tăiere a unei pîlnii 227 frecvență de tăiere u unui filtru în scară 253 funcție de directivitate 125 funcție de repartiție a vitezei normale 129 graf linear orientul 245 grul linear echivalent 242, 256 hlpcrcardloidă 129 hipersunet 59
hodograful unei impedanțe 88 impedanța caracteristică 24» 64, 73 impedanța de radiație (definii ia generala) 129 impedanța de radiație a sferei pulsante 103 impedanța de radiație a sferei oscilante 117 impedanță mecanică 18 impedanță electrică proprie 284 impedanță electrică de mișcare 281 impedanță electrică totală 284 impedanță mecanică proprie 284 impedanță mecanică de curent 284 impedanță mecanică de tensiune 288 impedanță mecanică totală 284, 287 impedanța specifică în unde plane 84. impedanța specifică în cimpul creat de sfera pulsantă 101
impedanța specifică în cîmpul creat de sfera oscilantă 116
infrasunct 59 integrala Rayleigh-Huygens 124 intensitatea acustică 70
interferometrul acustic 85 izolația sonoră £0 legea reflexiei 94 legea refracției 94 linii nodale 47 lungime echivalentă 177 masa 15 . . ■
masa superficială 44 masa de radiație (definiție generală) 131 masa de radiație a sferei pulsante 104. masa de radiație a sfeiei oscilante 117 masa specifică instantanee G1 masa specifică statică 61 masa specifică variabilă 61 ' '
microfonul tun 142 mișcare irotațională 63 modul de compresibilitate 64 modul de elasticitate volumică 65 modul de elasticitate transversală 65 modulul lui Young 21 numere proprii 24 polară 126
polinoamele Stokes-Rayleigh de speța I 101. 115
polinoamele Stokes-Rayleigh dc meța a Ha 101, 115
potențial scalar 63 presiunea instantanee 61 presiunea statică 61 presiunea variabilă (51 puterea medie 19 puterea reactivă 19 puterea aparentă 19 raport de directivitate fronbspate 127 raport de reciprocitate 302 raza de giratie 33
reactanța de radiație (definiție generală) 131 reactanța de radiație a sferei pulsante 103 reactanța de radiație a sferei oscilante 117
refracție de tip Raylcigh 98
regimul liber oscilant 17

regimul pseudoperiodic 17
regimul permanent sinusoidal 17
regimul cuazistatic 50
relaţie constitutivă 15
reperul fix 242
reţea în scară 274
rezistenţa acustică medie 108, 132
rezistenţa de radiaţie (definiţie generală) 131 rezistenţa de radiaţie a sferei pulsante 103 rezistenţa de radiaţie a sferei oscilante 117 rezistenţa de radiaţie raportată într-un anumit punct 108, 132
rezistenţa de radiaţie medie 108, 132 rezistenţa mecanică 15
rezonanţă 17
sensibilitatea de emisie a unui transductor 301
sensibilitatea de recepţie a unui transductor 301
sistem mecanic elementar 15
sistem mecanic cu parametrii concentraţi 15 sistem mecanic cu deplasări paralele
structură mecanică elementară 15 ’ sunet 59
supercardioidă 129
suprafaţă de cimp izobară 125
tensiunea în membrană 44 transductor cu cîmp magnetic 283 transductor cu cîmp electric 287 transformatorul acustic 263 transformatorul electric ideal 252. 289
transformatorul mecanic 249 ultrasunet 59
plană 72
plană omogenă 72 plană neomogenă 72 ' incidenţă 76
reflectată 76
directă 76 inversă 76 convergentă 99 divergentă 99 progresive 78 staţionare 79
longitudinale 97 transveuate 07
undă undă undă undă undă
undă transmisă 76 undă undă undă u ndă unde unde u n d c unde unghi de incidenţă critic 95 unghi de intromlsiune 96 vectorul Umov-Povntiijii 70 vectorul de radiaţie 70 viteză instantanee 61 viteză medie 61 viteză variabilă 61 viteza paiticoleicr 61 viteza dc propagare 63 viteza nermaiă 66 viteza normală mec ic
108 de referinţa
108